

РЕЖИМЫ ДИНАМИКИ ФОНДОВЫХ РЫНКОВ

К. К. БОРУСЯК

Данная статья посвящена вопросам моделирования движения цен на фондовых рынках. Основное внимание уделяется различию между турбулентными (кризисными) и стабильными режимами динамики, идентификации, а также прогнозированию крахов на финансовых рынках. Изучается роль коллективного поведения агентов как фактора возникновения пузырей и последующего наступления кризисов. Модели динамики цен систематизируются с точки зрения состояний рынка, при которых они применимы, и задач, которые они позволяют решать.

Ключевые слова: ценовая динамика, фондовый рынок, кризисы.

В научной литературе представлен целый ряд подходов к изучению движения цен на финансовых рынках. Множество исследований можно условно разделить на три направления:

1) *экономическое*, в котором динамика рынков рассматривается как одна из составляющих развития экономических систем, а рыночные колебания как элементы бизнес-циклов. Здесь изучается совместная динамика множества макроэкономических переменных в различных странах с учетом институциональных факторов;

2) *эконометрическое*, цель которого – построение стохастических моделей движения цен, наиболее адекватно описывающих те или иные «стилизированные факты» доходностей рыночных инструментов. Объектом анализа здесь служат одномерные или многомерные временные ряды цен;

3) *эконофизическое*, в котором финансовые рынки рассматриваются как один из видов естественных сложных систем. В динамике рынков пытаются выявить общие закономерности, присущие всем сложным системам и, наоборот, отличительные черты финансовых рядов.

Широкое разнообразие моделей ценовой динамики, основанных на различных базовых принципах (к примеру, стохастической и нестохастической природе движения цен), делает необходимой систематизацию подходов и моделей. Анализ показывает, что существуют две основные причины отсутствия «единой» модели динамики цен.

Во-первых, выбор того или иного класса моделей зависит от цели исследования: требуется ли построить торговую стратегию, систему риск-менеджмента или выявить долгосрочные закономерности в развитии финансового рынка и определить его место в экономической системе. Игро-

кам и аналитикам на финансовых рынках важно понимать, какие модели применимы для ответа на различные возникающие в их деятельности вопросы.

Во-вторых, многие модели применимы лишь при некоторых состояниях финансового рынка. Хотя упомянутые выше направления исследований развивались вполне независимо, в каждом из них со временем сформировалось представление, что динамику рынков нельзя рассматривать как единый процесс с постоянными во времени свойствами. Напротив, следует выделять спокойные (стабильные) и кризисные (турбулентные) *режимы динамики*, свойства которых принципиально различаются.

В данном обзоре мы рассматриваем основные ветви количественных исследований динамики рынков как одно- и многорежимных, формальные подходы к идентификации и прогнозированию моментов смены режима и возникающие в связи с этим проблемы. На основе анализа литературы мы систематизируем существующие модели с точки зрения состояний рынка, при которых их следует применять, и задач, которые эти модели позволяют решать.

Особое внимание уделяется анализу *коллективного поведения* рыночных агентов. Наряду с резкими падениями цен, повышением волатильности и ухудшением макроэкономических показателей, оно является одной из ключевых черт кризисной динамики. Хотя в рамках различных направлений исследований коллективность определяется и выявляется по-разному, за этим понятием лежит общая идея: если в спокойное время как различные продавцы на рынках, так и локальные рынки в мировой финансовой системе ведут

себя достаточно независимо, то во время кризиса существует тенденция к синхронным действиям, которые и могут стать причиной скачков цен, возрастания волатильности и т. п.

Сперва в статье рассматриваются вопросы определения и датировки кризисов на основе экономических показателей и выявления пузырей. Далее проводится анализ моделей динамики рынков в рамках эконометрического и экономическо-го направлений. В заключении обобщаются полученные выводы.

1. Определение и экономическая датировка кризисов

Кризисное состояние экономики достаточно трудно определить объективно. В каждой эмпирической работе оно понимается по-разному и с точки зрения разных экономических переменных, из-за чего сравнение моделей проблематично. Для того чтобы дать единое экономическое определение кризиса, необходимо собрать обширную выборку – потребность в подобных базах данных стала понятна как традиционным экономистам, так и экономистам [47]. Одна из наиболее масштабных попыток обобщить все исторические данные о кризисах различных видов на основе колебаний макроэкономических переменных принята для 70 стран за период до 150 лет [45].

На основе этих данных в работе Рейнхарта и Рогоффа вводятся четкие определения и методы датировки финансовых кризисов различных видов: инфляционных, долговых, банковских и валютных [46]. Эти определения в определенной мере условны, но они позволяют анализировать протекание кризисов, выявлять причинно-следственные связи. К примеру, авторы приходят к выводу, что мировой банковский кризис и чрезмерный уровень внешнего долга приводят к страновым банковским кризисам. В свою очередь, банковские кризисы в совокупности с повышением государственного долга приводят к дефолтам по государственным облигациям, либо к инфляционным кризисам.

В соответствии с мнением Рейнхарта и Рогоффа, инфляционный кризис – превышение годовым темпом инфляции 20 %-го уровня, валютный кризис – падение курса валюты на 15 % за год. Под банковским кризисом понимается массовое изъятие вкладов (bank run), либо закрытие или санация значимой кредитной организации, повлекшие за собой ряд других подобных событий. Наконец, под долговым кризисом понимается дефолт или реструктуризация государственного долга.

Четкая датировка событий позволяют Рейнхарту и Рогоффу успешно применять логит-регрессии и другие модели для статистического исследования экономических кризисов и их причин. Подобный подход используется и в другой работе при прогнозировании валютных кризисов развивающихся стран, хотя с другими пороговыми значениями для определения кризиса [36]. Включая в модель реальный ВВП, характеристики инвестиций, дефицита, инфляции и ряд других экономических показателей, авторы достигают достаточно высокого качества прогноза состояния экономики на один месяц вперед.

Упомянутые работы дают определение финансовых кризисов через макроэкономические показатели. Можно подойти к вопросу идентификации кризисов и с другой стороны. Поскольку они предполагают резкое снижение стоимости разнообразных активов, их важным индикатором являются крахи финансовых рынков. К примеру, началом кризиса можно считать относительное снижение фондового индекса на некоторую пороговую величину за определенный период, а завершением – возврат на докризисный уровень. В любом случае изучение колебаний цен на финансовых рынках является важной составляющей изучения кризисов. Далее мы будем рассматривать финансовые кризисы именно под этим углом зрения.

2. Пузыри как индикатор турбулентной динамики

Один из подходов к выявлению кризисных явлений на финансовых рынках, который можно отнести к эконометрическому направлению, связан с понятием пузырей. Предполагается, что кризис (резкое падение цены) – это не «болезнь» рынка, а скорее его выздоровление, т. е. исчезновение пузыря. И отсутствие пузырей является даже одним из определений, хотя и не классическим, информационной эффективности рынка [12].

Под пузырем понимается систематическое различие между рыночной и фундаментальной стоимостью актива. Эффективный рынок определяется как тот, на котором рыночная стоимость отличается от фундаментальной не более чем вдвое в любую сторону (двукратное соотношение здесь, разумеется, достаточно произвольно) и эффективность рынка противопоставляется наличию пузыря. Формальное определение фундаментальной стоимости дать чрезвычайно трудно, из-за чего даже в литературе по оценке стоимости (к примеру, в классической книге «Инвестиционная оценка» А. Дамодарана), где это понятие яв-

ляется центральным, строгое определение зачастую не дается. В то же время существует представление, лежащее в основе фундаментального анализа фондовых рынков, что цена акции имеет тенденцию приближаться к некоторому ненаблюдаемому среднему (которое само изменяется во времени). Это среднее естественно связывать с денежной оценкой прав, которые дает акция, без учета возможности ее перепродажи (ожидания такой перепродажи и создают пузырь). Так как миноритарный пакет акций, главным образом, дает право на долю в будущей прибыли компании, фундаментальную стоимость приближенно считают равной дисконтированной величине денежных потоков (cash flows to equity; см. [3]). В предположении, что рано или поздно вся прибыль будет выплачена акционерам, можно использовать эквивалентное и технически более простое приближение – дисконтированный ожидаемый поток дивидендов по акции в будущем.

Основная проблема при исследовании пузырей состоит в том, что фундаментальная стоимость не наблюдаема и оценить ее можно только из модели ценообразования активов, делающей те или иные предположения о процентных ставках, динамике дивидендов и пр. Поэтому отклонение рыночной стоимости от фундаментальной может говорить как о наличии пузыря, так и о ложной модели ценообразования. В связи с этим говорят, что тесты на отсутствие пузырей являются совместными (joint hypothesis) тестами на адекватность модели и на совпадение рыночной стоимости с фундаментальной.

В еще в одной работе проводится обзор эконометрических тестов на наличие пузырей [29]. Одним из первых среди них был тест Шиллера, который основан на следующей идее: по историческим данным рассчитывается оценка справедливой цены акции *ex post* как дисконтированный поток дивидендов [52]:

$$P_t^* = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^i d_{t+i},$$

где d_{t+i} – дивиденды в момент $t+i$,
 t – момент времени в прошлом.

Рыночная цена на рынке без пузырей в такой модели равна ожидаемому значению того же потока:

$$P_t = \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^i E_t(d_{t+i}).$$

Следовательно,

$$P_t^* = P_t + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{1+r} \right)^i \varepsilon_{t,i},$$

где $\varepsilon_{t,i}$ – отклонения дивидендов от их ожидаемого значения, непредсказуемы на эффективном рынке и не коррелируют с P_t .

Поэтому справедливые цены должны быть более волатильны, чем рыночные, в то время как данные уверенно показывают противоположное соотношение. Результат теста сохраняется, даже если отказаться от ряда предпосылок, сделанных Шиллером, в частности от стационарности процесса дивидендов и детерминированности процентной ставки [34].

Тест Веста основан на другой идее [57]. Независимо от того, есть ли пузырь, при рациональных ожиданиях должно быть выполнено соотношение:

$$P_t = \frac{1}{1+r} \cdot E_t(P_{t+1} + d_{t+1}),$$

из которого с помощью линейной регрессии можно оценить r . Если предположить, что дивиденды следуют $AR(1)$ -процессу $d_t = \varphi d_{t-1} + u_t$, нетрудно показать, что фундаментальная цена акции равна $P_t^f = \beta d_t$, где $\beta = \frac{\varphi}{1+r-\varphi}$ можно оценить по рыночным данным.

С другой стороны, рыночная цена отличается от фундаментальной на величину пузыря: $P_t = \beta d_t + B_t$. В этом уравнении коэффициент β можно оценить с помощью линейной регрессии P_t на d_t . Если пузыря нет, обе оценки β будут состоятельными, а значит, близкими друг к другу. Если же пузырь есть, и B_t коррелировано с d_t (что было бы достаточно естественно), состоятельной будет только первая оценка. Поэтому различие между двумя оценками β является признаком наличия пузыря.

Ряд тестов основан на интегрированности и коинтеграции рядов цен и дивидендов, существуют и другие подходы ([20] и др.). Однако из-за проблемы совместного тестирования гипотез результаты всех тестов являются неоднозначными. Если в какой-то работе утверждается, что динамика некоторого ряда свидетельствует о наличии пузыря (т.е. изменения цен не связаны с фундаментальными причинами), то обязательно найдется другое исследование, описывающее те же

данные с помощью расширенной модели ценообразования и без пузыря [29]. Таким образом, хотя о наличии пузырей активно говорят эксперты в области финансовых рынков, формализованное количественное выявление пузырей остается на текущий момент открытой задачей.

Некоторый оптимизм, правда, рождает появление новых финансовых инструментов – фьючерсов на дивидендов, доступных пока только для индекса Dow Jones Euro Stoxx 50. Эти инструменты можно использовать для непосредственного выявления пузырей [26]. Считается, что сами эти инструменты, скорее всего, будут слабо подвержены пузырям, так как имеют фиксированный срок погашения (в отличие от акций, где вечное ожидание роста котировок может приводить к пузырю). В этом случае по фьючерсам на дивиденды можно будет оценить фундаментальное значение индекса. Впрочем, поскольку данные фьючерсы появились впервые на рынке лишь в 2008 г., на текущий момент еще рано делать определенные выводы.

Следует рассмотреть еще один альтернативный подход к исследованию пузырей [43]. Подобно другой работе [29], в этом подходе показывается, что данных о ценах недостаточно для выявления пузырей. Вместо этого он предлагает использовать представления инвесторов о том, повышена ли цена и в какую сторону она будет меняться. Такие данные можно было бы собирать путем опросов участников финансовых рынков. Однако применимость такого подхода требует, чтобы инвесторы были способны чувствовать пузыри – насколько это предположение соответствует действительности, пока неясно.

В любом случае, если удастся относительно надежно выявлять пузыри, это создаст новые перспективы для прогнозирования кризисов. Отметим, что, поскольку пузыри могут возникать вследствие рациональных действий инвесторов, выявление пузырей и публикация информации о них не обязательно приведут к их исчезновению.

3. Стохастические модели и режимы динамики

Другое направление эконометрической литературы, посвященной изучению динамики цен и кризисов, основано на непосредственном вероятностном описании процесса движения цен. Стохастические модели динамики финансовых рынков восходят к работе Башелье [6]. Теория эффективного рынка способствовала развитию модели случайного блуждания цен активов, в простейшей версии которой доходности финансовых инструментов считаются гауссовскими и независимыми

в различные периоды времени. В дальнейшем статистический анализ доходностей акций выявил целый ряд стилизованных фактов, устойчиво наблюдающихся для различных рынков и временных периодов и не сочетающихся со случайным блужданием. Существует следующий список:

- тяжелые хвосты (лептоэксцесс) безусловных распределений доходности (высокая вероятность сильных колебаний рынка по сравнению с предсказанной на основе нормального распределения);
- кластеризация волатильности (наличие длительных периодов с высокой и с низкой волатильностью);
- асимметричная реакция волатильности на позитивные и негативные шоки (более сильная реакция волатильности на негативные новости);
- коррелированные изменения волатильности для разных активов и на разных рынках (синхронное наступление и окончание кризисов на различных рынках);
- более сильная корреляция между падающими рынками, чем между растущими [44].

Чтобы учесть первый из этих эффектов, строятся модели, в которых снимается предпосылка о гауссовском распределении доходностей. Второй и третий эффекты требуют отказа от независимости доходностей. Наконец, два последних описываются многомерными моделями, в том числе с несколькими режимами.

Рассмотрим сперва класс моделей, в которых независимость и одинаковое распределение сохраняются, но доходности имеют тяжелые хвосты. Обозначим $x_{t,t+\Delta t} = \ln(P_{t+\Delta t}/P_t)$ доходность за период $[t, t + \Delta t]$. Тогда для любого n имеет место следующее представление:

$$x_{0,T} = x_{0,T/n} + x_{T/n,2T/n} + \dots + x_{T-T/n,T},$$

т. е. доходность можно представить как сумму произвольного количества независимых и одинаково распределенных случайных величин. В этом случае говорят, что распределение доходностей является *бесконечно делимым*, а логарифм цены следует *процессу Леви* (см., напр., [49]). Соответственно, в литературе предлагались различные параметрические семейства бесконечно делимых распределений для описания распределения доходностей, к примеру, устойчивые распределения Парето с бесконечной дисперсией [39; 24], Variance Gamma-распределение [38], гиперболические распределения [22] и распределения Мейкснера [50]. Класс распределений Мейкснера был рассмотрен и применительно к российскому рынку [2].

В другом классе моделей сохраняется нормальность условного распределения доходностей, но независимость доходностей не предполагается. Это не противоречит безарбитражности рынка, если условное математическое ожидание доходности остается непредсказуемым, при этом волатильность, направление движения цены и подобное могут быть прогнозируемы. Среди таких моделей *устойчивость волатильности* описывается моделями семейства ARCH [23], наиболее часто используется GARCH [14]. Эффект рычага, т. е. асимметричная реакция волатильности на положительные и отрицательные шоки вводится в модели EGARCH [42], существует и множество других вариаций ARCH. Другой стилизованный факт, *долгосрочная память* доходностей, моделируется с помощью процесса фрактального броуновского движения цен (см. [4]). Сочетание эффектов кластеризации волатильности и долгосрочной памяти описывается моделью FIGARCH [7].

В более сложных моделях не предполагаются ни нормальное распределение, ни независимость доходностей. К таким относятся, в том числе ARCH-модели с негауссовскими остатками. К примеру, нами было продемонстрировано качество модели *TGARCH* (*GARCH*(1,1) с остатками, распределенными по закону Стюдента) при описании российского фондового рынка [1].

Хотя постоянно появляются новые модели, учитывающие множество факторов, каждая из них хорошо описывает некоторые данные и плохо другие. Как отмечается в работе, «нестационарность – наиболее характерная из всех черт финансовых рынков» [56]. Как выявленные учеными закономерности, так и построенные практиками торговые системы со временем перестают работать.

Анализ показывает, что причина этого в наличии *нескольких режимов динамики*, обладающих различными свойствами. К такому выводу приходит и Де Лима [19]. С помощью специально разработанного теста он показывает, что динамика индекса S&P за 10-летний период времени, включающий «черный понедельник» октября 1987 г., не подходит под различные спецификации моделей класса ARCH. Напротив, данные не противоречат модели с несколькими режимами, переключение между которыми происходит в форме скачкообразных изменений волатильности. Де Лима предлагает метод для выявления моментов подобной смены режима. Кроме того, ссылаясь на ряд работ, он отмечает, что видимая кластеризация волатильности (ARCH-эффекты) может быть связана с такими структурными сдвига-

ми, а не являться истинным свойством фондовых рынков [53; 21].

По итогам сравнения более 90 моделей динамики рынков также указывается, что, возможно, различные подходы должны использоваться при прогнозировании волатильности в «обычные» и «особые» периоды функционирования финансовых рынков [44]. Другое исследование демонстрирует, что разнообразие распределений доходностей, которые использовались для описания динамики рынков, может свидетельствовать о том, что игнорировалась рыночная ситуация – эти распределения обладают разными свойствами, к примеру, на растущем и падающем рынках [34]. Автор, в частности, показывает, что в периоды роста распределение абсолютных доходностей может быть ближе к степенному ($f(x) \sim x^{-\alpha}$), а при падении – к экспоненциальному ($f(x) : e^{-|x|/\beta}$).

В другой работе, в которой приводятся еще один тест, анализируется коллективное поведение рынков США и Германии и акций на каждом из этих рынков [55]. Мерой коллективности поведения служит корреляционная матрица доходностей различных активов (условных на известную инвесторам информацию). Чем выше корреляции (т. е. чем ближе корреляционная матрица к вырожденной), тем сильнее синхронно движутся цены. Авторы исследуют собственные значения корреляционных матриц доходностей. Они обнаруживают, что в периоды падения рынка существует одно собственное значение, значительно превосходящее все остальные, т. е. все активы представляют собой по сути один – имеется ярко выраженное коллективное поведение. Напротив, в периоды роста собственные значения находятся ближе друг к другу, т. е. различные активы движутся в достаточной мере независимо.

Приводится некоторое теоретическое обоснование различию между режимами динамики [43]. В исследовании показывается, что в условиях несклонности агентов к риску гипотеза эффективного рынка, так или иначе предполагаемая во всех моделях, подобных ARCH, в общем случае не должна выполняться. Однако она будет верна, если ошибки прогнозирования рыночной ситуации агентами слабо коррелированы¹. В стабильные периоды поведение агентов обладает этим свойством, поэтому ARCH-модели могут давать приемлемый результат. В то же время в кризисные моменты наблюдается коллективное, сильно кор-

¹ Формальное определение слабой корреляции, которое дается в работе Песарана [43], достаточно сложно, поэтому опущено в данном обзоре.

релированное поведение игроков, так что эффективность может нарушаться.

Чтобы моделировать коллективное поведение, в рамках эконометрического подхода строятся многомерные модели, в которых одновременно описывается динамика нескольких рядов – акций на одном рынке или фондовых индексов различных стран. Рассмотрим одну из моделей этого класса, которая позволяет изучать динамику рынков с несколькими режимами – модель MS-GARCH (Markov-Switching GARCH) [17]. В этой работе вводятся следующие предположения:

- динамика каждого из финансовых инструментов, в данном случае фондовых индексов, описывается моделью GARCH;
- рынки коррелированы между собой;
- существуют два режима, отражающих состояние мирового рынка, причем параметры динамики, в том числе и корреляция между странами, зависят от режима;
- переключение между режимами происходит случайным образом с постоянными вероятностями¹.

Настройка модели на данных по нескольким европейским фондовым рынкам за 1998-1999 гг. позволяет авторам выявить два значимо различающихся режима. Один из них (спокойный) имеет низкую волатильностью и низкую корреляцию, другой (турбулентный) – высокие уровни обоих показателей. При этом каждый из режимов достаточно устойчив, что вполне соответствует эмпирическим наблюдениям.

4. Анализ финансовых рынков как сложных систем

Альтернативный, нестохастический подход к изучению динамики рынков предлагает экономическое направление. Этот подход состоит в том, что можно выявить существенные сходства экономических рядов с динамикой различных *естественных сложных систем*. Было проведено множество подобных сравнений: процессы на финансовых рынках сопоставлялись с «гигантскими резонансами» в атомном ядре [55], процессами в атмосфере [41], потоки денег и товаров – с фермионами и бозонами [9] и т. д.

Динамическая сложность системы на качественном уровне проявляется через ряд свойств².

Среди них можно выделить следующие :

1) *хаотическую динамику* – преимущественно детерминированные колебания, которые характеризуются сильной чувствительностью к начальным условиям, из-за чего любой малый шок за достаточно короткое время приводит к полному изменению траектории системы. Поэтому такие системы (даже в полностью детерминированном случае, а тем более при наличии шума) невозможно прогнозировать на достаточно долгую перспективу;

2) *самоорганизующую критичность* – достижение переходных состояний, таких как кризис на фондовом рынке, за счет эндогенных причин;

3) *масштабную инвариантность* – самоподобие системы при изменении шкалы времени вблизи критических состояний, а также связанные с этим *степенные распределения* параметров состояния системы и *фрактальные* и *мультифрактальные характеристики* динамики.

Все эти свойства изучались эмпирически на различных финансовых временных рядах. В некоторых работах демонстрируется наличие мультифрактальных свойств финансовых рынков [37; 27], а отдельное исследование выявляет самоорганизующую критичность в динамике фондового индекса Nasdaq 100 [10].

Исследования обнаружили хаос в динамике некоторых валютных курсов [8; 52]; для фондового рынка результаты в основном негативны (см. [32; 5]). Схожий результат был получен и для российского фондового рынка [1]. Также было построено множество теоретических [11; 13; 28] и агентно ориентированных моделей (напр., [31]), в которых те или иные особенности рыночного механизма или поведения экономических агентов приводили к сложной динамике. К таким особенностям могут относиться экстерналии в производстве [28], кредитные ограничения [58], адаптивные ожидания агентов [18] и др. Отметим особую актуальность этих исследований для России: в ряде теоретических моделей обнаруживается, что появление хаотической динамики может быть наиболее вероятным в переходных экономиках со средним уровнем развития [28; 16].

Особый взгляд на природу динамики рынков предлагается в работе Манделбрата [40] и далее изучается в исследовании Люкса [37]. В соответствии с ними доходности представляют собой

¹ В модели MS-GARCH переключение между режимами происходит резко. В других моделях, таких как STAR (smooth transition autoregressive; см. напр., [48]), такой переход происходит постепенно, что может лучше соответствовать реальности.

² В принципе фондовый рынок как часть экономической системы обладает не только динамической, но и структурной сложностью, так как состоит из множества взаимосвязанных компонент, подвержен воздействию развитого законодательного регулирования и т. д.

обычное случайное блуждание (либо фрактальное броуновское движение), но в *измененном времени*. Искривление времени связано с тем, что рынок живет не по обычным часам, а по некоторому внутреннему «бизнес-времени». В некоторых экспериментах Галилей измерял время падения предметов количеством ударов пульса. Так и здесь, скорость течения времени – пульс рынка, связанный с интенсивностью сделок. В модели, представленной у Люкса [37], деформация времени происходит в соответствии с так называемыми мультифрактальными каскадами. В этой работе показано, что простейшая однопараметрическая модель из данного класса превосходит по качеству модель GARCH и не уступает TGARCH. Она позволяет улавливать долгосрочную память волатильности и аппроксимировать безусловное распределение доходностей. Данный подход кажется весьма перспективным для моделирования коллективного поведения рыночных инструментов, если сделать естественное предположение, что время на различных финансовых рынках и их сегментах течет схожим образом.

Наконец, рассмотрим одну из наиболее популярных и активно развивающихся экономофизических моделей для описания и прогнозирования кризисов – модель логпериодических колебаний (LPPL, log-periodic power law [25, 54]). В приведенной форме она приобретает вид:

$$P_t = c_1 + c_2(1 + c_3 \cos(\omega\tau + \phi)) \cdot \tau^{-\alpha}, \quad \tau = T_{cr} - t,$$

где P_t – цена в момент времени t ,

T_{cr} – предполагаемый момент кризиса,

τ – время, оставшееся до кризиса,

$c_1, c_2, c_3, \omega, \phi, \alpha$ – параметры.

В этой модели предкризисная динамика характеризуется колебаниями возрастающей амплитуды и частоты. Экономический смысл такого поведения прозрачен: перед кризисом рынок начинает «трясти»: волатильность подскакивает, взлеты и падения становятся все более частыми. При этом тренд, $\tilde{P}_t = c_1 + c_2(T_{cr} - t)^{-\alpha}$, становится «сверхэкспоненциальным» – рост цены происходит с возрастающим темпом; происходит быстрое надувание пузыря незадолго до момента его исчезновения – наступления кризиса.

Модель LPPL имеет глубокие корни в теории сложных систем. Параметрическую форму модели, приведенную выше, можно получить из различных соображений. В работе [33] рассматривается ее вывод через соображения модели Изинга в статистической физике. Локальные коммуника-

ции между агентами (трейдерами) в таких моделях приводят к коллективному поведению и критическим состояниям, характеризующимся логпериодическими колебаниями. В работе [55] то же уравнение выводится в более общем случае для критических состояний систем из соображений их масштабной инвариантности. Авторы показывают, что логпериодические колебания служат приближением истинного закона динамики системы при его разложении в ряд Фурье до первого члена.

Отметим, что модель логпериодических колебаний может служить также объяснением волновой теории Эллиотта – одного из широко применяемых подходов в техническом анализе фондового рынка [54].

О применимости модели к описанию и прогнозированию финансовых рынков ведутся серьезные споры. Так, в работе Болоньек-Ласона, Косински отмечаются следующие ее основные недостатки [15]. Во-первых, существуют проблемы при оценке параметров, результаты зависят от способа настройки модели, установить наличие логпериодических колебаний в данных достаточно сложно. Во-вторых, не вполне адекватно переносится физическая ситуация на экономические задачи. Если в физике критическая точка характеризуется сменой тренда на противоположный, то здесь – резким кризисным падением. Более того, эмпирические исследования показывают, что модель хорошо работает и в стабильные периоды, хотя в физических аналогиях она не должна качественно описывать данные вдалеке от критической точки.

Последнее замечание наводит на мысль, что, возможно, LPPL достигает высокого внутривыборочного качества приближения лишь из-за большого количества свободных параметров, которыми можно приблизить все что угодно, а ее прогностическая сила мала. Исследование качества вневыборочного прогноза по модели остается открытой задачей на данный момент.

В данной статье мы рассмотрели несколько принципиально разных подходов к описанию динамики рынков, в рамках каждого из которых существует широкое множество моделей. Показано, что в большой мере разнообразие используемых моделей связано с существованием различных режимов динамики фондовых рынков. В некоторые периоды своего развития рынки ярче демонстрируют прогнозируемое, детерминированное поведение (к примеру, из-за действий правительства, таких как антикризисные вливания денег в финансовый сектор), а в другие – стохастическое, рынок более эффективен.

Другой причиной служит то, что все модели являются не более чем грубыми приближениями реальности в *различных* ее аспектах. Они ценны не тем, что они «точнее описывают реальные рынки», а тем, что позволяют в той или иной мере достигать целей исследователя. Стохастические модели лучше подходят для предсказания волатильности и работы с рисками. Эти задачи чаще ставятся на спокойных рынках, поскольку статистическое исследование турбулентных рынков требует большого количества данных и дает недостаточно устойчивые результаты. Напротив, для построения торговых стратегий или прогнозирования ценовых колебаний и моментов наступления кризисов используются детерминистские модели. Прогнозы цен возможно построить в периоды явной неэффективности рынка – на более эффективном рынке количественные методы оказываются неприменимы¹. Неэффективность выражается здесь в наличии динамической составляющей, и потому такие модели, как LPPL, становятся весьма популярными, хотя их полезность еще недостаточно проверена в научной литературе².

В целом анализ работ позволил нам сделать следующие выводы. Ни стохастический, ни детерминистский подходы не являются устойчиво «более точными» с точки зрения каких-либо критериев качества приближения динамики финансовых рынков. Для каждого из этих классов моделей существуют периоды, когда они работают стабильно лучше, чем модели из других классов. При этом существуют содержательные экономические признаки, позволяющие различать эти периоды. Периоды слабой (сильной) предсказательной силы связаны с режимом динамики рынка: в турбулентном состоянии стохастические модели могут давать неудовлетворительный результат, а в стабильном – детерминистский. Здесь «результат» применения модели понимается с точки зрения выполнения *своих* целей: прогнозирования волатильности и рисков в первом случае, цены и направления ее изменения – во втором. Наконец, режим динамики, а соответственно применимость

тех или иных моделей при решении тех или иных прикладных задач возможно предсказывать.

Разумеется, дальнейшие исследования требуются для проверки этих выводов на реальных данных для конкретных моделей – в частности, GARCH и LPPL. Насколько известно автору, подобная проверка ранее комплексно не проводилась.

Литература

1. Борусяк К. К. Применение модели Мейкснера распределения доходностей финансовых активов к российскому фондовому рынку. Математические методы анализа финансовых временных рядов: сб. науч. ст. / под ред. В. Б. Гисина, А. Б. Шаповала. М., 2008. С. 4-23.
2. Борусяк К. К. Нелинейная динамика российского фондового рынка в задачах риск-менеджмента // Журнал Новой экономической ассоциации. 2011. № 11. С. 85-105.
3. Дамодаран А. Инвестиционная оценка. Инструменты и техника оценки любых активов: пер. с англ. М., 2004.
4. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. М., 2004.
5. Abhyankar A., Copeland L. S., Wong W. Nonlinear dynamics in real-time equity market indices: Evidence from the United Kingdom // The Economic Journal. 1995. Vol. 105. Iss. 431, Pp. 864-880.
6. Bachelier L. Théorie de la spéculation / Paris: Gauthier-Villars. Translated in: Cootner, P.H. (Ed.) (1964). The Random Character of Stock Market Prices, pp. 17-78. Cambridge: M.I.T.
7. Baillie R.T., T. Bollerslev, H.O. Mikkelsen (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics, vol. 74, issue 1, pp. 3-30.
8. Bajo-Rubio O., Fernández-Rodríguez F., Sosvilla-Rivero S. (1992). Chaotic behaviour in exchange-rate series. First results for the Peseta-U.S. Dollar case. Economic Letters, 39, pp. 207-211.
9. Banjeree A., Yakovenko V.M. (2010). Universal patterns of inequality. New Journal of Physics, vol. 12, #075032.
10. Bartolozzi M., Leinweber D.B., Thomas A.W. (2005). Self-organized criticality and stock market dynamics: An empirical study. Physica A, 350, pp. 451-460.
11. Baumol, W.J. and J. Benhabib (1989). Chaos: Significance, Mechanism, and Economics Applications. Journal of Economics Perspectives, 3(1), 77-105.
12. Black, F. (1986). Noise. Journal of Finance, 41, pp. 529-543.
13. Boldrin, M. and M. Woodford (1990). Equilibrium models displaying endogenous fluctuations and chaos. Journal of Monetary Economics, 25, 189-222.
14. Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Heteroscedasticity. Journal of Econometrics, 31, 307-327.
15. Bolonek-Lason K., P. Kosinski (2010). Note on Log-periodic Description of 2008 Financial Crash. Arxiv preprint arXiv:1005.2044.

¹ Мы оставляем в стороне человеко-машинные процедуры, такие как методы технического анализа. Они могут быть более эффективны для выделения паттернов в динамике цен [30].

² Интересно отметить, что и сама цель исследования частично определяется состоянием рынка. Так, в периоды кризиса и вскоре после него академические исследования сосредоточены на динамическом поведении рынков – это верно как сейчас, так и после кризиса 1987 г., когда наиболее активно стали развиваться исследования хаоса на финансовых рынках [8; 11; 13; 32].

16. Caballé, J., X. Jarque, E. Michetti (2006). Chaotic Dynamics in Credit Constrained Emerging Economies. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 30, pp. 1261-1275.
17. Chesnay F., E. Jondeau (2000). Does Correlation Between Stock Returns Really Increase During Turbulent Period? *Economic Notes*, vol. 30, issue 1, pp. 53-80.
18. Day, R. (1992). Complex economics dynamics: obvious in history, generic in theory, elusive in data. *Journal of Applied Econometrics*, 7, S9-S23.
19. de Lima, P.J.F. (1998). Nonlinearities and nonstationarities in stock returns. *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 16, no. 2, pp. 227-236.
20. Diba B., H. Grossman (1987). On the inception of rational bubbles. *Quarterly Journal of Economics*, 102, pp. 697-700.
21. Diebold F., J. Lopez. (1995). Modeling Volatility Dynamics. In *Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects*, ed. K. Hoover, Boston: Kluwer, pp. 427-466.
22. Eberlein, E. and U. Keller (1995). Hyperbolic distributions in Finance. *Bernoulli*, 1, 281-299.
23. Engle, R.F. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1007.
24. Fama, E.F. (1963). Mandelbrot and the stable Paretian hypothesis. *The Journal of Business*, Vol. 36, No. 4, pp. 420-429.
25. Feigenbaum J.A., Freund P.G.O. (1996). Discrete Scaling Invariance in Stock Markets before Crashes. *International Journal of Modern Physics B*, vol. 10, issue 27, pp. 3737-3745.
26. Geiecke F., M. Trede (2010). A Direct Test of Rational Bubbles. *CQE Working Paper #13*.
27. Ghosh S., P. Manimaran, P.K. Panigrahi (2011). Characterizing multi-scale self-similar behavior and non-statistical properties of fluctuations in financial time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, in press.
28. Gomes, O. (2006). Routes to Chaos in Macroeconomic Theory. *Journal of Economics Studies*, vol. 33, no. 6, pp. 437-468.
29. Gurkaynak, R.S. (2008). Econometric Tests of Asset Price Bubbles: Taking Stock. *Journal of Economic Surveys*, vol. 22, no. 1, pp. 166-186.
30. Hasanhodzic J., A.W. Lo, E. Viola (2010). Is it real or is it randomized? A financial Turing test. *Arxiv preprint arXiv:1002.4592*.
31. Hommes, C.H. (2001). Financial markets as non-linear adaptive evolutionary systems. *Quantitative Finance*, vol. 1, num. 1, 149-167.
32. Hsieh, D.A. (1991). Chaos and Nonlinear Dynamics: Applications to Financial Markets. *The Journal of Finance*, 46(5), 1839-1877.
33. Johansen A., Ledoit O., Sornette D. (2000). Crashes as critical points. *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, vol. 3, no. 2, pp. 219-255.
34. Kaizoji T. (2010). Stock volatility in the periods of booms and stagnations. <http://mpira.ub.uni-muenchen.de/23727/>, unpublished.
35. Kleidon A.W. (1986) Variance bounds tests and stock price valuation models. *Journal of Political Economy*, vol. 94, no. 5, pp. 953-1001.
36. Kumar M., Moorthy U., Perraudin W. (2003). Predicting Emerging Markets Currency Crashes. *Journal of empirical finance*, 10, pp. 427-454.
37. Lux T. (2001). Turbulence in Financial Markets: the Surprising Explanatory Power of Simple Cascade Models. *Quantitative Finance*, vol. 1, no. 6, pp. 632-640.
38. Madan, D.B. and E. Seneta (1990). The v.g. model for share market returns. *Journal of Business* 63, 511-524.
39. Mandelbrot B., A. Fisher and L. Calvet (1997). A Multifractal Model of Asset Returns. *Mimeo, Cowles Foundation for Research in Economics*.
40. Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *Journal of Business*, vol. 36, p. 394-419.
41. Mantegna R.N., H.E. Stanley (1997). Stock market dynamics and turbulence: parallel analysis of fluctuation phenomena. *Physica A*, no. 239, pp. 255-266.
42. Nelson D.B. (1991). Conditional heteroscedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, vol. 59, iss. 2, 347-370.
43. Pesaran M.H. (2010). Predictability of Asset Returns and the Efficient Market Hypothesis. *CESifo Working Paper Series No. 3116*.
44. Poon S., C.W.J. Granger (2003). Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review. *Journal of Economic Literature*, vol. XLI, pp. 478-539.
45. Reinhart C.M. (2010). This Time is Different Chartbook: Country Histories on Debt, Default, and Financial Crises. *NBER Working Paper*.
46. Reinhart C.M., K.S. Rogoff (2010). From Financial Crash to Debt Crisis. *NBER Working Paper Series*, Vol. w15795.
47. Roehner B.M. (2010) Fifteen years of econophysics: worries, hopes and prospects. *Science and culture*, vol. 76, no. 9-10, pp. 305-314.
48. Sarantis, N. (2001). Nonlinearities, cyclical behaviour and predictability in stock markets: international evidence. *International Journal of Forecasting*, 17, pp. 459-482.
49. Sato, K. (2000). *Lévy Processes and Infinitely Divisible Distributions*. Cambridge Studies in Advanced Mathematics 68. Cambridge University Press, Cambridge.
50. Schoutens, W. (2002). The Meixner process: Theory and applications in finance. *EURANDOM Report 2002-004, EURANDOM, Eindhoven, 2002*.
51. Serletis, A., P. Gogas (1997). Chaos in East European black market exchange rates. *Research in Economics* 51, 359-385.
52. Shiller R. (1981). Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? *American Economic Review*, 71, pp. 421-436.
53. Simonato J.G. (1992). Estimation of GARCH Processes the Presence of Structural Change. *Economics Letters*, 40, pp. 155-158.
54. Sornette D., Johansen A., Bouchaud J.-P. (1996). Stock Market Crashes, Precursors and Replicas. *Journal de Physique I France*, vol. 6, no. 1, pp. 167-175.

55. Speth J., Drożdż, F. Grümmer (2010). Complex Systems: From Nuclear Physics to Financial Markets. Nuclear Physics A, vol. 844, issues 1-4, pp. 30c-39c. Proceedings of the 4th International Symposium on Symmetries in Subatomic Physics.

56. Stepanov S.S. (2009). Resilience of Volatility. Arxiv preprint arXiv:0911.5048.

57. West K. (1987). A specification test for speculative bubbles. Quarterly Journal of Economics, 102, pp. 553-580.

58. Woodford, M. (1989). Imperfect financial intermediation and complex dynamics. / In Barnett, W., Ge- weke, J. and Shell, K. (eds.), Economic complexity: Chaos, sunspots, bubbles and nonlinearity, Cambridge: Cambridge University Press.

* * *

REGIMES OF THE STOCK MARKET DYNAMICS

K. K. Borusyak

This article is devoted to the problems of modeling of the stock price dynamics. The central attention is given to the differences between turbulent (crisis) and stable regimes of dynamics and to identification and prediction of financial market crashes. The role of collective behavior of agents as a cause of bubble inflation and consequent collapse. Models of price dynamics are systematized according to the state of the market and to the empirical question which these models can be applied to.

Key words: price dynamics, stock market, crises.