

УДК 531/534:57+612.7

С.Н. Багаев, В.Н. Захаров, В.А. Орлов

Институт лазерной физики Сибирского отделения Российской академии наук, проспект академика Лаврентьева, 13/3, 630090, Новосибирск, Россия, e-mail: lss@laser.nsc.ru

ЗАКОНЫ ВЕТВЛЕНИЯ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

Аннотация. В настоящей работе представлены результаты исследований закономерностей ветвления кровеносных сосудов с позиций новой концепции биомеханики кровообращения. В гидродинамических исследованиях системы кровообращения использованы физические законы сохранения с применением локального динамического подхода для узлов винтовых бифуркаций кровеносных сосудов. Разработка теории сосудистых бифуркаций потребовала учета принципа равномерности и минимальности силовой нагрузки на кровеносные сосуды, используемого живой природой при построении и формировании транспортной системы. Установлены неизвестные ранее законы ветвления крупных и мелких кровеносных сосудов. Закон ветвления магистрального сосудистого русла демонстрирует структурно-функциональные связи в узлах бифуркаций крупных кровеносных сосудов, лежащие в основе деления или слияния закрученных потоков крови в артериях и венах. Закон ветвления микрососудистого русла демонстрирует структурно-функциональные связи в узлах бифуркаций микрососудов, лежащие в основе деления или слияния пуазейлевского течения крови в артериолах, капиллярах и венулах. Показано отличие гемодинамических процессов в узлах бифуркаций крупных и мелких кровеносных сосудов. Экспериментальные факты хорошо согласуются с теоретическими исследованиями. Установленные законы ветвления кровеносных сосудов представляют ценность для научной и практической медицины.

Ключевые слова: биомеханика кровообращения, сердечно-сосудистая система, винтовой поток крови, ветвление магистральных кровеносных сосудов, ветвление микрососудов, винтовые бифуркации артерий и вен, систолическое артериальное давление, диастолическое артериальное давление, научные открытия.

Введение

Впервые функциональная анатомия сосудистых ветвлений системы кровообращения описана в работе [1]. Сформулированные в ней правила конфигурации артериальных ветвлений носили исключительно эмпирический характер. Далее в [2] путем математического моделирования была осуществлена попытка объяснить эти правила, используя принцип экономии материала и энергии в живой системе. Однако первые и многочисленные последующие исследования, посвященные этой проблеме, не раскрыли сущность изучаемой закономерности ветвления, как в крупных кровеносных сосудах, так и в звене микрогемоциркуляции системы кровообращения. Мы связали это с тем, что предшественниками были слабо изучены структурно-функциональные

особенности системы кровообращения. Авторами данного сообщения на системном уровне доказано, что в предсердиях и желудочках сердца, артериях и венах существует винтовое движение крови. Впервые найдены структурно-функциональные связи, лежащие в основе явления образования винтового потока крови в сердечно-сосудистой системе. Оказалось, что наличие такого движения крови явилось определяющим в установлении искомой закономерности ветвления магистрального сосудистого русла [3–4]. В этих сообщениях определены структурно-функциональные связи в узлах ветвлений микрососудов. Выявлено, что в звене микрогемоциркуляции действуют совершенно иные законы движения крови. В настоящей работе представлены результаты исследований закономерностей ветвления кровеносных сосудов с позиций новой концепции биомеханики кровообращения.

Основные принципы и уравнения, определяющие природу дихотомического ветвления артерий и вен

Крупные артерии и вены являются основными транспортными магистралями сердечно-сосудистой системы живого организма. Их главное назначение в замкнутой транспортной системе – обеспечить необходимый уровень периферического кровотока. От того, насколько ритмично, слаженно и эффективно работает магистральное кровеносное русло, зависит оптимальность обменных процессов, протекающих во всех клетках организма, и, в конечном итоге, продолжительность жизни. В данном разделе мы приведем в общем виде решение задачи о делении артериального потока на два, используя конфигурационную схему ветвления сосудов, представленную на рис. 1а. Как показал проведенный нами анализ слепков кровеносных сосудов, именно такую пространственную винтовую конфигурацию имеют ветвления сосудов. Задача о слиянии потоков крови в венозном русле решается аналогично.

Решение поставленной задачи состоит в том, чтобы в непосредственной близости от узла бифуркации найти математические связи между геометрическими параметрами каналов и характеристиками вращательно-поступательного движения крови в них. В качестве геометрических параметров будем использовать площади поперечных сечений материнского S_0 и, соответственно, двух дочерних каналов S_1 и S_2 , а также углы ветвления последних θ_1 и θ_2 . Закрученные потоки крови в трех сопряженных каналах будем характеризовать поступательными скоростями движения U_0 , U_1 , U_2 и, соответственно, вращательными W_0 , W_1 , W_2 . Поскольку в кровеносных сосудах в области бифуркации такие характеристики кровотока как скорость и направление, испытывают существенные изменения, казалось бы, это должно приводить к дополнительной силовой нагрузке на транспортные каналы в окрестности ветвления. Однако мы считаем, что живая система уже в процессе формирования архитектоники кровеносного русла стремится максимально исключить любую излишнюю силовую нагрузку путем ее равномерного распределения. На языке гидродинамики результатом этого стремления в рассматриваемой задаче является уравнивание сил и моментов сил, действующих на стенки живых каналов. Именно таким образом в ветвящемся кровеносном русле обеспечивается отсутствие эффектов нескомпенсированной силовой отдачи. В терминах математической физики выдвинутые нами положения с использованием локального динамического подхода представляются следующей системой уравнений:

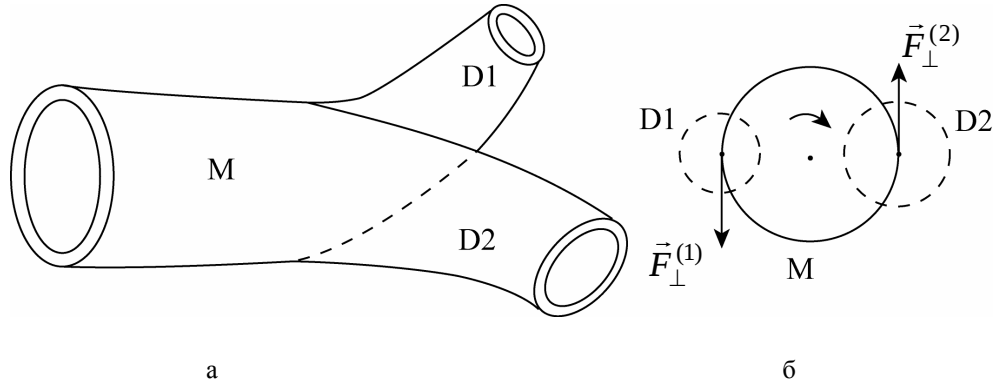


Рис. 1. Схематическое изображение общего случая винтовой бифуркации кровеносного сосуда: а – общий вид, М – материнский кровеносный сосуд, D1 и D2 – дочерние ветви; б – ортогональная проекция бифуркации, $\vec{F}_{\perp}^{(1)}$ и $\vec{F}_{\perp}^{(2)}$ – силы, создающие закручивающий момент относительно оси материнского канала (см. рис. 2).

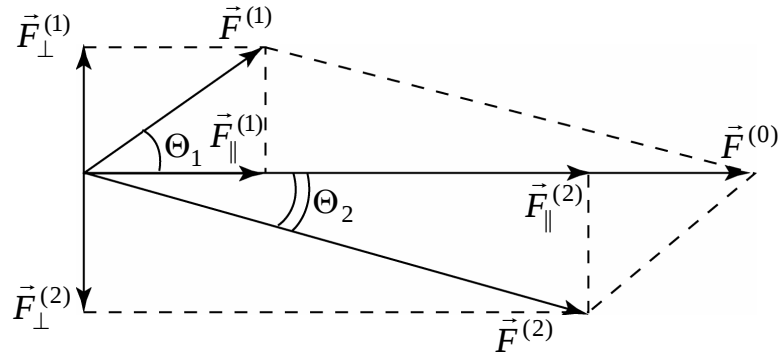


Рис. 2. Векторная схема деления потока импульса

$$R_0^2 U_0 = R_1^2 U_1 + R_2^2 U_2, \quad (1)$$

$$R_0^2 U_0 = R_1^2 U_1^2 \cos \theta_1 + R_2^2 U_2^2 \cos \theta_2, \quad (2)$$

$$R_1^2 U_1^2 \sin \theta_1 = R_2^2 U_2^2 \sin \theta_2, \quad (3)$$

$$R_1^3 U_1 W_1 \sin \theta_1 = R_2^3 U_2 W_2 \sin \theta_2, \quad (4)$$

$$R_0^3 U_0 W_0 = R_1^3 U_1 W_1 \cos \theta_1 + R_2^3 U_2 W_2 \cos \theta_2 + R_0 (R_1^2 U_1^2 \sin \theta_1 + R_2^2 U_2^2 \sin \theta_2), \quad (5)$$

$$U_0^2 + W_0^2 = U_1^2 + W_1^2, \quad (6)$$

$$U_0^2 + W_0^2 = U_2^2 + W_2^2. \quad (7)$$

Система уравнений (1) – (7) описывает преемственное поведение закрученных потоков крови в окрестности узла бифуркации артерии с учетом несжимаемости жидкости. В представленных уравнениях параметры R_0 , R_1 и R_2 соответствуют радиусам материнского и двух дочерних каналов. Первое уравнение (1) системы отвечает закону сохранения расхода массы крови в единицу времени до и после ветвления. Уравнения (2) и (3) представляют закон сохранения потока количества движения, выраженный равенствами проекций векторных величин на ось материнского канала и, соответственно, на ось, перпендикулярную ей. Напротив, если при переходе через узел ветвления сосудов поток количества движения в единицу времени испытывает скачок, это означает, что в указанной окрестности сосудов будет постоянно присутствовать силовое напряжение. На рис. 2 приведена векторная схема, поясняющая, каким образом исходный поток импульса распадается на два дочерних,

где: $|\vec{F}^{(0)}| = \pi \rho U_0^2 R_0^2$, $|\vec{F}^{(1)}| = \pi \rho U_1^2 R_1^2$, $|\vec{F}^{(2)}| = \pi \rho U_2^2 R_2^2$. Сохранение потока импульса в проекциях на ортогональные оси выражается в выполнении следующих условий: $\vec{F}_\perp^{(1)} = \vec{F}_\perp^{(2)}$, $\vec{F}^{(0)} = \vec{F}_\parallel^{(1)} + \vec{F}_\parallel^{(2)}$. Уравнения (4) и (5) соответствуют закону сохранения потока момента количества движения. Уравнение (4) указывает на отсутствие момента сил, приводящего к скручиванию сосудов ветвления относительно оси, проведенной через узел бифуркации перпендикулярно оси материнской артерии. Для сохранения потока момента количества движения вдоль оси материнского канала принципиальным является факт пространственного винтового ветвления дочерних сосудов. Поскольку оси последних не лежат в одной плоскости, а пространственно разнесены (см. рис. 1б), часть исходного потока момента импульса в единицу времени расходуется на преодоление реально действующего момента сил: $R_0(F_\perp^{(1)} + F_\perp^{(2)}) = 2R_0F_\perp^{(1)} = 2R_0F_\perp^{(2)}$. Это обстоятельство учтено в уравнении (5), в правую часть которого введено дополнительное слагаемое. Необходимо отметить, что действие указанного момента сил наиболее существенно, когда поступательная скорость кровотока максимальна. Именно в этом случае динамическая нагрузка на узел бифуркации наибольшая. В связи с импульсным характером кровотока мы в дальнейшем под U_0 , U_1 , U_2 будем подразумевать максимальные значения поступательной скорости крови в артериях. Что касается уравнений (6) и (7), то они, по существу, соответствуют закону Бернулли, в котором изменением давления внешних сил в окрестности узла бифуркации пренебрегается. Таким образом, вся система уравнений (1) – (7), описывающая узел ветвления магистральных кровеносных сосудов, характеризуется одиннадцатью параметрами: U_0 , W_0 , U_1 , W_1 , U_2 , W_2 , R_0 , R_1 , R_2 , θ_1 , θ_2 . Задав или измерив четыре из них, например, U_0 , W_0 , R_0 , θ_1 , система из семи уравнений позволяет путем вычислений определить все остальные из перечисленных параметров. Несмотря на кажущуюся простоту рассматриваемой системы уравнений, решение ее в общем виде является достаточно громоздким. Поэтому в дальнейшем мы укажем на алгоритм поиска общего решения задачи и рассмотрим несколько простых его случаев, когда закономерные математические связи между параметрами потоков крови и геометрическими характеристиками ветвления сосудов имеют простой для анализа вид и наглядную интерпретацию. То, насколько верно выработанные нами принципы отражают реальную природу дихотомического ветвления магистральных кровеносных сосудов, можно было убедиться в процессе анализа даже части представленной системы уравнений (1) – (7). Покажем это, ограничиваясь пока рассмотрением только первых трех уравнений (1) – (3). Поскольку названные уравнения однородны относительно параметров поступательной скорости крови в каналах, это позволяет легко исключить их из рассмотрения путем соответствующих подстановок и получить одно из важных соотношений искомой закономерной связи. Действительно, выразив произведение $R_2^2 U_2^2 = R_1^2 U_1^2 \sin \theta_1 / \sin \theta_2$ из уравнения (3) и подставив его в уравнение (2), получим:

$$U_1 = U_0 \frac{R_0}{R_1} \sqrt{\frac{\sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}}. \quad (8)$$

Далее, используя вновь уравнение (3), найдем:

$$U_2 = U_0 \frac{R_0}{R_2} \sqrt{\frac{\sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}}. \quad (9)$$

Подстановка в (1) U_1 и U_2 из соотношений (8) и (9) позволяет получить математическую зависимость, устанавливающую связь между радиусами сосудов и углами их ветвления:

$$R_0 \sqrt{\sin(\theta_1 + \theta_2)} = R_1 \sqrt{\sin \theta_2} + R_2 \sqrt{\sin \theta_1}. \quad (10)$$

Мы довольно легко убедились в справедливости впервые полученного нами соотношения (10) на ряде несимметричных бифуркаций артериального русла. Для этого достаточно было в каждом конкретном случае измерить углы ветвления θ_1 и θ_2 и, соответственно, отношение диаметров дочерних сосудов к диаметру материнского, используя значения D_1/D_0 , D_2/D_0 и выражение (10), записанное в виде:

$$1 = \frac{D_1}{D_0} \sqrt{\frac{\sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}} + \frac{D_2}{D_0} \sqrt{\frac{\sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}}. \quad (11)$$

Однако поскольку соотношение (10) было получено с использованием только части физически связанной системы уравнений, то оно, соответственно, не полно отражает все существующие закономерные связи между параметрами, характеризующими деление или слияние потоков крови в узлах ветвлений артерий и вен. Для того чтобы выяснить, каким образом геометрия сосудов зависит от соотношения скоростей поступательного и вращательного движения крови в сосудах, рассмотрим оставшиеся четыре уравнения системы (4) – (7).

Далее покажем, что значения углов ветвления θ_1 и θ_2 и радиусов R_0 , R_1 , R_2 позволяют найти отношение скоростей вращательного и поступательного движения крови W_0/U_0 , W_1/U_1 , W_2/U_2 во всех трех сосудах ветвления. Алгоритм вычисления этих отношений предлагается следующий. Сначала, используя (3), (4) и (8), (9), находим соотношение:

$$W_2 = (R_1/R_2)(U_2/U_1)W_1 = R_1^2/R_2^2 \sqrt{\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2}} W_1. \quad (12)$$

Воспользовавшись соотношениями (8), (9), (12) и уравнением (5) общей системы, определим далее через характеристики движения крови в материнском сосуде U_0 и W_0 скорости ее вращательного движения в дочерних сосудах:

$$W_1 = \left[W_0 - 2U_0 \frac{\sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right] \sqrt{\frac{\sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}} \left(\frac{R_0}{R_1} \right)^2, \quad (13)$$

$$W_2 = \left[W_0 - 2U_0 \frac{\sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right] \sqrt{\frac{\sin \theta_1}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}} \left(\frac{R_0}{R_2} \right)^2. \quad (14)$$

Используя выражения (13) и (8), а также, соответственно, (14) и (9), получим:

$$\frac{W_1}{U_1} = \frac{R_0}{R_1} \left(\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right), \quad (15)$$

$$\frac{W_2}{U_2} = \frac{R_0}{R_2} \left(\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right). \quad (16)$$

Таким образом, посредством полученных соотношений (15) и (16) поставленная задача решается полностью, если укажем путь нахождения отношения W_0/U_0 . С этой целью, опираясь последовательно на (8), (13) и уравнение (6), а также, соответственно, на (9), (14) и уравнение (7), сначала получим следующие уравнения:

$$\left(\frac{R_0}{R_1}\right)^4 \left[\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right]^2 + \left(\frac{R_0}{R_1}\right)^2 = \frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin \theta_2} \left[1 + \left(\frac{W_0}{U_0}\right)^2 \right], \quad (17)$$

$$\left(\frac{R_0}{R_2}\right)^4 \left[\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right]^2 + \left(\frac{R_0}{R_2}\right)^2 = \frac{\sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin \theta_1} \left[1 + \left(\frac{W_0}{U_0}\right)^2 \right]. \quad (18)$$

Эти уравнения являются квадратными относительно параметров $(R_0/R_1)^2$ и $(R_0/R_2)^2$. Их решение позволяет получить следующие необходимые соотношения:

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{\left[\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right] \sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{1 + \frac{4 \sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin \theta_2} \left[1 + \left(\frac{W_0}{U_0}\right)^2 \right] \left[\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right]^2} - 1}}, \quad (19)$$

$$\frac{R_2}{R_0} = \frac{\left[\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right] \sqrt{2}}{\sqrt{\sqrt{1 + \frac{4 \sin(\theta_1 + \theta_2)}{\sin \theta_1} \left[1 + \left(\frac{W_0}{U_0}\right)^2 \right] \left[\frac{W_0}{U_0} - \frac{2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \right]^2} - 1}}. \quad (20)$$

Вводя обозначения $W_0/U_0 = \varepsilon$, $\sin \theta_1 = m_1$, $\sin \theta_2 = m_2$, $\sin(\theta_1 + \theta_2) = m$ и подставляя (19) и (20) в (11), окончательно получим следующее уравнение:

$$1 = \frac{\sqrt{2} \left(\varepsilon - \frac{2m_1 m_2}{m} \right) \sqrt{\frac{m_2}{m}}}{\sqrt{\sqrt{1 + 4 \frac{m}{m_2} (1 + \varepsilon^2) \left(\varepsilon - \frac{2m_1 m_2}{m} \right)^2} - 1}} + \frac{\sqrt{2} \left(\varepsilon - \frac{2m_1 m_2}{m} \right) \sqrt{\frac{m_1}{m}}}{\sqrt{\sqrt{1 + 4 \frac{m}{m_1} (1 + \varepsilon^2) \left(\varepsilon - \frac{2m_1 m_2}{m} \right)^2} - 1}}. \quad (21)$$

Уравнение (21) устанавливает связь между углами ветвления и отношением скоростей вращательного и поступательного движения крови в материнском канале. Подставляя в него значения синусов измеренных углов θ_1 , θ_2 и $\theta_1 + \theta_2$, величину отношения W_0/U_0 можно определить численным методом. Используя найденное отношение W_0/U_0 из (21) и выражения (15) и (16), решение задачи полностью завершается нахождением отношений W_1/U_1 и W_2/U_2 .

Далее рассмотрим, как представленная теория работает в случае симметричной бифуркации. В магистральном артериальном русле известны два симметричных ветвления. В малом круге кровообращения это относится к делению ствола легочной артерии на две ветви, несущие кровь к правому и левому легким. В большом круге кровообращения таким примером является ветвление брюшной аорты на правую и левую подвздошные артерии. Для симметричной бифуркации $R_1 = R_2$ и $\theta_1 = \theta_2$. В этом случае уравнения (2) и (3) позволяют заключить, что $U_1 = U_2$ и, соответственно, $W_1 = W_2$. Таким образом, система (1) – (7) становится более простой и имеет следующий вид:

$$R_0^2 U_0 = 2R^2 U, \quad (22)$$

$$R_0^2 U_0^2 = 2R^2 U^2 \cos \theta, \quad (23)$$

$$R_0^3 U_0 W_0 = 2R^3 U W \cos \theta + 2R_0 R^2 U^2 \sin \theta, \quad (24)$$

$$U_0^2 + W_0^2 = U^2 + W^2, \quad (25)$$

где $R_1 = R_2 = R$, $U_1 = U_2 = U$, $W_1 = W_2 = W$ и $\theta_1 = \theta_2 = \theta$. Из (22) и (23) следуют две простые связи:

$$U = \frac{U_0}{\cos \theta}, \quad (26)$$

$$R = R_0 \sqrt{\frac{\cos \theta}{2}}. \quad (27)$$

Для площадей поперечных сечений каналов выражение (27) можно представить в виде:

$$2S = S_0 \cos \theta. \quad (28)$$

Подставляя (26) и (27) в (24), получим выражение для квадрата скорости вращательного движения крови в дочерних артериях:

$$W^2 = \frac{2U_0^2}{\cos^3 \theta} \left(\frac{W_0}{U_0} - \operatorname{tg} \theta \right)^2. \quad (29)$$

Использование выражений (26) и (29) в уравнении (25) позволяет получить для симметричной бифуркации уравнение, устанавливающее закономерную связь между углами ветвления дочерних сосудов и отношением скоростей вращательного и поступательного движения крови в материнском сосуде:

$$\frac{2}{\cos^3 \theta} \left(\frac{W_0}{U_0} - \operatorname{tg} \theta \right)^2 + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 1 + \left(\frac{W_0}{U_0} \right)^2. \quad (30)$$

Переносим слагаемое $\frac{1}{\cos^2 \theta}$ из левой части уравнения (30) в правую, последнее преобразуется в более простое:

$$\frac{2}{\cos^3 \theta} \left(\frac{W_0}{U_0} - \operatorname{tg} \theta \right)^2 = \left(\frac{W_0}{U_0} - \operatorname{tg} \theta \right) \left(\operatorname{tg} \theta + \frac{W_0}{U_0} \right). \quad (31)$$

Полученное уравнение имеет два решения:

$$\frac{W_0}{U_0} = \operatorname{tg} \theta, \quad (32)$$

$$\frac{W_0}{U_0} = \operatorname{tg} \theta \frac{2 + \cos^3 \theta}{2 - \cos^3 \theta}. \quad (33)$$

Решение (32), которое мы назвали «рудиментарным», имеет наглядный физический смысл. Он состоит в том, что при условии выполнения (32) скорость вращательного движения крови в дочернем сосуде согласно (29) обращается в нуль. Это становится возможным тогда, когда угол, под которым отходит тангенциально дочерний сосуд от материнского, в точности совпадает с углом, образуемым осью основного потока и касательной к винтовой траектории частиц крови в нем [5,6]. Вводя образное выражение «функция лепит структуру», следует отметить, что оно является уместным в отношении обсуждаемого решения (32). На наш взгляд, именно оно соответствует начальной стадии формирования будущей конфигурации сосудистого ветвления. В сформировавшейся сердечно-сосудистой системе ветвление ее магистрального сосудистого дерева подчиняется закону, описываемому уравнением

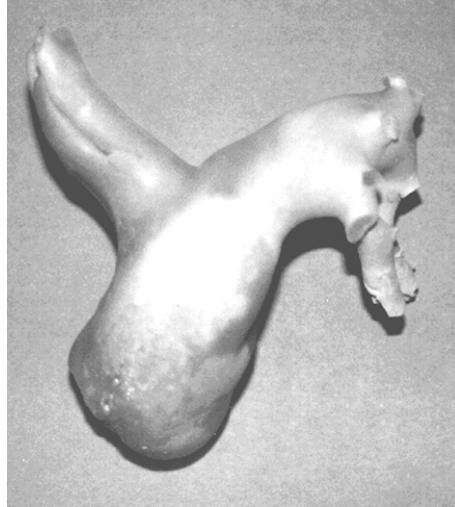


Рис. 3. Бифуркация легочной артерии. Протакриловый слепок

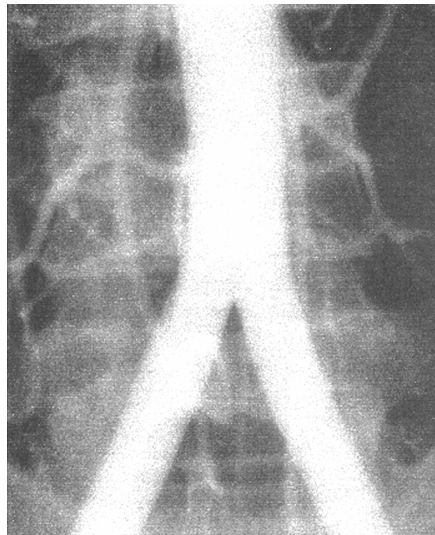


Рис. 4. Бифуркация брюшной аорты. Аортоартериография

(33). Используя его совместно с (26) и (29), решение задачи завершается нахождением W/U для дочерних сосудов, опираясь на следующее выражение:

$$\frac{W}{U} = \operatorname{tg} \theta \sqrt{\frac{2}{\cos \theta}} \frac{2 \cos^3 \theta}{2 - \cos^3 \theta}. \quad (34)$$

Выводы теоретического рассмотрения симметричных бифуркаций также проверялись на практике. С целью такой проверки мы проанализировали два ветвления. Первое относится к дихотомическому делению ствола легочной артерии (см. рис. 3). Второе связано с бифуркацией брюшной аорты (см. рис. 4). В случае бифуркации легочной артерии измеренный с точностью $\pm 2^\circ$ полный угол между артериями-ветвями составил величину $2\theta = 91^\circ$. Наряду с этим для представленной на рис. 3 бифуркации были также измерены диаметры трех сосудов. Значение отношения диаметра основного ствола к диаметру дочернего для обеих ветвей составило величину $\frac{D_0}{D} = 1,70 \pm 0,10$. Это же отношение, вычисленное из угловых измерений по формуле

(27), дало значение $\frac{D_0}{D} = \sqrt{\frac{2}{\cos \theta}} = 1,69 \pm 0,02$. Таким образом, отличие двух независимо полученных значений одного и того же показателя не превышало 1 %. Отношение скоростей вращательного и поступательного движения крови в материнском и дочерних сосудах определялось с помощью (33) и (34). Для угла $\theta = 45,5^\circ$ неизвестные величины составили $W_0/U_0 = 1,44$ и, соответственно, $W/U = 0,71$. Для симметричного ветвления брюшной аорты на подвздошные артерии, представленного на рис. 4, ошибка измерения диаметров не превышала 4 %, а полного угла $2\theta = 55^\circ$ между ветвями бифуркации, соответственно, 7 %. Значение D_0/D , полученное прямыми измерениями диаметров, имело величину $1,5 \pm 0,06$. Вычисленное же значение этой величины на основе угловых измерений дало $\frac{D_0}{D} = \sqrt{\frac{2}{\cos \theta}} = 1,50 \pm 0,02$. Видно, что второй пример симметричной бифуркации также подтвердил совпадение теории с практикой. Как и в первом случае, для ветвления брюшной аорты были определены отношения компонентов скоростей в соответствующих трех потоках крови. Для основного ствола оно определено величиной $W_0/U_0 = 1,08$, а для обеих дочерних ветвей, соответственно, $W/U = 0,84$. Сравнивая вычисления, проделанные для двух симметричных бифуркаций, легко увидеть, что превышение вращательной энергии над поступательной в основном стволе значительно больше там, где угловой раствор между отводящими ветвями больше. Для основного ствола легочной артерии отношение плотностей энергии вращательного и поступательного движения крови имеет величину $W_0^2/U_0^2 = 2,07$, тогда как для брюшной аорты $W_0^2/U_0^2 = 1,17$. Принципиальное отличие двух рассматриваемых случаев заключается в том, что для ветвления легочной артерии рассматриваемая бифуркация является первой на пути кровотока из правого желудочка сердца. Напротив, узел ветвления брюшной аорты на подвздошные артерии существенно удален от выхода крови из левого желудочка сердца. Для деления кровотока он является далеко не первым по счету, поскольку ему предшествует несколько порядков ветвлений аорты, представленного коронарными, сонными, подключичными, межреберными, бронхиальными, чревной и почечными артериями. Во втором случае закрученный поток крови испытывает несколько делений, прежде чем достигнет рассматриваемого узла ветвления. Как следует из расчетов, отношение рассматриваемых кинетических энергий в ветвях легочной артерии определяется величиной $W^2/U^2 = 0,50$ и, соответственно, в ветвях брюшной аорты $W^2/U^2 = 0,71$. То, что для дочерних сосудов в обоих примерах бифуркаций справедливо неравенство $W^2/U^2 < W_0^2/U_0^2$, явно указывает на преобразующую функцию узла бифуркации. Она заключается в том, что при равенстве динамических давлений в потоках до и после узла бифуркации (см. (7)), часть энергии, запасенной во вращательном движении крови основного артериального ствола, переходит в энергию ее поступательного движения в ветвях. Найденная нами связь между кинетическими характеристиками потока крови и динамическими параметрами транспортной кровеносной системы [4] дает возможность, в частности, провести их количественные сопоставления в окрестности узлов симметричного ветвления магистральных сосудов. Эта связь и представленная теория бифуркаций позволяет предсказать определенное соотношение между систолическим и диастолическим давлением в артерии как до ветвления, так и после

него. Воспользуемся выведенным ранее соотношением (17) [4] $\frac{P_s - P_d}{P_d} = \frac{U^2}{W^2}$. Оно эквивалентно следующему выражению:

$$\frac{P_s}{P_d} = \frac{U^2 + W^2}{W^2} = 1 + \frac{U^2}{W^2}. \quad (35)$$

Например, для брюшной аорты вблизи ее ветвления на подвздошные артерии найденное значение $W^2/U^2 = 1,17$ приводит в соответствии с (35) к соотношению

$$\frac{P_s^0}{P_d^0} = 1 + \frac{1}{1,17} = 1,85. \text{ Полученное отношение хорошо согласуется с известными данными}$$

[7], из которых следует, что в брюшной аорте для диастолического давления в диапазоне 70–75 торр соответствующий уровень систолического давления имеет значение в области 130–139 торр. Опираясь на данные по давлению $P_s = 36$ торр и $P_d = 24$ торр для основного ствола легочной артерии, взятые из той же публикации [7], несложно показать, что они также хорошо согласуются с вычисленным соотношением скоростей закрученного потока крови. Подставляя в (35) значение $W^2/U^2 = 2,07$,

$$\text{получим: } \frac{P_s^0}{P_d^0} = 1 + \frac{U^2}{W^2} = 1 + \frac{1}{2,07} = 1,48. \text{ Известные осредненные экспериментальные}$$

значения давлений, полученные на большом статистическом материале, дают величину

$$\frac{P_s^0}{P_d^0} = \frac{36}{24} = 1,50. \text{ На большее численное совпадение теории с экспериментом вряд ли}$$

можно было рассчитывать. Однако при написании данной работы для полноты подтверждения выдвинутых в ней идей нам не хватало экспериментальных данных, доказывающих наличие скачка диастолического давления при переходе через узел ветвления артериальных сосудов. Тем не менее, такие данные для бифуркации легочной артерии все-таки удалось найти, а заодно и правильно их интерпретировать. Речь идет о работе [8], в которой приведенные показатели давления в легочной артерии человека получены с использованием «плывущего зонда» по ходу кровотока (рис. 5). Мы воспользовались данными, представленными на рис. 6. На этом рисунке последовательно изображены фрагменты временных разверток сигнала давления в различных отделах малого круга кровообращения. Фазы записей давления RA, RV, PA и PAWP отвечают положениям катетера, когда его чувствительный наконечник, соответственно, находился в правом предсердии, правом желудочке, основном стволе легочной артерии и одной из ветвей легочной артерии после первой бифуркации. В последнем случае ветвь легочной артерии была закинута катетером с баллончиком. Фрагмент RA характеризует практически нулевой уровень давления в правом предсердии. На фрагменте RV пульсации давления обусловлены последовательной сменой фаз сокращения и расслабления правого желудочка. В состоянии PA чувствительный датчик находился в стволе легочной артерии и регистрировал три уровня давления. Максимальный уровень характеризует систолическое давление ~ 26 торр. Средний уровень ~ 18 торр, показанный на рис. 6 пунктиром, соответствует диастолическому давлению. Наличие на графике самого низкого значения давления ~ 12 торр и переходного процесса, наблюдаемого в окрестности диастолического уровня, объясняется неполным закрытием створок легочного клапана и сбросом крови обратно в правый желудочек во время его диастолы. Причиной, из-за которой срабатывание клапана легочной артерии становится неэффективным, является

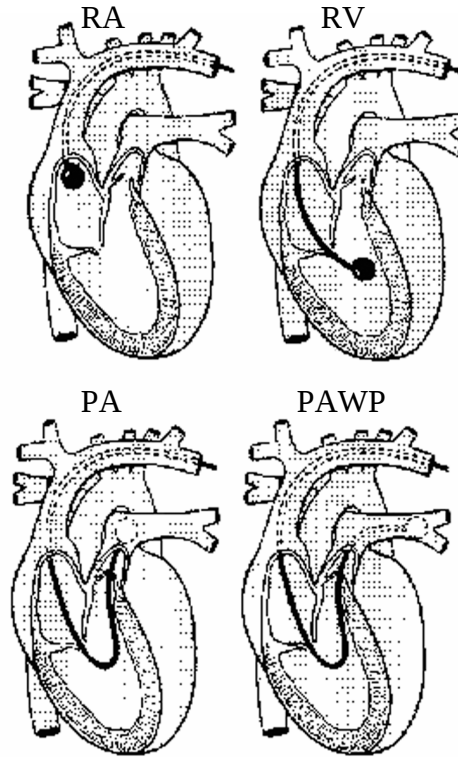


Рис. 5. Катетеризация малого круга кровообращения. Положение плавущего зонда по ходу кровотока. RA – правое предсердие, RV – правый желудочек, PA – ствол легочной артерии, PAWP – заклиненная катетером левая ветвь легочной артерии [8]

вынужденное присутствие в ней протяженного катетера, препятствующего герметичному закрытию створок и создающего имитацию недостаточности легочного клапана. На последнем фрагменте PAWP датчик, установленный в ветви легочной артерии, по вышеуказанной причине не чувствителен к систолическому выбросу и измеряет исключительно диастолическое давление ~ 10 торр. Несмотря на возмущающую роль катетера, данные, полученные с его помощью, хорошо согласуются с нашими теоретическими выводами. Действительно, отношение систолического и диастолического давлений в основном стволе легочной артерии дает

величину $\frac{P_s^0}{P_d^0} = \frac{26}{18} = 1,44$, которая, как было указано выше, близка к значению,

полученному из соотношения скоростей потока крови. Что касается показателей давления в ветви легочной артерии, то систолический уровень в ней должен иметь то же значение, что и в материнском стволе. Это хорошо известный экспериментальный факт, не противоречащий нашему основному принципу отсутствия скачка напряжения в узле ветвления, когда динамическая нагрузка на сосуды в его окрестности максимальна. Уровень же диастолического давления в ветви, предполагаемый теоретически, можно оценить, воспользовавшись выражением (35), $P_d = P_s / (1 + U^2/W^2) = 26 / (1 + 1/0.5) \approx 9$ торр. Мы считаем, что если бы измерение давления производилось невозмущающим методом, то расхождение теории с экспериментом было бы существенно меньшим.

Анализируя соотношение между показателями диастолического давления в материнской и дочерних ветвях симметричной бифуркации легочной артерии, мы обратили внимание на интересный факт совпадения. Оказалось, что диастолическое давление в стволе легочной артерии с большой точностью равно сумме диастолических

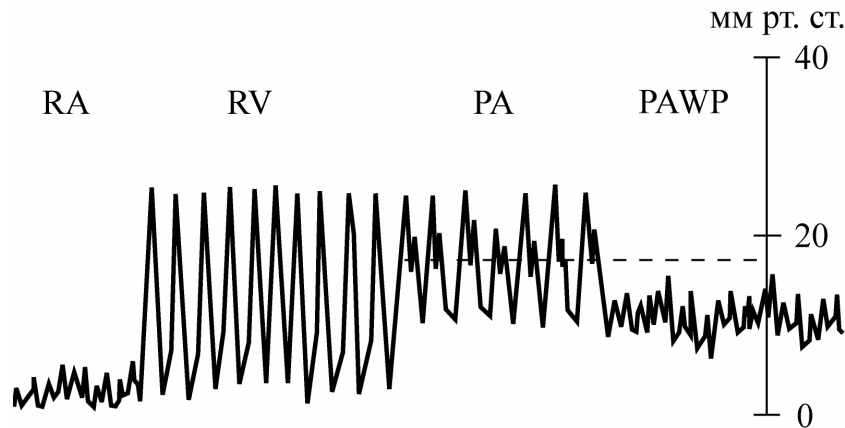


Рис. 6. Вариации систолического и диастолического давления в разных отделах малого круга кровообращения. RA – правое предсердие, RV – правый желудочек, PA – ствол легочной артерии, PAWP – заклиненная катетером левая ветвь легочной артерии [8].

Дополнительная штриховая линия нанесена авторами настоящей публикации

давлений в ее ветвях. Поскольку, как было показано в [4], диастолический показатель пропорционален плотности вращательной энергии крови, мы выяснили, какие условия ветвления рассматриваемой артерии соответствуют точному алгебраическому равенству:

$$W^2 = \frac{W_0^2}{2}. \quad (36)$$

Для этого, воспользовавшись выражениями (29) и (33), устанавливаем связь:

$$W^2 = \frac{8W_0^2 \cos^3 \theta}{(2 + \cos^3 \theta)^2}. \quad (37)$$

Приравниванием левых частей выражений (36) и (37) получаем следующее, более простое уравнение:

$$\cos^3 \theta = 6 - 4\sqrt{2}. \quad (38)$$

Решением этого уравнения является угол $\theta = 45,57^\circ$, близкий к тому, который был измерен опытным путем. Примечательным является и то, что подстановка (38) в (33) приводит к соотношению $\frac{W_0}{U_0} = \sqrt{2} \operatorname{tg}(45,57^\circ) \approx 1,02\sqrt{2}$, которое с двухпроцентной

точностью совпадает с отмеченным выше соотношением, характеризующим свойства закрученного потока в воронкообразных каналах [5]. Поскольку легочный круг кровообращения гораздо короче, чем системный, то полученное соотношение вращательной и поступательной компонент винтового потока крови в области бифуркации легочной артерии показывает, что суммарное сопротивление в дочерних ветвях равно сопротивлению в материнском стволе. Это соответствует с 3%-й точностью равенству диастолического давления в стволе легочной артерии сумме диастолических давлений в ее дочерних ветвях. Таким образом, закономерность ветвления магистрального русла заключается в следующем.

Теоретически и экспериментально установлена неизвестная ранее закономерность ветвления магистральных артерий и вен системы кровообращения человека и животных, заключающаяся в том, что в окрестности любого узла винтовой бифуркации крупных кровеносных сосудов, сопровождающей дихотомическое деление или слияние закрученных потоков крови, между диаметрами сосудов, углами их ветвления и тремя парами вращательной и поступательной скоростей соответствующих

потоков существует однозначная математическая связь, обусловленная инвариантностью массового расхода, динамического давления, а также потоков вращательного и поступательного количества движения крови.

Далее покажем впервые установленные структурно-функциональные связи в узлах бифуркаций микрососудистого русла.

Закономерность ветвления микрососудистого русла системы кровообращения

Изучение кровотока в капиллярах звена микрогемоциркуляции постоянно привлекает особое внимание широкого круга исследователей. Интерес к этому отделу сердечно-сосудистой системы обусловлен основополагающей ролью капилляров в обменных процессах живого организма. Исследования в этой области необходимы для понимания преемственных связей в функционировании системы кровообращения в целом. Однако проблема структурно-функциональных связей звена микрогемоциркуляции до настоящего времени не решена. В частности, не изучены взаимоотношения геометрических параметров микрососудов с динамическими характеристиками кровотока в них. Для того чтобы понять, что лежит в основе функционирования микрососудистого русла, представляющего собой громадную сеть ветвлений, необходимо знать гидродинамические процессы, происходящие в отдельном узле бифуркации. Попытки других исследователей решить этот вопрос не привели к успеху.

В данном разделе мы приводим новый подход в решении указанной проблемы. Прежде всего, отметим существенное структурно-функциональное отличие микрососудистого русла от магистральных кровеносных сосудов. Ряд специфических особенностей устройства и функционирования крупных и мелких кровеносных сосудов указывает на то, что подходы к их описанию должны существенно различаться. Другими словами, идеи, используемые нами в поиске закономерностей ветвления магистральных артерий и вен, не могут быть применены в описании микрососудистых бифуркаций. Отличие этих отделов системы кровообращения заключается в следующем. Во-первых, среди геометрических параметров необходимо отметить различие на 3–4 порядка в размерах кровеносных сосудов этих звеньев. Во-вторых, они отличаются по динамическим характеристикам кровотока. В магистральном русле артерий, по сравнению с микрососудистым, кровоток носит импульсный характер, а скорость и динамическое давление (скоростной напор) превышают аналогичные показатели, соответственно, в тысячу и миллион раз. Поскольку скоростной напор кровотока в капиллярах в 10^6 раз меньше, чем в артериях, то силовые напряжения, имеющиеся в узлах их бифуркаций, ничтожно малы. С другой стороны, в капиллярах доминирующее значение имеет вязкое трение, поскольку при переходе к сосудам, отличающимся по диаметру в 10^3 – 10^4 раз, сопротивление потоку возрастает, соответственно, в 10^{12} – 10^{16} раз. В-третьих, в капиллярах скорость движения крови мала и практически постоянна [9]. При переходе к ним функция вращательного движения крови полностью себя реализовала, а поток здесь приобретает исключительно поступательный характер.

По существу, единственным общим принципом, лежащим в основе деления и слияния потоков крови на уровне бифуркаций магистрального и микрососудистого русла системы кровообращения, является дихотомия.

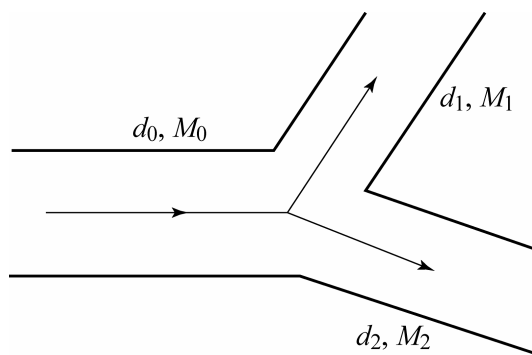


Рис. 7. Схема ветвления микрососудов

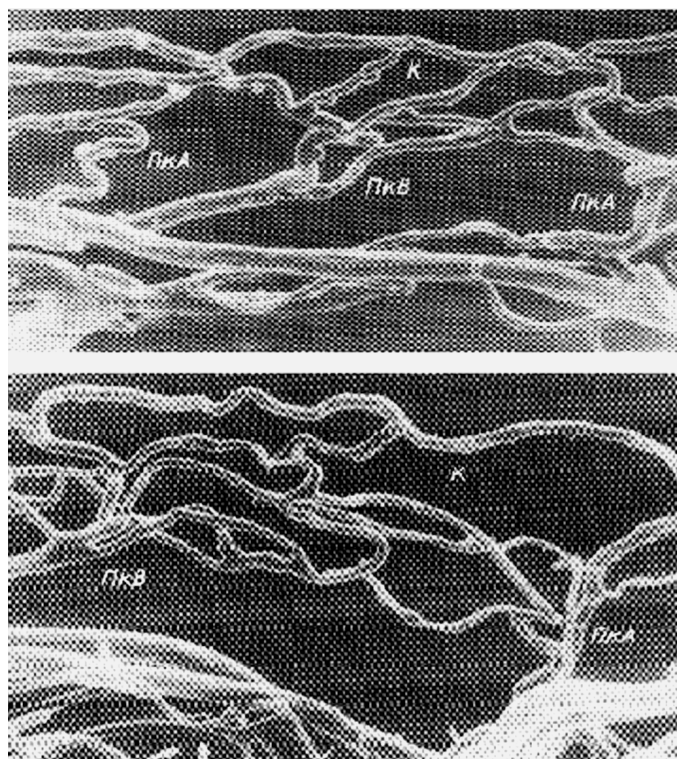


Рис. 8. Разнообразие углов ветвления микрососудов. Сканирующая электронограмма, увеличение 310. К – капилляр, ПКА – прекапиллярная артериола, ПКВ – посткапиллярная венула [10]

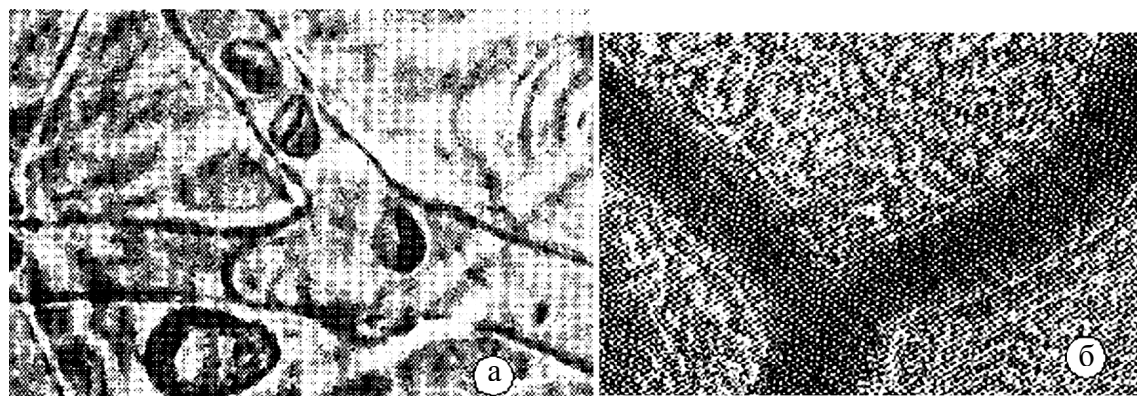


Рис. 9. Бифуркации микрососудов. Фрагменты прижизненных микрокинограмм, увеличение 400: а – капилляры [10], б – венулы [11]

В связи со сказанным выше, в качестве основополагающих законов, определяющих явление дихотомического деления и слияния потоков крови в микрососудах, мы использовали закон Пуазейля и закон сохранения массового расхода в единицу времени. Согласно схеме ветвления микрососудов, представленной на рис. 7, единичную бифуркацию капилляров будем характеризовать следующими параметрами: D_0 , D_1 , D_2 и M_0 , M_1 , M_2 , где D_0 – диаметр материнского сосуда, D_1 и D_2 – диаметры дочерних микрососудов, а M_0 , M_1 , и M_2 – массовые расходы крови в соответствующих микрососудах. Тогда закон сохранения массового расхода в единицу времени выражается следующим скалярным уравнением:

$$M_0 = M_1 + M_2. \quad (39)$$

Далее, закон Пуазейля (11), справедливый для всех трех капилляров в окрестности узла их ветвления, будем использовать в следующем виде:

$$M_i = \left(\frac{dP}{dl} \right)_i \frac{1}{r_i}, \quad (40)$$

где $i = 0, 1, 2$; $(dP/dL)_i$ – градиент давления вдоль линии тока в каждом из микрососудов, а $r_i = \frac{128\eta_i}{\pi D_i^4}$ – их соответствующее гидродинамическое сопротивление.

Подставляя (40) в (39) и используя принцип отсутствия скачка градиента давления на смежных линиях тока крови в области узла бифуркации, т. е. $\left(\frac{dP}{dl} \right)_0 = \left(\frac{dP}{dl} \right)_1 = \left(\frac{dP}{dl} \right)_2$, получим следующее соотношение для гидродинамических сопротивлений:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}. \quad (41)$$

Поскольку для любого ветвления капилляров, имеющих практически одинаковый поперечный размер, нет оснований считать, что коэффициент вязкости в них различный, то, полагая $\eta_0 = \eta_1 = \eta_2$, выражение (41) окончательно легко преобразовать в следующее простое соотношение

$$D_0^4 = D_1^4 + D_2^4. \quad (42)$$

Выведенное соотношение (42) имеет другое эквивалентное выражение

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2, \quad (43)$$

где S_0 , S_1 и S_2 – площади поперечных сечений сосудов.

Что касается углов ветвления в микрососудистом русле, то они не связаны с динамическими параметрами кровотока (см. рис. 8). Мы считаем, что в каждом отдельном случае бифуркации углы ветвления определяются конфигурацией элементов микрососудистой сети, обеспечивающей оптимальность обменных процессов в конкретных индивидуальных тканевых структурах живого организма.

Закономерность ветвления микрососудистого русла, выраженная математическим соотношением (42), проверена нами на практике. Для этого использовалась математическая связь, эквивалентная соотношению (42):

$$1 = \left(\frac{D_1}{D_0} \right)^4 + \left(\frac{D_2}{D_0} \right)^4. \quad (44)$$

На рис. 9 приведены примеры бифуркаций микрососудов, на которых проведены измерения, подтвердившие справедливость теоретически найденного соотношения (44). Необходимо отметить, что для артериол и венул указанное соотношение также

справедливо. Мы считаем, что найденная зависимость выполняется только для микрососудов, в которых наблюдается исключительно поступательный кровоток. Таким образом, закономерность ветвления микрососудистого русла заключается в следующем.

Теоретически и экспериментально установлена неизвестная ранее закономерность ветвления микрососудистого русла системы кровообращения на примере артериол, капилляров и венул, заключающаяся в том, что в окрестности любого узла бифуркации микрососудов, сопровождающей дихотомическое деление или слияние потоков крови, независимо от углов ветвления, квадрат площади поперечного сечения большего микрососуда равен сумме квадратов площадей меньших; обусловленная сохранением массового расхода крови в единицу времени и отсутствием скачка градиента давления в сопряженной области трех линий тока крови.

В завершение представленной работы изложим главные положения новой концепции механики кровообращения.

Заключение

Установленные авторами неизвестные ранее законы ветвления кровеносных сосудов полнее раскрывают сущность явления образования винтового потока крови в сердечно-сосудистой системе. При изучении закономерности ветвления артерий и вен определяющим явилось дихотомическое деление или слияние закрученных потоков крови и морфометрические особенности узлов бифуркаций кровеносных сосудов. Закономерность ветвления кровеносного русла установлена на основе известных законов сохранения в физической гидродинамике и впервые использованного принципа равномерности и минимальности силовой нагрузки в транспортных системах живого организма. Найдена однозначная математическая связь между диаметрами кровеносных сосудов, углами их ветвления и тремя парами вращательной и поступательной скоростей соответствующих закрученных потоков крови в окрестности узлов бифуркаций. Выявленные структурно-функциональные связи при изучении закономерности ветвления магистрального кровеносного русла хорошо согласуются с фактами необходимости винтового движения крови в сердечно-сосудистой системе.

Установлено, что закономерность ветвления микрососудистого русла определяется другими структурно-функциональными связями. Основопологающим в этих связях является равномерное поступательное движение крови с малой скоростью, вязкое пуазейлевское течение, малые размеры кровеносных сосудов, отсутствие прямой связи между диаметрами микрососудов и углами их ветвления. Для площадей поперечных сечений любых трех микрососудов, связанных одним узлом бифуркации, получена простая математическая связь, определяемая равенством массовых расходов до и после деления или слияния потоков крови.

Полученные фундаментальные результаты исследований биомеханики кровообращения найдут применение в научной и практической медицине.

Список литературы

1. Roux W. *Über die Verzweigungen der Blutgefäße. Eine morphologische Studie* // Z Naturwissenschaft. 1878. V. 12. P. 205-266.

2. *Murray C.D.* The Physiological principle of minimum work applied to the angle of branching of arteries // *J General Physiology*. 1926. V. 9. №6. P. 835-841.
3. 10th World Congress World Society of Cardio-Thoracic Surgeons, Vancouver-BC- Canada. Cardiovascular Engineering. 2000. V.5. № 2. P. 102.
4. *Багаев С.Н., Захаров В.Н., Орлов В.А.* Закономерности ветвления кровеносного русла: Препринт № 2/ Российская академия наук, Сибирское отделение, Институт лазерной физики, ИПП «Офсет». М., 2000.
5. *Багаев С.Н., Захаров В.Н., Орлов В.А.* Физические механизмы транспортных систем живого организма: Препринт № 1 / Российская академия наук, Сибирское отделение, Институт лазерной физики, ИПП «Офсет». М., 1999.
6. *Bagayev S.N., Zakharov V.N., Orlov V.A.* On a Universal Mechanism of Motion of Biological Media in Transport System of an Organism // *Laser Physics*. 2001. V. 11. № 11. P. 1228-1231.
7. Физиология кровообращения: Физиология сосудистой системы: Руководство по физиологии. Л.: Наука, 1984.
8. *Martin L.* Pulmonary physiology in clinical practice. Pulmonary circulation. St. Louis: MOSBY, 1987.
9. *Krogh A.* The anatomy and physiology of capillaries. New Haven, 1922.
10. *Козлов В.И., Мельман Е.П., Нейко Е.М., Шутка Б.В.* Гистофизиология капилляров. СПб.: Наука, 1994.
11. *Чернух А.М., Александров П.П., Алексеев О.В.* Микроциркуляция. М.: Медицина, 1975.

S. N. Bagayev, V.N. Zakharov, V.A. Orlov (Novosibirsk, Russia)

LAWS OF BRANCHING OF BLOOD VESSELS

In this paper, the results of fundamental investigations of the structural-functional relations at the branching nodes of large arteries and veins as well as microvessels are presented. These results of investigations supplement the new direction based on scientific discoveries of the authors in this field of knowledge. In the hydrodynamic investigations of blood circulation system, we used physical conservation laws with a local dynamic approach at the bifurcation nodes of blood vessels. For the development of the theory of vascular bifurcations, it was necessary to take into account the principle of uniform and minimal power load on blood vessels used by animate nature to construct and form the transport system. The essence of the division or merging of twisted blood flows in the cardiovascular system was revealed in the process of search for the regularity of dichotomic branching of large arteries and veins. The law of branching of large blood vessels determines the mathematical relation between the morphometric parameters of blood vessels and kinematic characteristics of the helical blood flow at the bifurcation nodes of arteries and veins. The use of another physical approach, which takes into account small sizes of vessels, low velocity, the viscous Poiseuille flow, and the translational character of blood motion, has made it possible to reveal differences in the structural-functional organization of large and small blood vessels. The law of branching of microvessels determines the mathematical relation between the morphometric parameters of microvessels and the kinetic characteristics of the Poiseuille blood flow in arterioles, capillaries, and venules. The detected phenomena and the laws form a basis for the transport function of the cardiovascular system. The results obtained are of great value for scientific and practical medicine.

Key words: blood circulation biomechanics, cardiovascular system, helical blood flow, branching of large blood vessels, branching of microvessels, helical bifurcations of arteries and veins, systolic arterial pressure, diastolic arterial pressure, scientific discoveries.

Получено 4 ноября 2002 года