

федеральном уровне.

Использованные источники:

1. Афанасьев, В. Н. Анализ временных рядов и прогнозирование : учебник / В. Н. Афанасьев, М. М. Юзбашев. – Москва: Финансы и статистика, 2010. – 320 с.
2. Афанасьев, В. Н. Моделирование и прогнозирование временных рядов : учеб.-метод. пособие для вузов / В. Н. Афанасьев, Т. В. Лебедева. – Москва: Финансы и статистика, 2009. – 292 с.
3. Статистика: учебник для бакалавров: учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности «Статистика» и др. экономических специальностей/ Л.И. Ниворожкина [и др.], ред. Л.И. Ниворожкина. - Москва: Дашков и К, 2011. - 415с.
4. Федеральная служба государственной статистики. Центральная база статистических данных. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://www.gks.ru/dbscripts/cbsd/DBInet.cgi> - 20.01.2018.
5. Экономическая статистика. 2-е изд., доп.: Учебник / Под ред. Ю. Н. Иванова. – Москва : ИНФРА-М, 2002. – 480 с.

УДК 511.11

Елизаров Е.Б.

Россия, г. Владикавказ

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА ДЛЯ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ

Аннотация: Статья является продолжением темы [3] «Последняя теорема Ферма и тройки Пифагора» в №5(11)2016г., [4] «Теория делимости и простые числа» в №6-1(12) 2016г. е-журналов «Теория и практика современной науки», [5] «Теории делимости и четно-простые числа» в №5(9) 2017г. е-журнала «Форум молодых ученых» и посвящена последним данным по исследованию троек Пифагора и теории делимости.

В ней рассматриваются дополнения к методике нахождения троек Пифагора и обоснование теории делимости, поднимая значимость теоремы Пифагора для теории чисел.

Ключевые слова: тройки Пифагора, теория делимости, теория чисел.

Yelizarov Y.B.

Russia, Vladikavkaz

Abstract: The article is a continuation of the topic [3] "Fermat's last theorem and Pythagorean triples" in No. 5 (11) 2016, [4] "Divisibility theory and prime numbers" in No. 6-1 (12) 2016, E-journals "Theory and practice of modern science", [5] "Divisibility theories and even-prime numbers" in No. 5 (9) 2017, E-journal "Forum of Young Scientists" and is devoted to the latest data on the research of Pythagorean triples and the theory of divisibility. In it we consider additions to the method for finding of Pythagorean triples and substantiating the theory of divisibility, raising the importance of Pythagoras' theorem for number theory.

Keywords: Pythagorean triples, divisibility theory, number theory.

1. Дополнения к определению троек Пифагора.

Учитывая, что при заполнении таблиц троек Пифагора, возможны «неточности» - поэтому, для контроля, предлагается внести операцию суммирование всех членов таблицы до однозначного числа, как это делалось у Пифагора.

При выполнении этой операции обнаруживаются следующие закономерности:

- для $m = 1 \frac{D1}{N}$ — появляется цикличность $\Sigma: X/ Y/ Z$,
- для $m = 1 \frac{D1}{N}$, у которых D1 суммарно составляет одно и тоже число также повторение цикличности, например: $m = 1 \frac{1}{N}$, $m = 1 \frac{10}{N}$, $m = 1 \frac{19}{N}$, $m = 1 \frac{28}{N} \dots$

Эти правила цикличности и повторения цикличности справедливы всегда, однако, здесь уже используются только положительные числа.

«Неточности» в таблицах (X, Y, Z) выделены желтым цветом.

Таблица 1\1. Тройки чисел Пифагора (до повторения циклов).

$$m = 1 \frac{1}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	4	12	24	40	60	84	112	144	180
Y	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Z	5	13	25	41	61	85	113	145	181
Σ :	4	3	6	4	6	3	4	9	9
X/	3	5	7	9	2	4	6	8	1
Y/	5	4	7	5	7	4	5	1	1
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
220	264	312	364	420	480	544	612	684	760	840	924
21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43
221	265	313	365	421	481	545	613	685	761	841	925
4	3	6	4	6	3	4	9	9	4	3	6
3	5	7	9	2	4	6	8	1	3	5	7
5	4	7	5	7	4	5	1	1	5	4	7

$$m = 1 \frac{2}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	6	16	30	48	70	96	126	160	198
Y	8	12	16	20	24	28	32	36	40
Z	10	20	34	52	74	100	130	164	202
Σ :	6	7	3	3	7	6	9	7	9
X/	8	3	7	2	6	1	5	9	4
Y/	1	2	7	7	2	1	4	2	4
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
240	286	336	390	448	510	576	646	720	798	880	966
44	48	52	56	60	64	68	72	76	80	84	88
244	290	340	394	452	514	580	650	724	802	884	970
6	7	3	3	7	6	9	7	9	6	7	3
8	3	7	2	6	1	5	9	4	8	3	7
1	2	7	7	2	1	4	2	4	1	2	7

$$m = 1 \frac{3}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	8	20	36	56	80	108	140	176	216
Y	15	21	27	33	39	45	51	57	63
Z	17	29	45	65	89	117	149	185	225
Σ	8	2	9	2	8	9	5	5	9
:	6	3	9	6	3	9	6	3	9
X	8	2	9	2	8	9	5	5	9
/									
Y									
/									
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
260	308	360	416	476	540	608	680	756	836	920	1008
69	75	81	87	93	99	105	111	117	123	129	135
269	317	369	425	485	549	617	689	765	845	929	1017
8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9	6	3	9
8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9

$$m = 1 \frac{4}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	10	24	42	64	90	120	154	192	234
Y	24	32	40	48	56	64	72	80	88
Z	26	40	58	80	106	136	170	208	250
Σ:	1	6	6	1	9	3	1	3	9
X/	6	5	4	3	2	1	9	8	7
Y/	8	4	4	8	7	1	8	1	7
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
280	330	384	442	504	570	640	714	792	874	960	1050
96	104	112	120	128	136	144	152	160	168	176	184
296	346	400	458	520	586	656	730	808	890	976	1066
1	6	6	1	9	3	1	3	9	1	6	6
6	5	4	3	2	1	9	8	7	6	5	4
8	4	4	8	7	1	8	1	7	8	4	4

$$m = 1 \frac{5}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	12	28	48	72	100	132	168	208	252
Y	35	45	55	65	75	85	95	105	115
Z	37	53	73	97	125	157	193	233	277
Σ:	3	1	3	9	1	6	6	1	9
X/	8	9	1	2	3	4	5	6	7
Y/	1	8	1	7	8	4	4	8	7
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
300	352	408	468	532	600	672	748	828	912	1000	1092
125	135	145	155	165	175	185	195	205	215	225	235
325	377	433	493	557	625	697	773	853	937	1025	1117
3	1	3	9	1	6	6	1	9	3	1	3
8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
1	8	1	7	8	4	4	8	7	1	8	1

$$m = 1 \frac{6}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	14	32	54	80	110	144	182	224	270
Y	48	60	72	84	96	108	120	132	144
Z	50	68	90	116	146	180	218	260	306
Σ:	5	5	9	8	2	9	2	8	9
X/	3	6	9	3	6	9	3	6	9
Y/	5	5	9	8	2	9	2	8	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
320	374	432	494	560	630	704	782	864	950	1040	1134
156	168	180	192	204	216	228	240	252	264	276	288
356	410	468	530	596	666	740	818	900	986	1076	1170
5	5	9	8	2	9	2	8	9	5	5	9
3	6	9	3	6	9	3	6	9	3	6	9
5	5	9	8	2	9	2	8	9	5	5	9

$$m = 1 \frac{7}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	16	36	60	88	120	156	196	240	288
Y	63	77	91	105	119	133	147	161	175
Z	65	85	109	137	169	205	245	289	337
Σ:	7	9	6	7	3	3	7	6	9
X/	9	5	1	6	2	7	3	8	4
Y/	2	4	1	2	7	7	2	1	4
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
340	396	456	520	588	660	736	816	900	988	1080	1176

189	203	217	231	245	259	273	287	301	315	329	343
389	445	505	569	637	709	785	865	949	1037	1129	1225
7	9	6	7	3	3	7	6	9	7	9	6
9	5	1	6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	4	1	2	7	7	2	1	4	2	4	1

$$m = 1 \frac{8}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	18	40	66	96	130	168	210	256	306
Y	80	96	112	128	144	160	176	192	208
Z	82	104	130	160	194	232	274	320	370
Σ:	9	4	3	6	4	6	3	4	9
X/	8	6	4	2	9	7	5	3	1
Y/	1	5	4	7	5	7	4	5	1
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
360	418	480	546	616	690	768	850	936	1026	1120	1218
224	240	256	272	288	304	320	336	352	368	384	400
424	482	544	610	680	754	832	914	1000	1090	1184	1282
9	4	3	6	4	6	3	4	9	9	4	3
8	6	4	2	9	7	5	3	1	8	6	4
1	5	4	7	5	7	4	5	1	1	5	4

$$m = 1 \frac{9}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	20	44	72	104	140	180	224	272	324
Y	99	117	135	153	171	189	207	225	243
Z	101	125	153	185	221	261	305	353	405
Σ:	2	8	9	5	5	9	8	2	9
X/	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Y/	2	8	9	5	5	9	8	2	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
380	440	504	572	644	720	800	884	972	1064	1160	1260
261	279	297	315	333	351	369	387	405	423	441	459
461	521	585	653	725	801	881	965	1053	1145	1241	1341
2	8	9	5	5	9	8	2	9	2	8	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
2	8	9	5	5	9	8	2	9	2	8	9

$$m = 1 \frac{10}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	22	48	78	112	150	192	238	288	342
Y	120	140	160	180	200	220	240	260	280
Z	122	148	178	212	250	292	338	388	442

Σ :	4	3	6	4	6	3	4	9	9
X/	3	5	7	9	2	4	6	8	1
Y/	5	4	7	5	7	4	5	1	1
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
400	462	528	598	672	750	832	918	1008	1102	1200	1302
300	320	340	360	380	400	420	440	460	480	500	520
500	562	628	698	772	850	932	1018	1108	1202	1300	1402
4	3	6	4	6	3	4	9	9	4	3	6
3	5	7	9	2	4	6	8	1	3	5	7
5	4	7	5	7	4	5	1	1	5	4	7

$$m = 1 \frac{11}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	24	52	84	120	160	204	252	304	360
Y	143	165	187	209	231	253	275	297	319
Z	145	173	205	241	281	325	373	425	481
Σ :	6	7	3	3	7	6	9	7	9
X/	8	3	7	2	6	1	5	9	4
Y/	1	2	7	7	2	1	4	2	4
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
420	484	552	624	700	780	864	952	1044	1140	1240	1344
341	363	385	407	429	451	473	495	517	539	561	583
541	605	673	745	821	901	985	1073	1165	1261	1361	1465
6	7	3	3	7	6	9	7	9	6	7	3
8	3	7	2	6	1	5	9	4	8	3	7
1	2	7	7	2	1	4	2	4	1	2	7

$$m = 1 \frac{12}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	26	56	90	128	170	216	266	320	378
Y	168	192	216	240	264	288	312	336	360
Z	170	200	234	272	314	360	410	464	522
Σ :	8	2	9	2	8	9	5	5	9
X/	6	3	9	6	3	9	6	3	9
Y/	8	2	9	2	8	9	5	5	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
440	506	576	650	728	810	896	986	1080	1178	1280	1386
384	408	432	456	480	504	528	552	576	600	624	648
584	650	720	794	872	954	1040	1130	1224	1322	1424	1530
8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9	6	3	9

8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$m = 1 \frac{13}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	28	60	96	136	180	228	280	336	396
Y	195	221	247	273	299	325	351	377	403
Z	197	229	265	305	349	397	449	505	565
Σ:	1	6	6	1	9	3	1	3	9
X/	6	5	4	3	2	1	9	8	7
Y/	8	4	4	8	7	1	8	1	7
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
460	528	600	676	756	840	928	1020	1116	1216	1320	1428
429	455	481	507	533	559	585	611	637	663	689	715
629	697	769	845	925	1009	1097	1189	1285	1385	1489	1597
1	6	6	1	9	3	1	3	9	1	6	6
6	5	4	3	2	1	9	8	7	6	5	4
8	4	4	8	7	1	8	1	7	8	4	4

$$m = 1 \frac{14}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	30	64	102	144	190	240	294	352	414
Y	224	252	280	308	336	364	392	420	448
Z	226	260	298	340	386	436	490	548	610
Σ:	3	1	3	9	1	6	6	1	9
X/	8	9	1	2	3	4	5	6	7
Y/	1	8	1	7	8	4	4	8	7
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
480	550	624	702	784	870	960	1054	1152	1254	1360	1470
476	504	532	560	588	616	644	672	700	728	756	784
676	746	820	898	980	1066	1156	1250	1348	1450	1556	1666
3	1	3	9	1	6	6	1	9	3	1	3
8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
1	8	1	7	8	4	4	8	7	1	8	1

$$m = 1 \frac{15}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	32	68	108	152	200	252	308	368	432
Y	255	285	315	345	375	405	435	465	495
Z	257	293	333	377	425	477	533	593	657
Σ:	5	5	9	8	2	9	2	8	9
X/	3	6	9	3	6	9	3	6	9
Y/	5	5	9	8	2	9	2	8	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
500	572	648	728	812	900	992	1088	1188	1292	1400	1512
525	555	585	615	645	675	705	735	765	795	825	855
725	797	873	953	1037	1125	1217	1313	1413	1517	1625	1737
5	5	9	8	2	9	2	8	9	5	5	9
3	6	9	3	6	9	3	6	9	3	6	9
5	5	9	8	2	9	2	8	9	5	5	9

$$m = 1 \frac{16}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	34	72	114	160	210	264	322	384	450
Y	288	320	352	384	416	448	480	512	544
Z	290	328	370	416	466	520	578	640	706
Σ:	7	9	6	7	3	3	7	6	9
X/	9	5	1	6	2	7	3	8	4
Y/	2	4	1	2	7	7	2	1	4
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
520	594	672	754	840	930	1024	1122	1224	1330	1440	1554
576	608	640	672	704	736	768	800	832	864	896	928
776	850	928	1010	1096	1186	1280	1378	1480	1586	1696	1810
7	9	6	7	3	3	7	6	9	7	9	6
9	5	1	6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	4	1	2	7	7	2	1	4	2	4	1

$$m = 1 \frac{17}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	36	76	120	168	220	276	336	400	468
Y	323	357	391	425	459	493	527	561	595
Z	325	365	409	457	509	565	625	689	757
Σ:	9	4	3	6	4	6	3	4	9
X/	8	6	4	2	9	7	5	3	1
Y/	1	5	4	7	5	7	4	5	1
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
540	616	696	780	868	960	1056	1156	1260	1368	1480	1596
629	663	697	731	765	799	833	867	901	935	969	1003
829	905	985	1069	1157	1249	1345	1445	1549	1657	1769	1885
9	4	3	6	4	6	3	4	9	9	4	3
8	6	4	2	9	7	5	3	1	8	6	4
1	5	4	7	5	7	4	5	1	1	5	4

$$m = 1 \frac{18}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

X	38	80	126	176	230	288	350	416	486
Y	360	396	432	468	504	540	576	612	648
Z	362	404	450	500	554	612	674	740	810
Σ:	2	8	9	5	5	9	8	2	9
X/	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Y/	2	8	9	5	5	9	8	2	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
560	638	720	806	896	990	1088	1190	1296	1406	1520	1638
684	720	756	792	828	864	900	936	972	1008	1044	1080
884	962	1044	1130	1220	1314	1412	1514	1620	1730	1844	1962
2	8	9	5	5	9	8	2	9	2	8	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
2	8	9	5	5	9	8	2	9	2	8	9

$$m = 1 \frac{19}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	40	84	132	184	240	300	364	432	504
Y	399	437	475	513	551	589	627	665	703
Z	401	445	493	545	601	661	725	793	865
Σ:	4	3	6	4	6	3	4	9	9
X/	3	5	7	9	2	4	6	8	1
Y/	5	4	7	5	7	4	5	1	1
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
580	660	744	832	924	1020	1120	1224	1332	1444	1560	1680
741	779	817	855	893	931	969	1007	1045	1083	1121	1159
941	1021	1105	1193	1285	1381	1481	1585	1693	1805	1921	2041
4	3	6	4	6	3	4	9	9	4	3	6
3	5	7	9	2	4	6	8	1	3	5	7
5	4	7	5	7	4	5	1	1	5	4	7

$$m = 1 \frac{20}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	42	88	138	192	250	312	378	448	522
Y	440	480	520	560	600	640	680	720	760
Z	442	488	538	592	650	712	778	848	922
Σ:	6	7	3	3	7	6	9	7	9
X/	8	3	7	2	6	1	5	9	4
Y/	1	2	7	7	2	1	4	2	4
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
600	682	768	858	952	1050	1152	1258	1368	1482	1600	1722
800	840	880	920	960	1000	1040	1080	1120	1160	1200	1240

1000	1082	1168	1258	1352	1450	1552	1658	1768	1882	2000	2122
6	7	3	3	7	6	9	7	9	6	7	3
8	3	7	2	6	1	5	9	4	8	3	7
1	2	7	7	2	1	4	2	4	1	2	7

$$m = 1 \frac{21}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	44	92	144	200	260	324	392	464	540
Y	483	525	567	609	651	693	735	777	819
Z	485	533	585	641	701	765	833	905	981
Σ:	8	2	9	2	8	9	5	5	9
X/	6	3	9	6	3	9	6	3	9
Y/	8	2	9	2	8	9	5	5	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
620	704	792	884	980	1080	1184	1292	1404	1520	1640	1764
861	903	945	987	1029	1071	1113	1155	1197	1239	1281	1323
1061	1145	1233	1325	1421	1521	1625	1733	1845	1961	2081	2205
8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9	6	3	9
8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9

$$m = 1 \frac{22}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	46	96	150	208	270	336	406	480	558
Y	528	572	616	660	704	748	792	836	880
Z	530	580	634	692	754	820	890	964	1042
Σ:	1	6	6	1	9	3	1	3	9
X/	6	5	4	3	2	1	9	8	7
Y/	8	4	4	8	7	1	8	1	7
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
640	726	816	910	1008	1110	1216	1326	1440	1558	1680	1806
924	968	1012	1056	1100	1144	1188	1232	1276	1320	1364	1408
1124	1210	1300	1394	1492	1594	1700	1810	1924	2042	2164	2290
1	6	6	1	9	3	1	3	9	1	6	6
6	5	4	3	2	1	9	8	7	6	5	4
8	4	4	8	7	1	8	1	7	8	4	4

$$m = 1 \frac{23}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	48	100	156	216	280	348	420	496	576
Y	575	621	667	713	759	805	851	897	943
Z	577	629	685	745	809	877	949	1025	1105
Σ:	3	1	3	9	1	6	6	1	9

X/	8	9	1	2	3	4	5	6	7
Y/	1	8	1	7	8	4	4	8	7
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
660	748	840	936	1036	1140	1248	1360	1476	1596	1720	1848
989	1035	1081	1127	1173	1219	1265	1311	1357	1403	1449	1495
1189	1277	1369	1465	1565	1669	1777	1889	2005	2125	2249	2377
3	1	3	9	1	6	6	1	9	3	1	3
8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
1	8	1	7	8	4	4	8	7	1	8	1

$$m = 1 \frac{24}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	50	104	162	224	290	360	434	512	594
Y	624	672	720	768	816	864	912	960	1008
Z	626	680	738	800	866	936	1010	1088	1170
Σ:	5	5	9	8	2	9	2	8	9
X/	3	6	9	3	6	9	3	6	9
Y/	5	5	9	8	2	9	2	8	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
680	770	864	962	1064	1170	1280	1394	1512	1634	1760	1890
1056	1104	1152	1200	1248	1296	1344	1392	1440	1488	1536	1584
1256	1346	1440	1538	1640	1746	1856	1970	2088	2210	2336	2466
5	5	9	8	2	9	2	8	9	5	5	9
3	6	9	3	6	9	3	6	9	3	6	9
5	5	9	8	2	9	2	8	9	5	5	9

$$m = 1 \frac{25}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	52	108	168	232	300	372	448	528	612
Y	675	725	775	825	875	925	975	1025	1075
Z	677	733	793	857	925	997	1073	1153	1237
Σ:	7	9	6	7	3	3	7	6	9
X/	9	5	1	6	2	7	3	8	4
Y/	2	4	1	2	7	7	2	1	4
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
700	792	888	988	1092	1200	1312	1428	1548	1672	1800	1932
1125	1175	1225	1275	1325	1375	1425	1475	1525	1575	1625	1675
1325	1417	1513	1613	1717	1825	1937	2053	2173	2297	2425	2557
7	9	6	7	3	3	7	6	9	7	9	6
9	5	1	6	2	7	3	8	4	9	5	1
2	4	1	2	7	7	2	1	4	2	4	1

$$m = 1 \frac{26}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	54	112	174	240	310	384	462	544	630
Y	728	780	832	884	936	988	1040	1092	1144
Z	730	788	850	916	986	1060	1138	1220	1306
Σ:	9	4	3	6	4	6	3	4	9
X/	8	6	4	2	9	7	5	3	1
Y/	1	5	4	7	5	7	4	5	1
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
720	814	912	1014	1120	1230	1344	1462	1584	1710	1840	1974
1196	1248	1300	1352	1404	1456	1508	1560	1612	1664	1716	1768
1396	1490	1588	1690	1796	1906	2020	2138	2260	2386	2516	2650
9	4	3	6	4	6	3	4	9	9	4	3
8	6	4	2	9	7	5	3	1	8	6	4
1	5	4	7	5	7	4	5	1	1	5	4

$$m = 1 \frac{27}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	56	116	180	248	320	396	476	560	648
Y	783	837	891	945	999	1053	1107	1161	1215
Z	785	845	909	977	1049	1125	1205	1289	1377
Σ:	2	8	9	5	5	9	8	2	9
X/	9	9	9	9	9	9	9	9	9
Y/	2	8	9	5	5	9	8	2	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
740	836	936	1040	1148	1260	1376	1496	1620	1748	1880	2016
1269	1323	1377	1431	1485	1539	1593	1647	1701	1755	1809	1863
1469	1565	1665	1769	1877	1989	2105	2225	2349	2477	2609	2745
2	8	9	5	5	9	8	2	9	2	8	9
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
2	8	9	5	5	9	8	2	9	2	8	9

$$m = 1 \frac{28}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	58	120	186	256	330	408	490	576	666
Y	840	896	952	1008	1064	1120	1176	1232	1288
Z	842	904	970	1040	1114	1192	1274	1360	1450
Σ:	4	3	6	4	6	3	4	9	9
X/	3	5	7	9	2	4	6	8	1
Y/	5	4	7	5	7	4	5	1	1
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
760	858	960	1066	1176	1290	1408	1530	1656	1786	1920	2058
1344	1400	1456	1512	1568	1624	1680	1736	1792	1848	1904	1960
1544	1642	1744	1850	1960	2074	2192	2314	2440	2570	2704	2842
4	3	6	4	6	3	4	9	9	4	3	6
3	5	7	9	2	4	6	8	1	3	5	7
5	4	7	5	7	4	5	1	1	5	4	7

$$m = 1 \frac{29}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	60	124	192	264	340	420	504	592	684
Y	899	957	1015	1073	1131	1189	1247	1305	1363
Z	901	965	1033	1105	1181	1261	1345	1433	1525
Σ:	6	7	3	3	7	6	9	7	9
X/	8	3	7	2	6	1	5	9	4
Y/	1	2	7	7	2	1	4	2	4
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
780	880	984	1092	1204	1320	1440	1564	1692	1824	1960	2100
1421	1479	1537	1595	1653	1711	1769	1827	1885	1943	2001	2059
1621	1721	1825	1933	2045	2161	2281	2405	2533	2665	2801	2941
6	7	3	3	7	6	9	7	9	6	7	3
8	3	7	2	6	1	5	9	4	8	3	7
1	2	7	7	2	1	4	2	4	1	2	7

$$m = 1 \frac{30}{N}$$

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	62	128	198	272	350	432	518	608	702
Y	960	1020	1080	1140	1200	1260	1320	1380	1440
Z	962	1028	1098	1172	1250	1332	1418	1508	1602
Σ:	8	2	9	2	8	9	5	5	9
X/	6	3	9	6	3	9	6	3	9
Y/	8	2	9	2	8	9	5	5	9
Z									

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
800	902	1008	1118	1232	1350	1472	1598	1728	1862	2000	2142
1500	1560	1620	1680	1740	1800	1860	1920	1980	2040	2100	2160
1700	1802	1908	2018	2132	2250	2372	2498	2628	2762	2900	3042
8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9
6	3	9	6	3	9	6	3	9	6	3	9
8	2	9	2	8	9	5	5	9	8	2	9

2. История вопроса.

Используем ранее напечатанный материал, а именно:

Обозначим $m = \frac{M}{N}$, подставим в формулы Пифагора, выполнив

преобразования, получим:

$Z = M^2 + N^2$, $Y = M^2 - N^2$, $X = 2MN$ – это есть формулы решения уравнения $X^2 + Y^2 = Z^2$ – предложенные Евклидом – такой метод дает общее решение, всегда в целых числах.

Для проверок пифагоровых троек:

X – всегда четное, т.к. $x = 2MN$.

$Z = M^2 + N^2$ и $x = 2MN$, тогда $Z + x = M^2 + 2MN + N^2 = (M + N)^2$

т.е. $Z + x$ – есть всегда точный квадрат, (17/1)

аналогично $Z - x = M^2 - 2MN + N^2 = (M - N)^2$

т.е. $Z - x$ – есть всегда точный квадрат.

И вот что в этих формулах интересного:

$Z + x = (M + N)^2 = (D_2)^2$ (18/1)

$Z - x = (M - N)^2 = (D_1)^2$,

т.к. $Y^2 = Z^2 - x^2 = (Z - x)(Z + x) = (D_1)^2 \times (D_2)^2$, в итоге $Y = D_1 \times D_2$.

Значит любая тройка Пифагора, полученная тем или иным способом знает это правило:

$Z + x = (D_2)^2$ (19/1)

$Z - x = (D_1)^2$

Причем: Z – наибольшая величина,

X – четная величина,

$Y = D_1 \times D_2$.

А отсюда далеко-идущие следствия:

1. Если $D_1=1$ и $D_2 = Y$ – единственное решение, значит Y – простое число, а если такое же значение $Y = D_1 \times D_2$ имеется в других тройках Пифагора, т.е. у D_1 – есть другой делитель, то Y составное число (в таблицах делимости эти повторы вычеркнуты).

2. Далее: таким же способом определены четно-простые числа (это тот же ряд простых чисел, но каждое число умноженное на 4).

Если $D_1=2$ и $D_2 = Y$ – единственное решение, значит Y – четно-простое число, а если такое же значение $Y = D_1 \times D_2$ имеется в других тройках Пифагора т.е. у D_1 – есть другой делитель, то Y составное четное число (в таблицах делимости эти повторы вычеркнуты).

Видимо, появилась другая система нахождения простых чисел, взамен решета Эратосфена, а четно-простые числа – по другому не найти!

2.1.Примеры:

1.Рассмотрим вавилонскую тройку Пифагора:

$3456^2 + 3367^2 = 4825^2$ (20/1)

из (17/1): $Z + X = 4825 + 3456 = 912 = (M + N)^2$

$Z - X = 4825 - 3456 = 372 = (M - N)^2$

тогда $Y=3367$ можно разделить на 37 будет равно 91, т.к. $Y = D_1 \times D_2$

Тогда:

$$\begin{cases} M + N = 91 \\ M - N = 37 \end{cases} \quad (21/1)$$

Решим эту систему уравнений, получим $M = 64$, $N = 27$,
 тогда $m = \frac{64}{27} = 1 \frac{37}{27}$, построим таблицу для (20/1) тройки Пифагора.
 $m = 1 \frac{37}{N}$

N	19	20	21	22	23	24	25	26	27
X	2128	2280	2436	2596	2760	2928	3100	3276	3456
Y	2775	2849	2923	2997	3071	3145	3219	3293	3367
Z	3497	3649	3805	3965	4129	4297	4469	4645	4825
Σ:	4	3	6	4	6	3	4	9	9
X/	3	5	7	9	2	4	6	8	1
Y/	5	4	7	5	7	4	5	1	1
Z									

2. Далее рассмотрим вавилонскую тройку Пифагора:

$$135002 + 127092 = 185412 \quad (22/1)$$

$$\text{из } (17/1): Z + X = 18541 + 13500 = 1792 = (M + N)^2$$

$$Z - X = 18541 - 13500 = 712 = (M - N)^2$$

тогда $Y = 12709$ можно разделить на 71 будет равно 179, т.к. $Y = D1 \times D2$

Тогда:

$$\begin{cases} M + N = 179 \\ M - N = 71 \end{cases} \quad (23/1)$$

Решим эту систему уравнений, получим $M = 125$, $N = 54$, тогда $m = \frac{125}{54} = 1 \frac{71}{54}$, построим таблицу для (22/1) тройки Пифагора.
 $m = 1 \frac{71}{N}$

N	46	47	48	49	50	51	52	53	54
X	10764	11092	11424	11760	12100	12444	12792	13144	13500
Y	11573	11715	11857	11999	12141	12283	12425	12567	12709
Z	15805	16133	16465	16801	17141	17485	17833	18185	18541
Σ:	9	4	3	6	4	6	3	4	9
X/	8	6	4	2	9	7	5	3	1
Y/	1	5	4	7	5	7	4	5	1
Z									

3. Рассмотрим еще одну вавилонскую тройку Пифагора:

$$64802 + 49612 = 81612 \quad (24/1)$$

$$\text{из } (17/1): Z + X = 8161 + 6480 = 1212 = (M + N)^2$$

$$Z - X = 8161 - 6480 = 412 = (M - N)^2$$

тогда $Y = 4961$ можно разделить на 41 будет равно 121, т.к. $Y = D1 \times D2$

Тогда:

$$\begin{cases} M + N = 121 \\ M - N = 41 \end{cases} \quad (25/1)$$

Решим эту систему уравнений, получим $M = 81$, $N = 40$, тогда $m = \frac{81}{40} = 1 \frac{41}{40}$, построим таблицу для (24/1) тройки Пифагора.

$$m = 1 \frac{41}{N}$$

N	37	38	39	40	41	42	43	44	45
X	5772	6004	6240	6480	6724	6972	7224	7480	7740
Y	4715	4797	4879	4961	5043	5125	5207	5289	5371
Z	7453	7685	7921	8161	8405	8653	8905	9161	9421
Σ:	3	1	3	9	1	6	6	1	9
X/	8	9	1	2	3	4	5	6	7
Y/	1	8	1	7	8	4	4	8	7
Z									

Вывод: данные примеры показали нормальную привязку к методике определения троек Пифагора, предложенной в данных статьях, значит она является универсальной и правильной.

2.2. Формулы вавилонских математиков по тройкам Пифагора.

Ими алгебраическая символика еще не применялась, но более сложные «изъяснения» позволяли формулировать определенные правила и фактически описывать простые формулы.

Можно логически восстановить появления у них формул троек Пифагора.

Допустим, в результате строительных работ, появилась задача:

«в прямоугольном треугольнике по известному катету найти другой катет и гипотенузу».

Известный катет $Y=3367 = 37 \times 91$, т.к. $Y = D1 \times D2$, далее применим формулу (19/1)

$$\begin{cases} Z + X = (D2)^2 = 37^2 = 1369 \\ Z - X = (D1)^2 = 91^2 = 8281 \end{cases}$$

Решим эту систему уравнений, получим: $X = 3456$, $Z = 4825$.

Можно другие тройки таким же способом решить, тогда в общем:

- известный катет принимается за $Y = D1 \times D2$, т.е. подбираются два числа, причем меньшее $D1$, большее число $D2$,
- решается система уравнений

$$\begin{cases} Z + X = (D2)^2 \\ Z - X = (D1)^2 \end{cases}$$

и находятся значения X и Z . Вот такой простой способ.

Генетическое исследование:

Г.Эдвардс.

Последняя теорема Ферма. Генетическое введение в алгебраическую теорию чисел. Издательство «Мир» Москва 1980г.УДК 511.

От редактора перевода: Пожалуй, нет ни одной математической проблемы, которая была бы столь популярна среди математиков и особенно среди математиков-любителей, как проблема Ферма...

Книга Эдвардса, предлагаемая вниманию читателей, настолько содержательна, что у любителей решать проблему Ферма примитивными методами она отобьет всякое желание дискутировать...

ПРЕДИСЛОВИЕ. По-видимому, многие откроют эту книгу с желанием узнать, каково современное состояние знаний о Последней теореме Ферма, и, т.к. сама книга не дает ответа на этот вопрос, стоит, вероятно, сказать об этом несколько слов в предисловии...

Поскольку каждое $n > 2$ делится либо на 4 (для $n = 4$ сохранилась рукопись доказательства самого Ферма, а это удивительно! Видимо этот неправильный путь и был подсказан поколениям математиков, т.к. приписка после 8-й задачи: «мне удалось найти удивительное доказательство данного утверждения»), либо на нечетное простое число, то доказательства Последней теоремы Ферма достаточно доказать ее для простых показателей n :

для $n = 3$ доказать эту теорему не слишком трудно,

для $n = 5$ и 7 возникают.. трудности, однако методы остаются по существу элементарными...

А далее все сложнее... мощная теория «идеального разложения», разработанная Куммером в 40-е годы 19 века и позволившая одним махом доказать Последнюю теорему для всех простых показателей, меньших 100, кроме 37, 59, 67...

Начиная с 1850 г. основные усилия были направлены на нахождение все более мощных достаточных условий. Наилучшие известные теперь достаточные условия, с одной стороны, являются очень мощными в том смысле, что *им удовлетворяют все простые числа*, меньше 100 000. Однако, с другой стороны, все эти условия вызывают сильное разочарование, поскольку *среди них нет ни одного, которому удовлетворяло бы бесконечное множество простых показателей*. Таким образом, Последнюю теорему Ферма можно доказать для любого простого числа, лежащего в доступных для вычислений пределах, и тем не менее нельзя исключить возможность, что для *всех* простых чисел, превосходящих некоторую большую границу, теорема *неверна*.

Основным методом изложения в этой книге, как указывает ее подзаголовок, является генетический метод. Словарь определяет «генетический» как «относящийся к генезису, происхождению». В этой книге я попытался объяснить основные методы и понятия алгебраической теории чисел и продемонстрировать их естественность и эффективность,

прослеживая их происхождение и развитие в работах некоторых из великих мастеров: Ферма, Эйлера, Лагранжа, Лежандра, Гаусса, Дирихле, Куммера и других.

Важно отличать генетический метод от описания истории вопроса. Различие заключается в том, что генетический метод прежде всего занимается самим предметом изучения - его происхождением и развитием, тогда как основной целью исторического описания является аккуратная регистрация сведений о людях, идеях и событиях, которые играли роль в эволюции предмета изучения. В истории нет места для детального описания теории – если только это не способствует более глубокому проникновению в предмет.

Это означает, что генетический метод имеет тенденцию представлять историческую последовательность в искаженной перспективе. Игнорируются вопросы, которые так и не были успешно разрешены. Не рассматриваются идеи, ведущие в тупик. Генетический метод обходит молчанием месяцы бесплодных усилий и горы вспомогательных вычислений. Для того, чтобы выявить плодотворные идеи, приходится делать вид, что человеческий разум по прямой линии движется от задач к решениям...

Возможно, вас заинтересует не столько разница между историческим описанием и генетическим методом, сколько отличие генетического метода от более обычного метода математического изложения. Как утверждал математик Отто Теплиц, сущность генетического метода состоит в том, чтобы, рассмотрев исторические источники идеи, найти для нее наилучшую мотивировку, и, изучив контекст, в котором работал человек, первым выдвинувший эту идею, найти тот «жгучий вопрос», на который он жаждал ответить...

Я обнаружил, что наилучший путь преодолеть трудности изучения абстрактной математической теории состоит в том, чтобы последовать совету Теплица и игнорировать современные изложения до тех пор, пока не изучишь генезис и не узнаешь вопросов, которые привели к этой теории...

Я был бы восхищен, если бы эта задача была решена, и особенно если бы человеку, решившему ее, оказалась полезной моя книга. И хотя можно спорить о том, способна ли книга, излагающая идеи, которые *не привели* к решению задачи, оказаться полезной тому, кто надеется найти решение, я думаю, что безуспешных усилий многих первоклассных математиков (не говоря уже о многих не таких первоклассных) достаточно для того, чтобы считать наивный подход к этой проблеме безнадежным...

К задаче 8: «Данный квадрат разделить на два квадрата» (книги II «Арифметики» Диофанта), Ферма сделал свое знаменитое замечание, известное как большая или Великая теорема Ферма: «Наоборот, невозможно разложить ни куб на два куба, ни биквадрат на два биквадрата, и вообще никакую степень, большую квадрата, на две степени с тем же показателем. Я открыл этому поистине чудесное доказательство, но эти поля для него

слишком малы»

Из решения задачи 8 (книги II) следуют следующие соответствия прогрессиям (8) статьи «Последняя теорема Ферма и тройки Пифагора»:

$\frac{2ak}{k^2+1}$ соответствует $\frac{2d q}{(q^2-1)}$ - средний член геометрической прогрессии
 $\frac{a(k^2-1)}{k^2+1}$ соответствует $\frac{d(q^2+1)}{(q^2-1)}$ - средний член арифметической прогрессии.

Что можно сказать по этим выводам:

- возможно, это стало подсказкой для получения самим Ферма прогрессий (8), т.е. выполнения метода решения сформулированной проблемы, как в статье «Последняя теорема Ферма и тройки Пифагора».

Использованные источники:

1. Дорофеева А.В. Страницы истории на уроках математики.- Квантор.1991
2. Постников М.М. Теорема Ферма. Введение в теорию алгебраических чисел.- М.Наука.1978
3. Елизаров Е.Б. «Последняя теорема Ферма и тройки Пифагора» Журнал «Теория и практика современной науки» №5(11) 2016г. Страницы:305-322. Издательство: ООО «Институт управления и социально-экономического развития» (Саратов) eISSN: 2412-9682
4. Елизаров Е.Б. «Теория делимости и Простые числа» Журнал «Теория и практика современной науки» №6-1(12) 2016г. Страницы:376-404. Издательство: ООО «Институт управления и социально-экономического развития» (Саратов) eISSN: 2412-9682
5. Елизаров Е.Б. «Теория делимости и Четно-Простые числа» Журнал «Форум молодых ученых» №5(9) 2017г. Страницы:703-730. Издательство: ООО «Институт управления и социально-экономического развития» ISSN: 2500-4060
6. Грибанов В.У., Титов П.И. Сборник упражнений по теории чисел. Просвещение.1964