

ФОНДОВЫЙ РЫНОК

РЫНОК ГКО-ОФЗ: В ОЖИДАНИИ СДЕЛКИ

Б.И. АЛЕХИН,
доктор экономических наук, профессор Академии бюджета
и казначейства Минфина России

Чтобы заключить на ММВБ сделку, нужно ввести заявку в торговую систему (ТС) биржи. В заявках, среди прочего, указывается количество бумаг, цена и вид сделки. Например, купить 1 000 ОФЗ 45001 не более чем по 94%. 94% — это предельная цена покупателя. Вот почему заявки, содержащие цену, именуются лимитированными. Достоинством лимитированных заявок является отсутствие ценового риска: сделка может состояться только по указанной в заявке цене. Но за это достоинство приходится платить. Исполнение не гарантировано: заявка может быть исполнена через несколько секунд, минут и даже часов после ввода в ТС ММВБ или не исполнена вовсе. Время ожидания сделки (ВОС) — случайная функция многих факторов. Пока заявка ожидает своего исполнения, нарастает упущенная выгода. Войдите в положение трейдера, чья заявка введена, скажем, в 11:00:00,

а исполнена в 15:30:00. Вот почему важно исследовать ВОС, связанные с ним вероятности и влияние на него параметров заявки и состояния рынка. Цель данной статьи — провести такое исследование на основе анализа выживаемости.

Лимитированные заявки

Попав в ТС ММВБ, лимитированные заявки ранжируются сначала по цене, а при равенстве цен — по времени ввода, образуя две встречных очереди — одну на покупку, другую на продажу. Первое место в очереди занимают, то есть первыми исполняются, заявки с лучшими ценами — минимальной у продавца и максимальной у покупателя. После ввода рыночной заявки, подлежащей немедленному исполнению из-за согласия заявителя принять цену рынка, фрагмент программного обеспечения находит ей лучшую пару среди лимитированных заявок на другой стороне рынка и объединяет спаренные заявки в одну или несколько сделок¹.

Очереди лимитированных заявок все время меняются. Одни заявки «доживают» до сделки или даже до нескольких сделок. Действительно, чем больше объем заявки, тем вероятнее, что потребуется несколько сделок для ее исполнения.

«Книга» лимитированных заявок (условные данные)

Таблица 1

Заявки на продажу (ask)			Заявка на покупку 1 500 бумаг по цене рынка	
Количество	Время ввода	Цена		
1 000	11:45	96		
2 500	11:30	95		
2 000	11:00	95		
Bid-ask спрэд: 1 (95 – 94)				
		94	11:10	3 000
		93	11:20	1 000
		92	11:30	2 000
	Цена	Время ввода	Количество	
	Заявки на покупку (bid)			

Другие заявки «не доживают» до сделки и снимаются с торгов. Вместо них вводятся заявки с улучшенной ценой. Ценовая уступка приближает заявку к началу очереди и, следовательно, повышает вероятность сделки. Есть и такие заявки, которые снимаются с торгов, потому что они вводятся не ради сделки.

Лимитированные заявки играют еще одну важную роль в формировании транзакционных издержек. Попав в ТС ММВБ, заявка обычно становится препятствием для исполнения последующих заявок. Чтобы обойти это препятствие, необходимо предложить лучшую цену. Например, если лучшей (первой в очереди на сделку) является заявка на покупку 1 000 ОФЗ 45001 по 94%, то опередить ее может только заявка с ценой не ниже 94,01%. Такова демократия рынка. Ценовые уступки, мотивированные стремлением сократить ВОС, сужают bid-ask спрэд, то есть удешевляют сделки. В нашем примере при неизменной очереди продавцов спрэд сузился бы на 0,01%².

Некоторые авторы полагают, что ВОС может служить мерилем общего качества рынка³. Поэтому детерминанты ВОС следует учитывать при анализе таких важных вопросов, как фрагментация рынка и выбор торгового механизма. Во всяком случае это хороший показатель скорости рынка, являющейся одним из атрибутов ликвидности.

В данной статье ВОС подвергнуто анализу выживаемости. Термин «анализ выживаемости» возник в медицинских исследованиях времени выживания пациентов с фатальным диагнозом. В наши дни анализ выживаемости используется для проверки гипотез и моделирования времени выживания животных, технических устройств, социальных и экономических событий⁴. Поскольку ВОС неотрицательно, случайно и хронологичес-

ки упорядочено, оно является естественным объектом анализа выживаемости.

Анализ выживаемости позволяет учесть еще одно важное свойство ВОС, а именно: время нахождения в ТС ММВБ тех заявок, которые «не дожили» до сделки и были сняты с торгов. Такие наблюдения именуются цензурированными. Можно, конечно, игнорировать снятые заявки. Они вроде бы не содержат информации о ВОС. Однако тот факт, что заявка была снята через 4 ч 30 мин после ввода, говорит хотя бы о том, что она «продержалась» на рынке 4 ч 30 мин и трейдеры учитывали ее, вводя другие заявки. Это особенно важно на чистом рынке лимитированных заявок, каким является ММВБ. Здесь нет маркет-мейкеров; вся ликвидность сконцентрирована в лимитированных заявках, спонтанно вводимых трейдерами, и спрэд является результатом интерактивного торгового процесса. Так что снятые заявки влияют на условное распределение ВОС, хотя они и не стали сделками.

В объемистой литературе о рынке лимитированных заявок работ, посвященных анализу вероятности исполнения заявок, совсем немного. Так, Энджел при весьма строгих допущениях получил аналитическое выражение условной вероятности исполнения заявок в зависимости от информированности инвестора. Его результат относится к однопериодным торгам одним полным лотом акций информированными трейдерами, наблюдающими все открытые заявки⁵. Холлифилд, Миллер и Сандас предложили структурную модель чистого рынка лимитированных заявок, отражающую компромисс между ценой заявки и вероятностью исполнения. Оценив свою модель непараметрически, они сделали выводы относительно стратегии ввода заявок⁶. Полнометражным приложением анализа выживаемости к проблемам рынка является работа Ло, МакКинли и Женья⁷. Эти авторы разработали эконометрическую модель времени до исполнения заявок на основе анализа выживаемости и реальной статистики заявок, полученных от брокерской фирмы Investment Technology Group.

Анализируемые данные

В статье использована выборка из статистического архива ММВБ со следующими параметрами:

- Период наблюдения — с 4 января по 19 декабря 2003 г.
- Режим торгов — основной.
- Выпуски — ОФЗ 45001.
- Время ввода, снятия и исполнения заявок — 11:00:00 — 16:30:00.
- Период торгов — нормальный.

² Подробнее о рынке и спрэде см. Алехин Б. «Bid-ask спрэд на рынке ГКО-ОФЗ», Финансы и кредит, 2004, № 1.

³ Battalio, R., J. Greene, B. Hatch, R. Jennings, «Does the order routing decision matter?» Unpublished working paper, School of Business, Indiana University, 1999; U.S. Securities and Exchange Commission. Report on the practice of preferencing, 1997.

⁴ Поэтому анализ выживаемости называют еще анализом данных о времени отказа (выхода из строя), анализом надежности, анализом истории событий. В инженерных приложениях анализа выживаемости событие, аналогичное исполнению заявки, именовалось бы отказом (выходом из строя).

⁵ Angel J. «Limit versus market orders», Working paper № FINC-1377-01-293, School of Business Administration, Georgetown University, 1999.

⁶ Hollifield, B., R.A. Miller, P. Sandas, J. Clive. «Liquidity Supply and Demand: Empirical Evidence from the Vancouver Stock Exchange», Working paper, University of Pennsylvania, 2001.

⁷ Lo, A.W., A.C. MacKinlay, J. Zhang. «Econometric models of limit-order executions», Journal of Financial Economics, vol. 65, № 1, July 2002.

- Тип события — заявка на продажу (S — sell), заявка на покупку (B — buy).
- Тип заявок — 18 (лимитированная заявка с расщеплением объема и исполнением по разным ценам) и 82 (лимитированная заявка с расщеплением объема и исполнением по разным ценам, введенная по доходности, а не по цене).

Таким образом, не учитываются события на минфиновских аукционах по размещению бумаг, события в период закрытия нормальных торгов (16:30 — 16:45) и вне ТС ММВБ, но учитываются события, связанные с доразмещением на вторичном рынке. Выбор ОФЗ 45001 объясняется тем, что это была самая ходовая бумага года, если судить по числу сделок и объему на торгах.

С помощью авторской компьютерной программы для каждой заявки были определены индикатор цензурирования и ВОС. У заявки, «дожившей» хотя бы до первой сделки, индикатор равен 0, а ВОС — разности между временем первой сделки и временем ввода заявки в ТС ММВБ. Например, заявка введена в 11:00:00 и исполнена в 15:30:00. ВОС равно 4 ч 30 мин. Из 4 129 исполненных заявок 639 (15,5%) генерировали более чем одну сделку. Но они числятся только как «односделочные». У снятой заявки индикатор цензурирования равен 1, а ВОС — разности между временем снятия и временем ввода заявки в ТС ММВБ. Заявка «дождалась» исполнения и не «дождалась».

Из табл. 2 видно, что среднее ВОС исчисляется десятками минут, максимальное — сотнями, а суммарное — сотнями тысяч, иллюстрируя риск неисполнения, органически присущий чистому рынку лимитированных заявок. 78,1% заявок было снято с торгов и 21,9% исполнено. У снятых заявок показатели ВОС гораздо выше, чем

у исполненных. Все это лишний раз подтверждает целесообразность включения цензурированных наблюдений в анализ.

Анализ выживаемости

Статистические методы, коллективно именуемые анализом выживаемости, первоначально были развиты в медицинских исследованиях и затем стали широко применяться в общественных науках, а также для решения инженерных задач⁸. В фокусе анализа — время между началом и завершением наблюдения за объектами. Некоторые объекты, попавшие под наблюдение, выпадают из-под него, и неизвестно, произошло с ними финальное событие или нет. В анализе выживаемости такие случаи именуются цензурированными. Они затрудняют получение интерпретируемых результатов. Как можно рассчитать долю умерших к пятому году наблюдения на основе следующих итогов: 10 пациентов умерли, 70 дожили до конца наблюдения, и с 20 контакт был потерян? Ведь неизвестно, сколько из «потерянных» 20 пациентов умерло, не прожив пяти лет. Анализ выживаемости позволяет учесть тот факт, что разные количества объектов наблюдаются в разное время в период исследования.

Допустим, в клинических условиях анализируется эффективность нового лекарства. Важнейшей переменной является, очевидно, продолжительность жизни пациентов со дня поступления в больницу. В принципе, для описания средних времен жизни и сравнения нового препарата с прежними годятся обычные параметрические и непараметрические методы. Однако анализируемые данные имеют особенность, связанную с тем, как строится выборка. В день завершения исследования обнаружатся две группы пациентов. Одним новое средство помогло, и они дожили до этого дня. С другими контакт был утерян из-за того, что они по каким-то причинам покинули больницу до завершения исследования.

⁸ Этот небольшой экскурс в анализ выживаемости основан на соответствующих разделах учебников для пользователей Statistica 6.0 фирмы StatSoft и S-PLUS 2000 Professional Release 1 фирмы MathSoft.

Описательная статистика заявок на сделки с ОФЗ 45001 в 2003 г.

Таблица 2

Наименование	Вид заявки				В целом
	S	S	B	B	
Индикатор цензурирования	0	1	0	1	
Число заявок	2 292	6 842	1 837	7 914	18 885
Среднее ВОС, мин	21,38	45,50	20,89	31,08	34,14
Стандартное отклонение	42,987	66,484	38,626	50,160	55,788
Суммарное ВОС, мин	49 007,64	311 342,12	38 376,65	245 988,90	644 715,32
Максимальное ВОС, мин	297,76	360,65	283,23	324,82	360,65
Минимальное ВОС, мин	0,016	0,011	0,006	0,017	0,006

Источник: Департамент государственных ценных бумаг и инструментов денежного рынка ММВБ.

Игнорировать информацию о второй группе неразумно. Эти люди были живы, пока не покинули больницу, что свидетельствует в пользу нового лекарства. Правда, свидетельство это не такое убедительное, как информация о тех, кто уцелел ко дню завершения исследования. («Пациент Иванов был жив, по крайней мере, три месяца до того, как его перевели в другую клинику и контакт с ним был потерян.»)

На ММВБ наблюдается аналогичная картина. Исполненные заявки напоминают тех пациентов, которым новое лекарство помогло уцелеть ко дню окончания исследования. Они «дожили» до своего логического конца, то есть превратились в сделку, что свидетельствует в пользу торгового механизма ММВБ. Снятые заявки аналогичны тем пациентам, которые покинули больницу, проведя в ней какое-то время. Для большего реализма приведем фрагмент статистики заявок на покупку ОФЗ 45001 8 января 2003 г. Таблица 3 показывает, что заявка А была снята с торгов (цензурирована) через 37,67 мин после ввода, заявка Г была исполнена через 1,21 мин после ввода, а заявка Д «прожила» до исполнения всего 0,60 мин.

Если в медицинских выборках цензурируется небольшой процент наблюдений, то на ММВБ с торгов снимается львиная доля заявок. Значит, в данном случае еще важнее сохранить информацию о цензурированных наблюдениях. Как отмечают Ло, МакКинли и Жень, «игнорирование цензурированных наблюдений может радикально сместить оценку условного распределения времени до исполнения»⁹.

Анализ выживаемости позволяет учитывать влияние цензурированных наблюдений на время выживания. Обозначим T неотрицательную слу-

чайную переменную, представляющую время жизни объекта. Пусть, $f(t)$ — плотность вероятности, а $F(t)$ — функция кумулятивного распределения T . Тогда функция интенсивности T в момент t , обозначенная $h(t)$, определяется следующим образом:

$$h(t) = f(t) / (1 - F(t)),$$

поскольку $h(t)$ — вероятность того, что объект, проживший t , умрет в следующей наименьшей единице времени, $[t, t + dt]$ ¹⁰. Еще можно определить функцию выживания, $S(t)$:

$$S(t) = 1 - F(t).$$

$S(t)$ описывает вероятность того, что объект доживет хотя бы до t ¹¹. Каждая из четырех величин — $f(t)$, $F(t)$, $h(t)$ и $S(t)$ — уникально определяет три других, и все они в фокусе анализа выживания.

Существуют две методологии оценки этих функций — непараметрическая и параметрическая. Первая обходится без каких-либо допущений в отношении параметров модели. Наиболее распространенная непараметрическая оценка распределения времени выживания, предложенная Капланом и Мейером, представляет собой произведение вероятностей выживания:

$$S_{KM}(t) = \prod_{t_i < t} \frac{r(t_i) - d(t_i)}{r(t_i)},$$

где r и d — число наблюдений в группе риска и число смертей.

Важно не только установить различные вероятности времени выживания, но и оценить его чувствительность к независимым переменным. Модель пропорциональных интенсивностей Кокса, или просто модель Кокса, — самая популярная регрессионная модель времени выживания. Она — непараметрическая в том смысле, что зависит лишь от рангов времени выживания. Эта модель дает очень эффективную оценку по сравнению с параметрической моделью, даже когда данные фактически поступают из параметрической модели. Ее используют в тех случаях, когда главным

Таблица 3

Фрагмент статистики заявок на покупку ОФЗ 45001 8 января 2003 г.

Заявка*	Цена заявки	Количество бумаг	Индекс цензурирования	ВOC, мин
А	98,18	1 000	1	37,67
Б	98,10	5 000	1	40,75
В	98,05	5 000	1	31,80
Г	98,18	1 000	0	1,21
Д	98,18	5 000	0	0,60
Е	98,17	2 418	1	31,02

* Обозначения — фиктивные. Источник: Департамент государственных ценных бумаг и инструментов денежного рынка ММВБ.

является вопрос: «Насколько снизится риск смерти, если больному раком дать новое лекарство?»

В модели Кокса независимые переменные воздействуют на функцию интенсивности (а не на время выживания):

$$h(t, z) = h_0(t) \exp(\beta' z),$$

где $h(t, z)$ — функция интенсивности, обусловленная вектором независимых переменных z , $h_0(t)$ — базовая функция интенсивности (все z равны нулю), а β' — вектор коэффициентов регрессии. Для оценки функции выживания, $S(t)$ используется следующее отношение:

$$S(t, z) = S_0(t) \exp(\beta' z),$$

где S_0 — базовая функция выживания (все z равны нулю).

Параметрическая методология предусматривает выбор конкретного параметрического семейства для распределения T и тем самым допускает оценку функции выживания методом максимального правдоподобия. В условиях повышенной нагрузки на объект главным здесь является вопрос: «Какая доля водонагревателей выйдет из строя в течение двух лет при температуре нагрева 600 градусов, хотя первоначально приборы испытывались только четыре месяца при температуре 830 — 930 градусов?» Подвергнув объект стрессу, вызывают его отказ и затем применяют экстраполяцию, чтобы оценить время выживания объекта в нормальном режиме. Непараметрические модели (Каплана-Мейера, Кокса) не экстраполируют дальше последнего наблюдения.

Пусть $(t_1, \dots, t_n)$ — последовательность n реализаций T с цензурированием. И пусть известно, какие наблюдения цензурированы. Индикатор цензурирования, δ , равен 0, если наблюдение i завершено, и 1, если наблюдение i цензурировано. Если пары (t_i, δ_i) статистически независимы, то функция правдоподобия задается

$$\prod_{i=1}^n f(t_i)^{\delta_i} S(t_i)^{1-\delta_i} = \prod_U f(t_i) \prod_C S(t_i),$$

где U и C — индексы нецензурированных и цензурированных наблюдений. Имея функцию правдоподобия, можно оценить параметры распределения T методом максимального правдоподобия.

Однако предположение о независимости (t_i, δ_i) рестриктивно в отношении ВОС. Поэтому функция правдоподобия соответствует более об-

щим представлениям о структуре зависимости данных. В частности, в меру независимости механизма цензурирования каждого наблюдения (t_i, δ_i) от вероятности исполнения заявок, обусловленной вектором независимых переменных z_i , функция правдоподобия задается

$$\prod_{i=1}^n f(t_i z_i)^{\delta_i} S(t_i z_i)^{1-\delta_i} = \prod_U f(t_i z_i) \prod_C S(t_i z_i).$$

Теперь ВОС может быть зависимой переменной и увязано с z_i , но в любое время t для любой независимой переменной z механизм цензурирования должен быть независим от вероятности исполнения заявок. Этот вид цензурирования, известный как независимое цензурирование, включает случаи, когда механизм цензурирования зависит от предыдущего ВОС, предыдущего цензурирования или от независимых переменных. Однако цензурирование как результат отклонения рыночных цен от цен заявок было бы нарушением допущения, поскольку цены в момент цензурирования не включены в z_i .

Итак, включение независимых переменных в функцию правдоподобия не представляет трудностей. Их влияние на T может быть учтено путем изменения масштаба времени. Эта спецификация именуется ускоренным временем отказа¹². Обычно для изменения масштаба времени используется экспоненциальный фактор. Модель с ускоренным временем отказа выглядит так:

$$T = e^{z_i \beta} T_0,$$

где T — ВОС, z_i — вектор независимых переменных, β — вектор параметров и T_0 — базовое время отказа (с его базовым распределением). T есть масштабированная трансформация T_0 , где z_i и β определяют масштабирование. Поскольку базовое распределение оценивается параметрически, модель с ускоренным временем отказа находится в пределах параметрического подхода.

Если наблюдения достаточно хорошо моделируются каким-либо параметрическим распределением, то параметрические модели дают информацию для оценки свойств базовой функции интенсивности. Непараметрические модели этой информации не дают. Ло, МакКинли и Жень использовали в своей работе параметрическую методологию, обосновав ее превосходство над непараметрической. В данной работе также используется параметрическая методология. В статистику ВОС неплохо вписывается логнормальное распределение, и соответствующая регрессионная модель может быть описана следующим образом:

$$\ln t_i = a + z_i b,$$

где z_i — вектор независимых переменных для i -го объекта.

¹² Время отказа — это скорее из инженерного лексикона. Имеется в виду время с начала наблюдения за работой какой-нибудь машины до выхода ее из строя. Можно создать для машины экстремальные условия, например увеличить силу тока, и тогда она выйдет из строя быстрее. Это и есть ускоренное время отказа.

Таблица жизни

Наиболее естественным отображением ВОС является таблица жизни¹³. Распределение ВОС разбивается на равные интервалы, и для каждого интервала рассчитываются число и доля снятых заявок и число и доля исполненных заявок, как показано в табл. 4¹⁴. Эти данные используются для расчета таких популярных в анализе выживаемости величин, как:

- *функция выживания*¹⁵. Это кумулятивная доля заявок, не исполненных к началу интервала.

¹³ Из-за частного применения медицинских терминов к неодошественным заявкам далее не будем употреблять кавычки.

¹⁴ Пусть имеются шесть заявок. У первой и второй время выживания — 10 мин, у третьей — 5 мин, у четвертой и пятой — 100 мин и у шестой — 30 мин. И пусть в таблице жизни нужно создать два интервала. Делим 100 (всю ширину, от 0 до 100) на 2 и получаем 50 (ширину каждого интервала). Затем группируем заявки по интервалам: в первом (0-50) окажутся 4 заявки (первая, вторая, третья и шестая), а во втором (50-100) — 2.

¹⁵ Напомним, что выживание означает неисполнение, а отказ (выход из строя) означает исполнение.

Поскольку вероятности выживания считаются независимыми на разных интервалах, эта доля равна произведению долей заявок, не исполненных во всех предыдущих интервалах;

- *плотность вероятности*. Это оценка вероятности исполнения заявки в данном интервале в расчете на единицу времени данного интервала. Она рассчитывается по следующей формуле: $f_i = (S_i - S_{i+1}) / w_i$, где f_i — оценка вероятности исполнения в i -м интервале, S_i — функция выживания к началу i -го интервала, w_i — ширина i -го интервала;
- *функция интенсивности*. Это вероятность того, что заявка, не исполненная ранее, будет исполнена в данном интервале. Оценкой функции интенсивности является число исполненных заявок на единицу времени интервала, деленное на среднее число заявок, не исполненных к середине интервала;
- *медиана ВОС*. Она представляет собой ту точку на временной оси, в которой функция выживания равна 0,5.

Таблица 4

Таблица жизни заявок на сделки с ОФЗ 45001 в 2003 г.

Интервал		Заявки				Пропорция заявок		Функция выжива- ния	Плотность вероят- ности	Функция интен- сивности	Медиана ВОС, мин
№	Начало, мин.	Всего	Снято	Уцелело ¹	Испол- нено	испол- ненных ²	неиспол- ненных ³				
Покупка											
1	0,00	9751	5669	6916,5	1488	0,22	0,78	1,0000	0,0060	0,0067	265,39
2	36,09	2594	1262	1963,0	211	0,11	0,89	0,7849	0,0023	0,0031	288,73
3	72,18	1121	332	955,0	55	0,06	0,94	0,7005	0,0011	0,0016	252,64
4	108,28	734	271	598,5	32	0,05	0,95	0,6602	0,0010	0,0015	216,55
5	144,37	431	170	346,0	32	0,09	0,91	0,6249	0,0016	0,0027	180,46
6	180,46	229	68	195,0	9	0,05	0,95	0,5671	0,0007	0,0013	144,37
7	216,55	152	72	116,0	5	0,04	0,96	0,5409	0,0006	0,0012	108,28
8	252,64	75	46	52,0	5	0,10	0,90	0,5176	0,0014	0,0028	72,18
9	288,73	24	23	12,5	0	0,04	0,96	0,4678	0,0005	0,0011	36,09
10	324,82	1	1	0,5	0	1,00	0,00	0,4491			
Продажа											
1	0,00	9134	4420	6924,0	1895	0,27	0,73	1,0000	0,0068	0,0079	263,01
2	40,07	2819	1135	2251,5	237	0,11	0,89	0,7263	0,0019	0,0028	320,58
3	80,15	1447	562	1166,0	71	0,06	0,94	0,6499	0,0010	0,0016	280,51
4	120,22	814	189	719,5	20	0,03	0,97	0,6103	0,0004	0,0007	240,44
5	160,29	605	169	520,5	31	0,06	0,94	0,5933	0,0009	0,0015	200,36
6	200,36	405	155	327,5	23	0,07	0,93	0,5580	0,0010	0,0018	160,29
7	240,44	227	81	186,5	12	0,06	0,94	0,5188	0,0008	0,0017	120,22
8	280,51	134	114	77,0	3	0,04	0,96	0,4854	0,0005	0,0010	80,15
9	320,58	17	16	9,0	0	0,06	0,94	0,4665	0,0006	0,0014	40,07
10	360,66	1	1	0,5	0	1,00	0,00	0,4406			

¹ Число всех заявок минус половина снятых заявок.

² Число исполненных заявок, деленное на число уцелевших заявок.

³ Единица минус доля исполненных заявок.

Кривая выживания

Для цензурированных, но не группированных (по интервалам) наблюдений функцию выживания можно оценить без таблицы жизни. Представим себе файл, в котором каждое наблюдение содержит точно один временной отрезок. Именно таким свойством обладает рассматриваемая выборка. Перемножая вероятности выживания в каждом отрезке, получим следующую формулу для функции выживания:

$$S(t) = \prod_{i=1}^t [(n-i)/(n-i+1)]^{\delta(i)}.$$

В этом выражении $S(t)$ — оценка функции выживания, n — общее число наблюдений, i — порядковый (хронологический) номер наблюдения, $\delta(i)$ равно 1, если i -е наблюдение завершено, и $\delta(i)$ равно 0, если i -е наблюдение цензурировано. $\prod$ означает произведение по всем наблюдениям i , завершившимся к моменту t . Такая оценка функции выживания именуется множительной и впервые была предложена Капланом и Мейером. Ее преимущество по сравнению с таблицей жизни состоит в том, что результат не зависит от разбиения времени наблюдения на интервалы.

На рисунке показаны кривые Каплана-Мейера для заявок на продажу и заявок на покупку. При ближайшем рассмотрении они напоминают лестницу, где спуск на нижнюю ступень означает исполнение заявки. Заметим, что кривые выживания никогда не повышаются. Иначе говоря, чем больше время выживания, тем меньше пропорция выживших объектов.

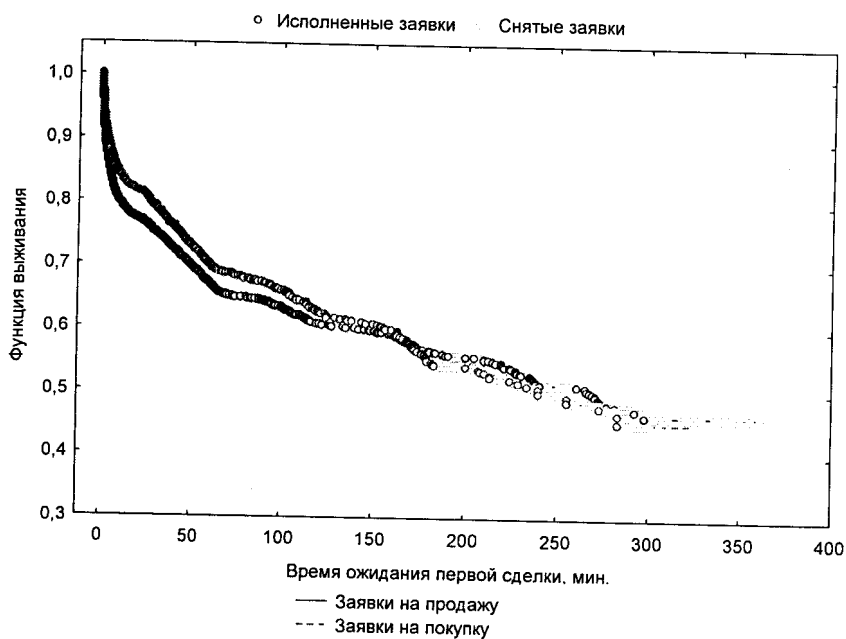
Кривую выживания, являющуюся графическим представлением функции выживания, легко интерпретировать. Десятичные дроби на вертикальной оси показывают пропорцию неисполненных заявок, а минуты на горизонтальной оси — время с момента ввода заявки в ТС ММВБ. Примерно у 40% заявок на покупку и продажу ВОС не превысило 150 мин, а остальным пришлось ждать дольше. Пропорция неисполненных заявок особенно круто снижается первые 10 — 15 мин ВОС. Этот отрезок кривой соответствует наибольшей активности рынка. Затем снижение становится более плавным и ближе к 300 мин прекращается.

Но дальняя часть кривой выживания обычно извилистее (имеет большее стандартное отклонение), чем ближняя, поскольку цензурирование снижает число объектов, наблюдаемых дольше. И сравнительно горизонтальный отрезок кривой справа от 300 мин не означает, что представленные им заявки не будут исполнены. Он может отражать неточность оценки, связанную с небольшим числом заявок-«долгожителей».

Сравним теперь две кривые с целью выяснить, чьи заявки — покупателей или продавцов — имеют большее ВОС. Здесь возможны следующие варианты:

- одна кривая систематически выше другой (по вертикали): пропорция выживших объектов в первой группе однозначно выше, чем во второй;
- кривые пересекаются единожды: сравнение затруднено;
- кривые часто пересекаются или сливаются: две группы, вероятно, имеют одно и то же распределение.

В рассматриваемом случае имеет место второй вариант: кривые пересекаются в районе 160 мин. У покупателей пропорция неисполненных заявок выше до, а у продавцов — после этого времени, т.е. у первых кривая более пологая, чем у вторых. Z-статистика (значение стандартного нормального распределения, соответствующее обобщенному Геханом критерию Вилкоксона) равна $-6,9979$ при $p = 0,00000$. Следовательно, различия между двумя группами заявок статистически значимы.



Кривые выживания для заявок на сделки с ОФЗ 45001 в 2003 г.

Регрессионная модель

Важно не только установить различные вероятности исполнения заявок, но и отразить влияние параметров заявки и состояния рынка на ВОС. Любая лимитированная заявка характеризуется стороной рынка (купить или продать), объемом и ценой¹⁶. Эти параметры включены в набор независимых переменных. Также включена доходность к погашению, по которой иногда вводятся заявки. Другой набор переменных отражает состояние рынка на момент сделки. Это объем заявок на покупку и продажу, темп событий в ТС ММВБ, спрэд и удаление цены заявки от равновесной цены бумаги. В табл. 5 приводится дополнительная информация о независимых переменных.

Результаты оценивания модели приведены в табл. 6. В обеих группах заявок χ^2 для всей модели статистически очень надежен ($p = 0,0000$). Это означает, что по крайней мере некоторые регрессоры статистически значимо влияют на ВОС ($t > 2$ при $p < 0,05$). Действительно, в группе

¹⁶ Есть и другие характеристики, например тип заявки, но они являются скорее торгово-стратегическими, чем экономическими. В нашей выборке 98% всех заявок — это заявки с расщеплением и исполнением по разным ценам и 2% — заявки, вводимые по доходности, а не по цене, с расщеплением и исполнением по разным ценам. Поскольку доминируют заявки с расщеплением и исполнением по разным ценам, тип заявки исключен из набора независимых переменных.

¹⁷ Возможно, «нелогичный» знак доходности заявок на продажу — результат сильной отрицательной корреляции доходности и цены (коэффициент парной корреляции равен $-0,97$ и статистически значим при $p < 0,05$).

заявок на покупку таких регрессоров пять из семи, а в группе заявок на продажу — шесть.

Начнем с параметров заявки. В обеих группах объем заявки имеет ожидаемый знак («минус»), но не имеет экономического веса (ничтожная β), а у заявок на покупку он к тому же статистически незначим. В обеих группах цена имеет правильный знак. С ростом цены заявок на покупку ВОС сокращается, поскольку продажа становится выгоднее. А чем выше цена заявок на продажу, тем больше ВОС, так как покупка становится невыгодной. В обеих группах «поведение» цены совпадает с логикой торговли, но ее влияние на ВОС мало, а у заявок на покупку она еще и статистически незначима.

В обеих группах доходность статистически значима и экономически весома. У заявок на покупку чем выше доходность, тем больше ВОС. Это логично, ибо, снижая цену (повышая доходность для себя), покупатели отпугивают продавцов и уменьшают вероятность сделки. У заявок на продажу рост доходности сопровождается снижением ВОС. Это нелогично. Повышая цену, а с ней и доходность для себя, продавцы отпугивают покупателей и уменьшают вероятность сделки¹⁷.

Обратимся теперь к показателям конъюнктуры рынка. Нарастающий объем заявок (сумма спроса и предложения) свидетельствует о решимости трейдеров заключать сделки. Товар и деньги уже на рынке. Отсюда и снижение ВОС. Но экономическое влияние этого регрессора близко к нулю в обеих группах, хотя статистически он очень надежен. Можем без колебаний сбросить его со счетов.

Таблица 5

Независимые переменные

Переменная	Название в тексте	Единица измерения	Определение
Цена заявки	Цена	%	Рублевая цена в % к рублевому номиналу
Объем заявки	Объем заявки	Штуки	Количество бумаг, указанное в заявке
Доходность к погашению	Доходность	Базисные пункты	Ожидаемый доход, деленный на курс в расчете на число дней до погашения
Объем заявок	Объем заявок	Тысячи штук	Сумма объемов заявок на покупку и продажу на момент ввода данной заявки
Темп событий в ТС ММВБ	Темп событий	Целое число	Число событий за 5 000 единиц времени Microsoft Access до ввода данной заявки ¹
Bid-ask спрэд	Спрэд	%	Разность между минимальной ценой продажи (ask) и максимальной ценой покупки (bid) на момент ввода данной заявки
Удаление цены заявки от равновесной цены	S спрэда ²	%	Разность между ценой заявки и половиной суммы минимальной цены продажи максимальной цены покупки

¹ События в ТС ММВБ — это ввод заявки, снятие заявки и сделка.

² Обычно каждая новая заявка улучшает спрэд, и поэтому удаление цены заявки от равновесной цены можно выразить 1/2 спрэда. Изредка вводится заявка с худшей ценой, чем у предыдущей. Тогда цена заявки удаляется от «подлинной» цены бумаги больше, чем на 1/2 спрэда.

Результаты регрессионного анализа времени ожидания сделки

Таблица 6

Наименование	β	Стандартная ошибка расчета	t
Заявки на покупку ($\chi^2 = 889,72$, $p = 0,0000$)			
Объем заявки	-0,00001	0,000004	-1,77452
Цена	0,07691	0,058728	1,30969
Доходность	0,25449	0,116169	2,19070
Объем заявок	-0,00000	0,000000	-6,20571
Темп событий	-0,01050	0,003371	-3,11588
Спрэд	2,83279	0,128530	22,03998
1/2 спреда	0,01144	0,004230	2,70421
Заявки на продажу ($\chi^2 = 1\,964,51$, $p = 0,0000$)			
Объем заявки	-0,00001	0,000004	-2,9443
Цена	-0,15629	0,053102	-2,9431
Доходность	-0,35794	0,104653	-3,4202
Объем заявок	-0,00000	0,000000	-12,4683
Темп событий	-0,00392	0,003065	-1,2775
Спрэд	3,68081	0,126386	29,1236
1/2 спреда	0,04911	0,003984	12,3274

Рост темпа событий означает, что трейдеры вводят и снимают больше заявок, «подрезая» друг друга (улучшая цены для возможных контрагентов), чтобы быстрее заключить сделку. Поэтому с ростом темпа событий ВОС должно сокращаться. В обеих группах темп событий отрицателен, но его экономический вес мал, а у заявок на продажу он еще и статистически незначим.

Во всех отношениях главный регрессор — спрэд. Он оказывает самое сильное влияние на ВОС, статистически очень надежен и имеет правильный знак. Чем шире спрэд, тем дороже обходятся сделки и тем больше ВОС. 1/2 спреда «копирует» спрэд, но с гораздо меньшим эффектом.

Заключение

Риск неисполнения органически присущ чистому рынку лимитированных заявок, где нет маркет-мейкеров, готовых заключать сделки по «первому требованию» инвесторов. В рассматриваемой выборке ВОС колеблется от 1 сек до 361 мин,

составляя в итоге за 2003 г. 645 тыс. мин. В среднем трейдерам приходится ждать 34 мин. Основной реакцией на риск неисполнения является снятие заявки с торгов. До сделки «доживают» лишь 22% заявок. Таким образом, ВОС сильно цензурировано, что делает его естественным объектом анализа выживания.

Таблица жизни и кривые Каплана-Мейера дают развернутую картину ВОС с учетом цензурирования. Видно, как у заявок на покупку и продажу снижаются функция выживания, плотность вероятности, функция интенсивности и медиана ВОС по мере перехода из интервала с меньшими значениями ВОС в интервал с большими значениями. Для оценки влияния на ВОС параметров заявки и состояния рынка была использована параметрическая модель с логнормальным распределением ВОС. Результаты оценивания позволяют заключить, что ВОС зависит не столько от параметров заявки, сколько от того, какую дань (спрэд) требует рынок за безотлагательность сделки.