5. Попов Н.Н. Некоторые задачи теории квантовых вероятностей. М.: Изд-во ВЦ РАН, 1991. 64 с.
6. Попов Н.Н. Элементы теории квантовых вероятностей. М.: Изд-во ВЦ РАН, 1996. 206 с. ISBN: 5-201-09726-X.
7. Хренников А.Ю. Неколмогоровские теории вероятностей и квантовая физика. М.: Физматлит, 2003. 208 с.
8. Анишелевич В.В., Гольдштейн М.Ш. Операторные алгебры в статистической механике и некоммутативная теория вероятностей // Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Новые достижения. Том 27. М.: ВИНТИ, 1985. С. 191-228.
9. Холево А.С. Квантовая вероятность и квантовая статистика // Теория вероятностей - 8. Итоги науки и техники. Серия: Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Том 83. М.: ВИНТИ, 1991. С. 5-132.
10. Тарасова С.С. Теория вероятностей в задачах авиационной техники. Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 1984. 70 с.

УРАВНЕНИЕ ПИФАГОРА И ЗАГАДКА ФЕРМА

Баталов А.П. Email: Batalov638@scientifictext.ru

*Баталов Андрей Петрович - кандидат технических наук, доцент,
кафедра машиностроения,
Санкт-Петербургский горный университет, г. Санкт-Петербург*

Аннотация: предложено общее доказательство уравнения Пифагора и теоремы Ферма. Для этого члены уравнений формируются в соответствии с традицией – два нечетных взаимно простых числа (Z , Y) в степени n , разность этих выражений должно дать четное число X в степени n . Принимаем $X=kx$, что допустимо, т.к. разность $Z^n - Y^n$ всегда имеет хотя бы один делитель, например, $Z - Y$ при любых n . Поиск решения этих уравнений при целочисленных величинах Z , Y , X и $n \geq 3$ проводится, если представить $Z=a+x$, $Y=a-x$; или $Z=z$, $Y=z-x$; $X=kx$ – всегда. Величины z , a , x , k – попарно простые числа. Доказательство весьма краткое и применяется только принцип делимости и соотношение четности.

Ключевые слова: уравнение Пифагора, теорема Ферма, общее доказательство.

PYTHAGORAS EQUATION AND THE RIDDLE OF FERMAT

Batalov A.P.

*Batalov Andrej Petrovich – PhD, Associate Professor,
THE DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING,
STATE MINING UNIVERSITY, ST.-PETERSBURG*

Abstract: the general proof of the Pythagorean equation and Fermat's theorem. For this purpose, equations members are formed in accordance with the tradition - two odd coprime numbers (Z , Y) to the power n , the difference between these expressions should give even number X to the power of n . Take $X = kx$, it is permissible, because difference $Z^n - Y^n$ always has at least one divider, e.g., $Z - Y$ for any n . Search for solutions to these equations with integer values of Z , Y , X and $n \geq 3$ held if present $Z = a + x$, $Y = a - x$; or $Z = z$, $Y = z - x$; $X = kx$ -always. Values of z , a , x , k - pairwise prime numbers. The proof is very short and only the principle of divisibility and the parity ratio.

Keywords: the equation Pythagoras, Fermat's theorem, general proof.

УДК 5.510.2

Известна «формула индусов» или уравнение Пифагора $z^2 - y^2 = x^2$ [1, с. 457], есть несколько вариантов решения этого уравнения в целых числах. Хочу представить свой вариант решения, который позволяет несколько расширить рамки его применения для высших степеней [1, с. 607].

Пусть $z = a + x$, $y = a - x$, где $z > y$; $a > x$, a и x – взаимно простые числа; z, y, a, x – целые числа; z, y, a – нечетные, x – четное число. [2, с.19].

$$z^2 - y^2 = x^2 = (a + x)^2 - (a - x)^2 = 4ax = x^2, \quad 4a = x \quad (1)$$

Это несколько странный результат, но он дает нам почти классический ответ:

Если $x=4, a=1, z=5, y=-3$.

Нас не устраивает, что x больше a . Сделаем так:

$$z^2 - y^2 = k^2 x^2 = (a + x)^2 - (a - x)^2 = 4ax, \quad 4a = k^2 x; \quad (2)$$

Выбираем k (рациональное число) и x такими, чтобы обеспечить a нечетным целым числом, хотя есть и вариант:

пусть $k = 4, a = 4, x = 1$, то $z = 5, y = 3, kx = 4$.

Выбирая различные значения k , как целые, так и дробные, мы можем получить все возможные Пифагоровы тройки целых чисел z, y, kx , при соблюдении равенства $4a = k^2 x$. Одно из этих чисел обязательно будет иметь делитель 3.

Пусть $k = 3, a = 9, x = 4$, то $z = 13, y = 5, kx = 12$

Примем $k = 2$, тогда $a = x, y = 0, z = x$.

Пусть $k = 13/6, x = 144, a = 169$, то $z = 313, y = 25, kx = 312$.

Используем такой подход для разности кубов, но $k \geq 2$ принимаем только целые:

$$z^3 - y^3 = (a + x)^3 - (a - x)^3 = (kx)^3$$

$$\text{Или } 6a^2 + 2x^2 = k^3 x^2; \quad 3a^2 + x^2 = k^3 x^2 / 2, \quad (3)$$

что противоречит условию решения в целых числах, левая часть равенства – нечетное число, а правая – четное при любых значениях « k » и « x », т.к. $x = 2^n x_1$. Также появляется требование делимости « a » на « x_1 ».

То же получим для уравнений пятой и седьмой степени и других нечетных степеней:

$$z^5 - y^5 = (a + x)^5 - (a - x)^5 = (kx)^5$$

$$\text{или } 5a^4 + 10a^2 x^2 + x^4 = k^5 x^5 / 2. \quad (4)$$

$$z^7 - y^7 = (a + x)^7 - (a - x)^7 = (kx)^7 \text{ или}$$

$$7a^6 + 35a^4 x^2 + 21a^2 x^4 + x^6 = k^7 x^7 / 2. \quad (5)$$

$$\text{Также } z^4 - y^4 = 8ax(a^2 + x^2) = k^4 x^4 \text{ или } 8a(a^2 + x^2) = k^4 x^3,$$

$$a(a^2 + x^2) = k^4 x_1^3; \quad (6)$$

т.е. опять появляется требование делимости « a » на « x_1 ». Итак, уравнение $z^n - y^n = (kx)^n$ при $n \geq 3$ также не может быть решено в целых числах.

Оказывается, что похожий путь доказательств можно провести, если принять $z, y = z - x$, при прежних условиях: z, y – нечетные, x – четное.

$$z^2 - y^2 = z^2 - (z - x)^2 = 2zx - x^2 = k^2 x^2, \quad 2z = k^2 x + x. \quad (7)$$

$$\text{Если } x = 2x_1, x_1 \text{ – нечетное, } k \text{ – четное, } z = (k^2 + 1)x_1. \quad (8)$$

Пусть $x_1=3, x=6, k=2$, тогда $z = 15, y = 9, kx = 12$.

Примем $x_1=5, x=10, k=4$, тогда $z = 85, y = 75, kx = 40$.

Для более высоких степеней z, y – нечетные, x – четное, k – натуральное число.

$$\text{Если } z^3 - y^3 = z^3 - (z - x)^3 = (kx)^3 \text{ или } 3z^2 - 3zx + x^2 = k^3 x^2. \quad (9)$$

$$\text{При } z^4 - y^4 = z^4 - (z - x)^4 = k^4 x^4 \text{ или } 4z^3 - 6z^2 x + 4zx^2 - x^3 = k^4 x^3. \quad (10)$$

В уравнениях (9), (10) также требуется делимость z и x_1 , что противоречит условию взаимной простоты, к тому же еще левая часть уравнения – нечетное число, а правая – четное. Такие же результаты получаются для всех высших степеней

Следовательно, уравнение $z^n - y^n = (kx)^n$ при $n \geq 3$ также не может быть решено в целых числах, каждое из которых отлично от нуля.

Можно попробовать этот подход для исследования гипотезы А. Била [3 с. 1436-1437], где фигурируют А,В,С, х,у,з - положительные целые числа; х, у, z >2. А, В, С – взаимно простые числа, что требует, чтобы два числа были нечетными, одно - четное.

«Если $A^x+B^y=C^z$, то А, В, С имеют общий делитель». Мне кажется это парадоксальным предположением, противоречащим взаимной простоте А, В, С; но посмотрим, что получится, если опять использовать примитивный подход.

Пусть $x \leq y \leq z$ [3, с. 1436] и $C^z - B^y = A^x$. Обозначим $C=c$, $A=a$, $B=c-a$; полагаем, что $c > a$; c, a- взаимно простые числа. Сделаем соответствующие подстановки:

$$c^z - (c-a)^y = a^x \text{ или } c^z - c^y + yc^{y-1}a - \frac{y(y-1)}{1 \cdot 2}c^{y-2}a^2 + \dots + yca^{y-1} - a^y = a^x. \quad (11)$$

$$c^y(c^{z-y}-1) + yc^{y-1}a - \frac{y(y-1)}{1 \cdot 2}c^{y-2}a^2 + \dots + yca^{y-1} = a^y + a^x = a^x(a^{y-x}+1) \quad (12)$$

Возможно, что $c^{z-y} \equiv 1 \pmod{a}$, $(c^{z-y}-1)$ – четное число, обозначим $c^{z-y}-1=Ka$, тогда равенство (12) можно сократить на «а»:

$$c^yK + yc^{y-1} - \frac{y(y-1)}{1 \cdot 2}c^{y-2}a + \dots + yca^{y-2} = a^{x-1}(a^{y-x}+1), \quad (13)$$

В (13) появляется возможность обосновать делимость а/с или с/а, но также есть еще $(a^{y-x}+1)$ – нечетно, то возможно оно имеет делитель ‘с’, обозначим

$a^{y-x}+1=Mc$ и сократим обе части равенства (13) на общий делитель ‘с’:

$$c^{y-1}K + yc^{y-2} - \frac{y(y-1)}{1 \cdot 2}c^{y-3}a + \dots + ya^{y-2} = a^{x-1}M, \quad (14)$$

$$c^{y-2}(cK+y) - \frac{y(y-1)}{1 \cdot 2}c^{y-3}a + \dots + ya^{y-2} = a^{x-1}M, \quad (15)$$

Через какое-то количество шагов таких сокращений мы получим странное равенство, которое нам никак не покажет возможный общий делитель для А,В,С:

$$T + ya^{y-n} = M, \quad (16)$$

Этот путь исследования гипотезы Била – тупиковый, возможно, что неопределенность значений х, у, z усложняет подобный анализ.

«Диафантовы тройки» чисел, приведенные в статье [3, с. 1437] практически все включают одно число с показателем 2, что запрещено гипотезой Била, например: $2^5+7^2=3^4$; $7^3+13^2=2^9$; $2^7+17^3=71^2$; $3^5+11^4=122^2$; ... $33^3+1549034^2=15613^3$.

Приведенные примеры также не имеют общих делителей.

Список литературы / References

1. Математический энциклопедический словарь. Гл. редактор Ю.В. Прохоров. Изд. «Советская энциклопедия». М., 1988.
2. *Рибенбойм П.* Последняя теорема Ферма для любителей. М. «Мир», 2003.
3. *Mauldin R. Daniel.* A Generalization of Fermat’s Last Theorem: The Beal Conjecture and Prize Problem.. Notices of the AMS. V. 44. Number 11.