1974

№ 3

УДК 541.27

ЗАВИСИМОСТЬ ВЯЗКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Р. М. Севастьянов

Предлагаются две формулы для коэффициента вязкости разреженных газов соответственно в области больших и умеренных значений температуры. Формулы получены аппроксимацией интеграла столкновений для потенциала взаимодействия (12-7). Приведено сравнение вычисленных значений вязкости неона, криптона, азота и воздуха с экспериментальными результатами для температур до 2100 К.

За последние пять лет произошло существенное уточнение опытных данных по вязкости разреженных газов [1—5]. Это явилось результатом создания новой измерительной аппаратуры и тщательного учета различных факторов, что позволило устранить систематические ошибки предшествующих измерений, достигавшие 2—3% при 100 К и 6—10% при 2000 К. Уточнение экспериментальных данных вызвало критический пересмотр не только ранее опубликованных таблиц и эмпирических формул, но и модельных потенциалов взаимодействия, на основе которых проводились расчеты в области температур, где опытных результатов недостаточно или они отсутствуют. При этом было вновь подтверждено, что потенциал Леннарда — Джонса (12-6) является слишком мелким вблизи минимума и слишком глубоким на больших расстояниях по сравнению с истинным парным потенциалом [6].

В работе [7] для описания свойств газов из сферических или слабоасим-метричных неполярных молекул был предложен эмпирический парный потек-

циал (12-7):

$$\varphi(R) = 5{,}106 \varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{R} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{R} \right)^{7} \right], \tag{1}$$

гле в и о - силовые постоянные.

Потенциал (1) глубже и круче потенциала (12—6). Для потенциала (12—7) были вычислены интегралы столкновений [8], второй и третий вириальные коэффициенты [9], а также получено полуэмпирическое уравнение состояния плотного газа [10]. Это позволило определить силовые постоянные потенциала (1) из условия минимальных отклонений расчетных значений равновесных (второй вириальный коэффициент и фактор сжимаемости) и переносных свойств одноатомных газов, метана, азота и воздуха (коэффициентов вязкости и теплопроводности) от соответствующих экспериментальных данных (табл. 1). Для одно-атомных газов эти отклонения, как правило, не превышают погрешности эксперимента во всей области температур, где имеются надежные опытные результаты. Для многоатомных газов аналогичное совпадение имеет место лишь при температурах, вдвое превышающих критическую. При меньших температура х влияние несферичности молекул приводит к отклонениям, которые выходят за пределы погрешности эксперимента.

В данной работе предложены две приближенные формулы, описывающие температурную зависимость коэффициента вязкости разреженных газов. Обе

| Газ | ε/k, Κ | σ, Å | $c_1 \cdot 10^{-7}, \frac{\text{H} \cdot \text{C}}{\text{M}^2}$ | $c_2 \cdot 10^{-7}$, $\frac{\text{H} \cdot \text{C}}{\text{M}^2}$ |
|---------|--------------|-------|---|--|
| Неон | 45, 0 | 2,709 | 81,74 | 77,1 |
| Аргон | 150,4 | 3,320 | 140,0 | 132,0 |
| Криптон | 211,3 | 3,534 | 212,2 | 200,0 |
| Ксенон | 290,0 | 3,862 | 260,5 | 246,0 |
| Метан | 187,0 | 3,645 | 83,11 | 78,4 |
| Азот | 120,5 | 3,555 | 91,59 | 86,4 |
| Воздух | 126,0 | 3,489 | 98,84 | 93,3 |

формулы получены аппроксимацией интегралов столкновений $\Omega^{(2,2)*}$ для потенциала взаимодействия (12—7) [8]. Первая формула дает надежную корреляцию коэффициента вязкости (для одноатомных газов также и теплопроводности) при умеренных и высоких температурах ($T^* \geqslant 2$). Для иллюстрации ее точности приведено сравнение экспериментальных и вычисленных значений для неона, криптона, азота и воздуха при температурах до 2100 К. Вторая формула представляет интерес при введении определяющей (или приведенной) энтальпии для расчета характеристик сжимаемого ламинарного пограничного слоя на плоской пластине.

Как известно из кинетической теории, коэффициент вязкости разреженного газа записывается в виде [13]

$$\mu = \frac{5}{16} \frac{\sqrt{\pi mkT}}{\pi c^2 Q^{(2,2)*}} f_{\mu}(T^*), \tag{2}$$

где m — молекулярный вес, k — постоянная Больцмана, $T^* = \frac{kT}{\epsilon}$ — приведенная температура. Функция $f_{\mu}(T^*)$, учитывающая высшие приближения (по сравнению с первым), изменяется незначительно: в пределах от 1,000 до 1,008.

Для потенциала (1) интегралы столкновений $Q^{(l, s)^{\bullet}}$ (l=1, 2; s=1, 2, 3) затабулированы В. З. Свойским [8]; с их помощью также вычисляется поправка $f_{u}(7*).$

Простой и точной аппроксимацией функции $Q^{(2,2)*}(f_{\mu})^{-1}$ для потенциала (12-7) при умеренных и высоких температурах является

$$\frac{\Omega^{(2,2)^*}}{f_{\mu}} = \frac{1,340}{(T^*)^{1/6}} \left[1 - \frac{0.3133}{(T^*)^{5/12}} + \frac{0,5420}{(T^*)^{4/3}} \right]. \tag{3}$$

Первые два члена в этой формуле получены теоретически с помощью разложения Дона [11]; третий член подобран эмпирически. Погрешность формулы (3) не превышает 0,3% при $T^* \geqslant 2$. Таким образом, при $T^* \geqslant 2$ зависимость коэффициента вязкости разрежен-

ного газа от температуры описывается выражением:

$$\mu = \frac{c_1 (T^*)^{2/3}}{1 - \frac{0.3133}{(T^*)^{5/12}} + \frac{0.5420}{(T^*)^{4/3}}},$$
(4)

где $T^* = \frac{kT}{\varepsilon}$, а c_1 и ε/k — постоянные (см. табл. 1).

Сравнение экспериментальных значений коэффициента вязкости неона, криптона и азота при температурах 300—2100 К [2—5] с величинами, вычисленными по формуле (4), приведено в табл. 2. Здесь же даны расчетные значения коэффициента вязкости недиссоциированного воздуха при температурах до 3000 К; сравнение с экспериментом при температурах 25—500° С [12] показано в табл. 3. Для воздуха погрешность экспериментальных данных оценивается

| | | Неон | | | Крипто | Н | | Азот | | Воздух |
|-----------------------|---|--------|--------|-------|--------|--------|---------------|-------|--------|-----------------------|
| <i>т</i> , к | $\mu \cdot 10^7$, $\frac{\text{H} \cdot \text{C}}{\text{M}^2}$ | | | | | | | | | |
| | [2] | [3] | расчет | [2] | [4] | расчет | [2] | [5] | расчет | расчет |
| 300 | 318,2 | | 321,3 | 256,5 | | | 179,1 | | 177.8 | 185,1 |
| 400 | 388,5 | | 388,3 | 331,3 | | 327,6 | 223,0 | | 221,7 | 231,4 |
| 500 | 449,8 | | 448,8 | 397,0 | | 395,4 | 260,8 | | 260,4 | 272,3 |
| 600 | 505,9 | | 504,7 | 456,6 | | 456,6 | 294,9 | | 295,7 | 309,4 |
| 700 | 558,4 | | 557,2 | 511,7 | | 512,8 | 326,5 | | 328,4 | 343,8 |
| 800 | 608,2 | | 607,0 | 563,4 | | 565,2 | 356,2 | | 359,1 | 376,1 |
| 900 | 655,9 | | 654,6 | 612,4 | | 614,6 | 384,6 | | 388,2 | 406,7 |
| 1000 | 701,9 | | 700,3 | 659,1 | | 661,5 | 411,7 | | 416.0 | 436,0 |
| 1100 | 746,4 | 754,2 | 1 | 703,9 | 716,3 | 706,2 | 43 7,9 | 443,7 | 442,7 | 464,0 |
| 1200 | 789,6 | 803,9 | 787,0 | 747,0 | 760,1 | 749,2 | 463,2 | 470,9 | 468,4 | 491,1 |
| 1300 | 831,6 | 846,2 | l | 788,7 | 801,9 | 790,7 | 487,7 | 495,1 | 493,3 | 517,2 |
| 1400 | 872,7 | 890,1 | 868,7 | 829,1 | 843,4 | 830,8 | 511,6 | 520,3 | 517,5 | 542,6 |
| 1500 | 912,8 | 931,2 | 908,0 | 868,3 | 881,8 | 869,7 | 534,9 | 542,5 | 541,1 | 567,3 |
| 1600 | 952,1 | 965,3 | 946,4 | 906,5 | 921,7 | 907,5 | 557,7 | 564,7 | 564,0 | 5 91, 4 |
| 1700 | | 1005,0 | 984,0 | | 956,5 | 944,4 | | 586,9 | 586,4 | 614,9 |
| 1800 | | 1040,0 | 1021,0 | | 995,4 | 980,4 | | 608,4 | 608,3 | 63 7,9 |
| 1900 | | 1070,0 | 1057,0 | | 1031,0 | 1016,0 | | 629,3 | 629,6 | 6 6 0,4 |
| 2000 | | 1102,0 | 1092,0 | | 1063,0 | 1050,0 | | 650,3 | 650,9 | 682,6 |
| 2100 | | 1141,0 | 1127,0 | | | 1084,0 | | 671,4 | 671,6 | 704,3 |
| 2200 | | | 1161,0 | | | 1117,0 | | | 691,9 | 725,6 |
| 2300 | | | 1195,0 | | | 1150,0 | | | 711,9 | 746,5 |
| 2400 | | | 1128,0 | | | 1182,0 | | | 731,5 | 767,2 |
| 2500 | | . • | 1261,0 | | | 1213,0 | , | | 750,9 | 787.5 |
| 2600 | | | 1293,0 | | | 1244,0 | | | 770,0 | 807,5 |
| 270 0 | | | 1325,0 | | | 1275,0 | | | 778,8 | 827 ,3 |
| 280 0 | | | 1357,0 | | | 1305,0 | | | 807,4 | 846,7 |
| 2900 | | | 1388,0 | | | 1335,0 | | | 825,8 | 866,0 |
| 3000 | | | 1418,0 | | | 1364,0 | | | 843,9 | 885,0 |
| δ _{μcp} , % | 0,35 | 1,8 | | 0,32 | 1,4 | | 0,84 | 0,21 | | |
| δμ _{max} , % | 0,98 | 2,5 | | 1,1 | 1,6 | | 1,2 | 0,73 | | |

авторами в 0,1%, для других газов — в 1%; однако расхождения между результатами различных измерений составляют 0,5—1,0% при $300\,\mathrm{K}$ и 1,5—3,0% при $1500\,\mathrm{K}$.

В диапазоне приведенных температур $T^*=0.9-9.0$ функция $\Omega^{(2,2)^*}(f_{\mu})^{-1}$ может быть представлена следующим приближенным выражением

$$\frac{Q^{(2,2)^*}}{f_{\mu}} = \frac{1,420}{\sqrt{T^*}} (1 + 0,088T^*). \tag{5}$$

Подставляя (5) в соотношение (2), для коэффициента вязкости получим

$$\mu = \frac{c_2 \ T^*}{1 + 0.088 \ T^*} \,. \tag{6}$$

| <i>т</i> , к | Эксперимент | Расчет | | Эксперимент | Расчет |
|--------------|-------------|-----------------------|--------------|------------------|--------|
| | μ·107, | H·C M ² | <i>T</i> , K | μ•107, H•C M² | |
| 298,15 | 184,5 | 184,2 | 573,15 | 299,3 | 299,8 |
| 373,15 | 219,8 | 219,6 | 673,15 | 334,9 | 334,8 |
| 473,15 | 261,2 | 261,7 | 773,15 | 367,0 | 367,6 |

Среднее отклонение 0,13%, максимальное 0,19%.

Значения постоянной c_2 для ряда газов приведены в табл. 1. Погрешность формулы (6) в указанном диапазоне температур не превышает 1,2%, т. е. точность ее не меньше, чем известной формулы Сезерленда [13]. Последняя, как показывает анализ уточненных опытных данных [2—5], [12], имеет погрешность не выше 1,0% при Γ^* =0,8—6,0. Постоянная Сезерленда в этом случае равна ϵ/k .

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Hanley H. J. M., Childs G. E. Discrepans between viscosity Data for Simple Gases, Science, vol. 159, p. 1114, 1968.
- 2. Dawe R. A., Smith E. B. Viscosities of inert Gases J. Chem. Phys., vol. 52, p. 693, 1970.
- 3. Goldblatt M., Wageman W. E. High temperature viscosity for xenon, Phys. of Fluids, vol. 14, p. 1024, 1971.
- 4. Guevara F. A., Stensland G. High temperature viscosity rations for neon, Phys. of Fluids, vol. 14, p. 746, 1971.
- 5. Guevara F. A., Meinteer B. B., Wageman W. E., High temperature viscosity rations for hydrogen, helium, argon and nitrogen, Phys. of Fluids, vol. 12, p. 2493, 1969.
- 6. Темперли Г., Роулинсон Дж., Рашбрук Дж. Физика простых жидкостей. М., "Мир", 1971.
- 7. Севастьянов Р. М., Зыков Н. А. Потенциал взаимодействия сферических неполярных молекул. "Теплофизика высоких температур", т. 9, № 1, 1971.
- 8. Свойский В. З. Интегралы столкновений для сферических неполярных молекул. "Ученые записки ЦАГИ*, т. II, № 5, 1971.
- 9. Зыков Н. А., Севастьянов Р. М. Вириальные коэффициенты для потенциала (12—7), "Теплофизика высоких температур", т. 9, № 5, 1971.
- 10. Севастьянов Р. М., Зыков Н. А. Уравнение состояния плотного газа, "Теплофизика высоких температур", т. 10, № 5, 1972.
- 11. Donth E. Zähigkeit und zwischenmoleculares potential kugelsimmetrischer molecule bei hohen temperaturen, zeitschrift fur Phus. Chemie, b. 233, № 5/6 1966.
- 12. Dipippo R., Kestin I. Proceedings of the fourth symposium on thermophysical properties, New York, 1968.
- 13. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд. иностр. лит., 1961.