

## Валентин Анатольевич Скворцов

(к семидесятилетию со дня рождения)

25 июня 2005 г. исполнилось 70 лет известному специалисту в области действительного анализа, доктору физико-математических наук, заслуженному профессору Московского государственного университета Валентину Анатольевичу Скворцову.

Область его научных интересов и исследований — общие конструкции интегрирования и дифференцирования, их свойства и взаимосвязи, теория ортогональных рядов и гармонический анализ. Его результаты сыграли определяющую роль в решении принципиальных вопросов, относящихся к обобщенному интегрированию и проблематике представления функций рядами по общим и специальным ортогональным системам. Количество и тематика работ, выполненных и опубликованных Валентином Анатольевичем совместно с его учениками и коллегами только за последние 10 лет, показывают, что он является инициатором, вдохновителем и организатором исследований в том направлении действительного анализа, которое восходит к классическим работам Э. Бореля, А. Данжуа, А. Н. Колмогорова, Н. Н. Лузина, Д. Е. Меньшова, О. Перрона.

В. А. Скворцов родился в станционном поселке Волосово Ленинградской области в учительской семье. Математическое образование он получил на механико-математическом факультете МГУ и в аспирантуре отделения математики механико-математического факультета, его научным руководителем был Д. Е. Меньшов. Валентин Анатольевич хранит самые теплые и благодарные воспоминания о факультете того времени и особенно о творческой атмосфере и энтузиазме, с которым как маститые профессора, так и молодые сотрудники увлеченно приобщали студентов к исследовательской работе.

В студенческие и аспирантские годы В. А. Скворцов получил результаты по обобщенному интегрированию, которые сразу привлекли внимание специалистов. Интерес к обобщенным интегралам Валентин Анатольевич воспринял от своего учителя Дмитрия Евгеньевича Меньшова, который в своей первой публикации (1914) дал ответ на вопрос о взаимосвязи интегралов Бореля и Данжуа, обобщающих интеграл Лебега.

В студенческие и аспирантские годы В. А. Скворцов получил результаты по обобщенному интегрированию, которые сразу привлекли внимание специалистов. Интерес к обобщенным интегралам Валентин Анатольевич воспринял от своего учителя Дмитрия Евгеньевича Меньшова, который в своей первой публикации (1914) дал ответ на вопрос о взаимосвязи интегралов Бореля и Данжуа, обобщающих интеграл Лебега.

Известно, что развитие действительного анализа обусловило в начале XX в. постановку следующих двух задач — восстановить функцию по ее производной и найти коэффициенты тригонометрического ряда по его сумме; обе задачи приводят к необходимости обобщений конструкции лебеговского интегрирования. В 1912 г. А. Данжуа построил интеграл, с помощью которого решил первую задачу. Этот интеграл называется специальным в отличие от общего интеграла Данжуа, который восстанавливает функции по аппроксимативным производным. А. Данжуа решил и вторую из указанных выше задач, предложив для этого конструкцию интеграла — тотализацию  $T_{2S}$ .

Первые работы В. А. Скворцова посвящены взаимоотношениям интегралов Данжуа. В своей дипломной работе он показал, что тотализация  $T_{2S}$  и общий интеграл Данжуа не согласованы. Этот результат оказался неожиданным. Представленный в «Математический сборник» для опубликования, он был по предложению и рекомендации А. Н. Колмогорова анонсирован в журнале «Доклады АН СССР». В последовавших затем работах В. А. Скворцов показал, что тотализация  $T_{2S}$  не покрывает общий интеграл Данжуа. Специальный же интеграл Данжуа тотализация  $T_{2S}$  покрывает, что следует из результата В. А. Скворцова о связи между так называемыми  $CP$ -интегралом и тотализацией  $T_{2S}$ . Им были выяснены



также взаимоотношения общего интеграла Данжуа и ряда связанных со второй задачей “тригонометрических” интегралов (Бёркеля, Марцинкевича–Зигмунда, Джеймса).

Что касается задачи восстановления коэффициентов ряда по его сумме для общих ортогональных систем, то постановка этого вопроса корректна, если имеется свойство единственности представления функций такими рядами. Это привело В. А. Скворцова к исследованиям вопросов единственности представления функций ортогональными рядами, как сходящимися, так и суммируемыми регулярными методами. В 60-е гг. он активно включился в работу по изучению рядов Хаара. Это направление в те годы интенсивно развивалось в московской школе теории функций по инициативе П. Л. Ульянова. В. А. Скворцов получил различные варианты теорем единственности для систем Хаара и Уолша и изучил для них свойства множеств единственности.

Здесь уместно отметить, что среди традиций лужинской школы теории функций одна из важнейших — это построение примеров, обосновывающих окончательность полученных результатов. В ряду таких достижений — построенный В. А. Скворцовым с помощью сложной и тонкой конструкции пример нетривиального ряда Уолша со стремящимися к нулю коэффициентами, у которого некоторая подпоследовательность частичных сумм сходится к нулю. Валентин Анатольевич вспоминает, что работал над этим примером многие месяцы, и считает эту конструкцию самой сложной в техническом отношении своей работой. Заметим, что вопрос о возможности такого примера для тригонометрической системы остается открытым. В. А. Скворцовым построен также первый пример совершенного  $M$ -множества меры нуль для системы Уолша.

Установив теоремы единственности, В. А. Скворцов предложил конструкции интегралов, решающих задачу восстановления коэффициентов сходящихся рядов Хаара и Уолша по их сумме; аналогичная задача решена и в случае кратных ортогональных рядов. Системы Хаара и Уолша наряду с тригонометрической системой играют принципиальную роль в гармоническом анализе. Система Хаара интересна своими мартингальными свойствами, а также тем, что она представляет собой простейший пример системы всплесков; система Уолша является важной моделью ортогональных систем в контексте гармонического анализа на группах. Весьма интересные результаты в теории рядов Хаара получены учениками В. А. Скворцова М. Плотниковым, Н. Бокаевым и др. Теории всплесков большое внимание уделяется на научном семинаре В. А. Скворцова и его учеников Т. П. Лукашенко и А. П. Солодова.

В последние годы В. А. Скворцов (совместно с Ф. Тулоне) получил ряд результатов о представлении функций рядами по системе характеров нульмерных абелевых групп; среди них — построение неабсолютных интегралов (на таких группах) и формулы обращения для обобщенного преобразования Фурье. Обобщив введенное А. Н. Колмогоровым математическое ожидание в смысле  $A$ -интеграла на случай условного математического ожидания, В. А. Скворцов стал изучать мартингалы относительно  $A$ -интеграла. Им и его учеником В. В. Костиным найдены условия, при которых ряды Хаара и Уолша являются рядами Фурье относительно  $A$ -интеграла.

Принципиальное значение имеет выработка единого подхода к задаче восстановления коэффициентов ортогонального ряда по его сумме, и в этом В. А. Скворцов принял активное участие. Ключевым здесь оказался метод Хенстока–Курцвейля введения интегралов с помощью обобщенных сумм Римана, построенных относительно различных дифференциальных базисов. Из работ, выполненных в московской школе и посвященных таким интегралам, отметим ряд публикаций самого Валентина Анатольевича и несколько диссертационных работ, выполненных под его руководством.

Важную роль в теории Хенстока играет понятие вариационной меры, определяемой функцией. Свойство абсолютной непрерывности таких мер приводит к новой дескриптивной характеристике интегралов Лебега, Данжуа–Перрона и др. Ряд результатов в этом направлении получен Валентином Анатольевичем совместно с его коллегами Б. Бонжорно, Л. Ди Пьяца и учениками Ф. Тулоне и П. Сваровски. Сюда примыкает построенный В. А. Скворцовым и П. Хамке пример непрерывной функции, которая имеет симметрическую производную и при этом не обладает  $N$ -свойством Лузина.

В. А. Скворцовым и А. Боккуто построены обладающие необычным свойством интегралы (типа Хенстока) для функций со значениями в векторных решетках. Интегралы Хенстока могут быть определены и в бесконечномерных пространствах, свойства таких интегралов и их связь с интегрированием по мере Винера изучены в работе В. А. Скворцова и П. Мальдони. Недавний результат Валентина Анатольевича, полученный совместно с Р. Хенстоком и П. Мальдони, завершает построение интеграла Хенстока в  $R^{[0,1]}$ .

Активная научная работа В. А. Скворцова в области действительного анализа отмечена в 1996 г. почетной наградой оргкомитета конференции, которую ежегодно проводит редколлегия журнала “Real Analysis Exchange”. Список математических работ В. А. Скворцова содержит более 150 названий. Широкую известность получила монография “Ряды и преобразования Уолша”, написанная им совместно с Б. И. Голубовым и А. В. Ефимовым. Несколько работ В. А. Скворцова посвящено вопросам школьного

математического образования, среди них — учебное пособие “Международные математические олимпиады”, подготовленное в сотрудничестве с Е. А. Морозовой и И. С. Петраковым. Ряд лет (с 1963 г.) Валентин Анатольевич работал в школе-интернате им. А. Н. Колмогорова при МГУ. В этой школе он также вел кружок по генетике, и было это еще до реабилитации этой науки.

Общественная работа В. А. Скворцова многообразна. Он был депутатом Моссовета в начале 90-х гг., заместителем председателя комиссии Моссовета по образованию, вице-президентом английского клуба на мехмате МГУ, членом редколлегии журнала “Математика в школе”. В настоящее время он — председатель правления клуба ученых МГУ, созданного при его активном участии.

За время работы на кафедре теории функций и функционального анализа механико-математического факультета МГУ В. А. Скворцов подготовил 16 кандидатов физико-математических наук, трое его учеников защитили докторские диссертации. Его лекции и семинары пользуются неизменным успехом у студентов и аспирантов мехмата.

За многолетнюю плодотворную научную, педагогическую и общественную деятельность В. А. Скворцов удостоен звания заслуженного профессора Московского государственного университета.

Ученики и коллеги по Московскому университету сердечно поздравляют Валентина Анатольевича Скворцова с его 70-летием и желают юбиляру на долгие годы сохранить присущую ему молодость духа.

*Т. П. Лукашенко, С. М. Никольский, А. М. Степин, П. Л. Улянов*