

## РЕЖИМЫ ДЕТЕРМИНИРОВАННОГО ХАОСА В НЕЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В.К. ФЕДОРОВ, П.В. РЫСЕВ, Е.Ю. СВЕШНИКОВА, С.Ю. ПРУСС, Д.В. РЫСЕВ

Омский государственный технический университет

*Обнаружено возникновение хаотических режимов, протекающих из-за наличия глобальной хаотической динамики электроэнергетических систем.*

*Хаотические режимы существуют как дополнительные рабочие состояния в электроэнергетических системах даже тогда, когда существуют устойчивые режимы функционирования.*

**Постановка задачи.** В системе линейных дифференциальных уравнений знание собственных значений и собственных векторов фундаментальной матрицы коэффициентов позволяет записать решение в замкнутом виде. Для систем нелинейных дифференциальных уравнений замкнутые решения могут быть получены для ограниченного числа случаев, вследствие чего решающая роль в анализе различных нелинейных явлений отводится методам численного моделирования. Но это никоим образом не затрагивало основополагающий научный принцип, заключающийся в том, что решения детерминированных систем нелинейных дифференциальных уравнений являются предсказуемыми: при заданных нелинейных дифференциальных уравнениях и начальных условиях решение может быть предсказуемо на любой интервал времени.

Открытие хаотических решений систем нелинейных дифференциальных уравнений [1, 2] указало на неправомерность такой точки зрения. Оказалось, что решения полностью детерминированных систем нелинейных дифференциальных уравнений с заданными начальными условиями ведут себя непредсказуемым, случайным образом и, следовательно, полученные решения являются хаотическими, другими словами, имеет место так называемый детерминированный хаос. При наличии нелинейностей существует широкий диапазон параметров, при котором решение системы нелинейных дифференциальных уравнений оказывается хотя и ограниченным, но непредсказуемым, приобретает случайный характер и имеет не дискретный, а широкий непрерывный спектр [3, 4]. Кроме того, хаотическое решение оказывается столь чувствительным к начальным условиям, что долговременное прогнозирование точного решения становится невозможным [4].

Для нелинейных электроэнергетических систем (НЭЭС) обнаружение хаотических режимов является актуальной задачей. Так как основная характеристика детерминированного хаоса – непредсказуемость, то детерминированный хаос определенно недопустимое явление с точки зрения динамической устойчивости НЭЭС. В частности, когда колебания мощности приобретают хаотический характер, то имеет место потеря устойчивости в НЭЭС [5]. С другой стороны, широкополосный спектр хаотического колебания будет причиной возникновения высших гармоник тока и напряжения.

В статье предпринята попытка обнаружить возникновение и определить характерные признаки хаотических режимов отклонений угловой частоты  $\omega(t)$  от номинального значения  $\omega_n$  в двухмашинной НЭЭС. Выбор  $\omega(t)$  в качестве объекта исследования хаотического режима объясняется тем, что в широком смысле проблема надежного функционирования НЭЭС связана с величиной  $\omega(t)$ .

**Метод решения.** Поставленная задача решается в предположении, что исходная двухмашинная НЭЭС – нерегулируемая и роторы синхронных генераторов имеют разную инерционность. Такое допущение позволяет, с одной стороны, упростить систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих состояние НЭЭС, а с другой – дать качественный и количественный анализ получаемого хаотического решения для отклонений частоты в НЭЭС.

Математическая модель двухмашинной нерегулируемой НЭЭС, когда роторы синхронных генераторов имеют неодинаковую инерционность, причем генератор 1 имеет в  $\sqrt{2}$  большую инерционность по сравнению с генератором 2, представлена в работе [6] и имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_1}{dt} &= \omega_1, \\ \frac{d\omega_1}{dt} &= -B_{12} \cdot \sin\left(\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \delta_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \delta_2\right) - C_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2) + P_1, \\ \frac{d\delta_2}{dt} &= \omega_2, \\ \frac{d\omega_2}{dt} &= -B_{21} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \delta_1 + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \delta_2\right) - C_{21} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_1) + P_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\delta_1, \delta_2, \omega_1, \omega_2, P_1, P_2, B_{12}, B_{21}, C_{12}, C_{21}$  – соответственно отклонения углов поворота роторов, отклонения угловых частот, небалансы активной мощности, небалансы активной мощности, вызванные неодинаковой инерционностью 1-го и 2-го генераторов, синхронизирующие мощности между генераторами.

Здесь  $X = (\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2)$  – вектор переменных состояния и  $R = (B_{12}, B_{21}, C_{12}, C_{21}, P_1, P_2)$  – совокупность параметров НЭЭС.

Математическая модель (1) двухмашинной НЭЭС исследовалась с помощью программного комплекса MathCad. В программном комплексе MathCad НЭЭС задавалась в виде системы дифференциальных уравнений (1) и решение (1) проводилось методом Рунге-Кутты 4-го порядка с переменным шагом. Интегрирование (1) производилось при следующих значениях параметров НЭЭС в относительных единицах:  $B_{12} = 0,01$ ;  $B_1 = 1$ ;  $P_1 = 0,597$ ;  $B_{21} = 0,1$ ;  $B_2 = 1$ ;  $P_2 = 0,597$ ) и начальных условиях:  $\delta_1(0) = 0,7$ ,  $\omega_1(0) = 0,3$ ,  $\delta_2(0) = 0,6$ ,  $\omega_2(0) = 0$ .

В результате обнаружены хаотические колебания отклонений углов поворота роторов  $\delta_1(t), \delta_2(t)$  и отклонений угловых частот  $\omega_1(t)$  генераторов НЭЭС, как это показано на рис. 1, 2, 3. Необходимо отметить, что хаотические решения системы дифференциальных уравнений (1) получаются лишь тогда, когда численные

значения параметров НЭЭС лежат в строго определенных интервалах. Если это не выполняется, то решения системы дифференциальных уравнений (1) получаются нехаотическими.

Отсюда следует, что хаотические режимы НЭЭС возникают только при совпадении нескольких факторов, связанных с изменением численных значений параметров НЭЭС.

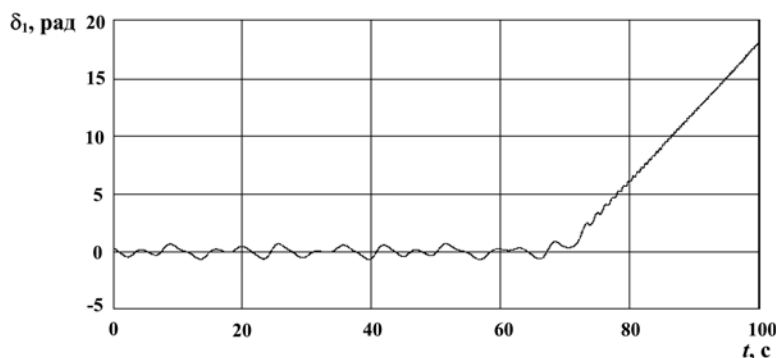


Рис. 1. Хаотический характер отклонений угла поворота ротора  $\delta_1$  генератора 1 с начальными условиями (0,7, 0,3, 0,6, 0,0)

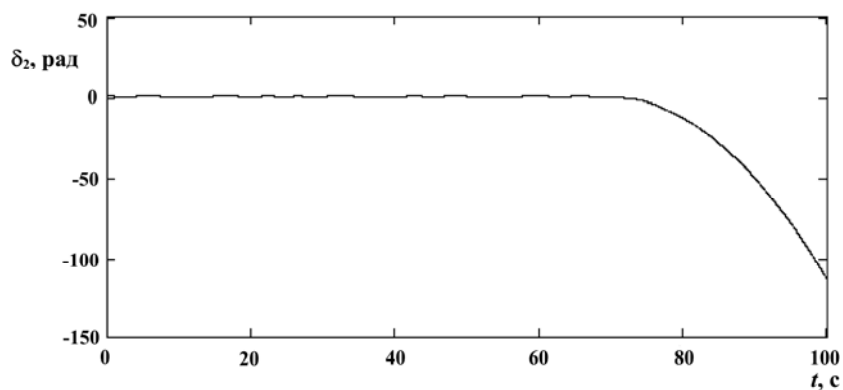


Рис.2. Хаотический характер отклонений угла поворота ротора  $\delta_2$  с начальными условиями (0,7, 0,3, 0,6, 0,0)

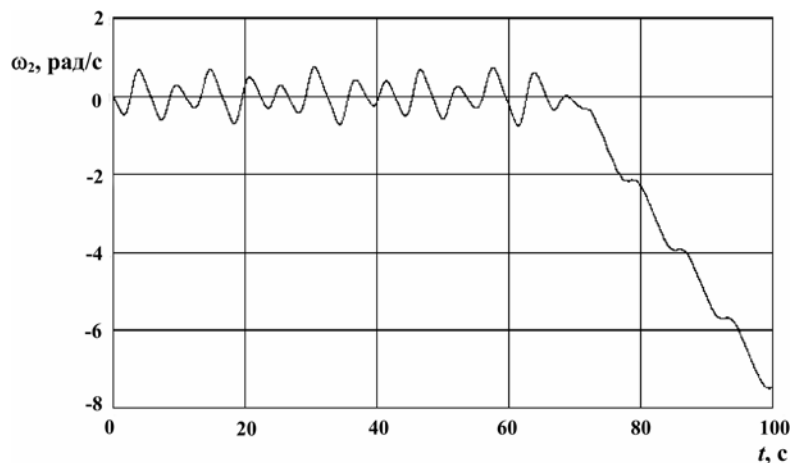


Рис. 3. Хаотический характер отклонений угловой частоты  $\omega_2$  генератора 2 с начальными условиями (0,7, 0,3, 0,6, 0,0)

Решение системы дифференциальных уравнений (1), отображенное на рис. 4, представляет хаотические колебания отклонений угловой частоты  $\omega_2(t)$  с ярко выраженной расходимостью получаемых решений при незначительном отличии начальных условий.

Фазовые портреты решений системы дифференциальных уравнений (1) представлены на рис. 5, 6.

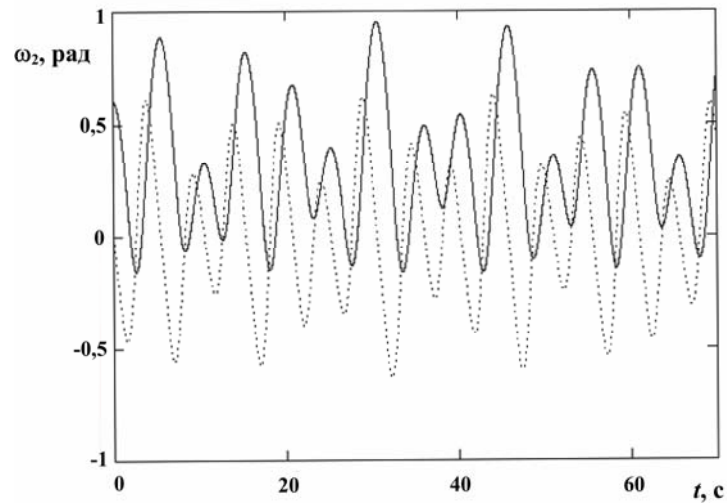


Рис. 4. Хаотический характер отклонений угловой частоты  $\omega_2$  генератора 2: с начальными условиями (0,7, 0,3, 0,6, 0,0) – непрерывная линия; с начальными условиями (0,6, 0,3, 0,6, 0,0) – пунктирная линия

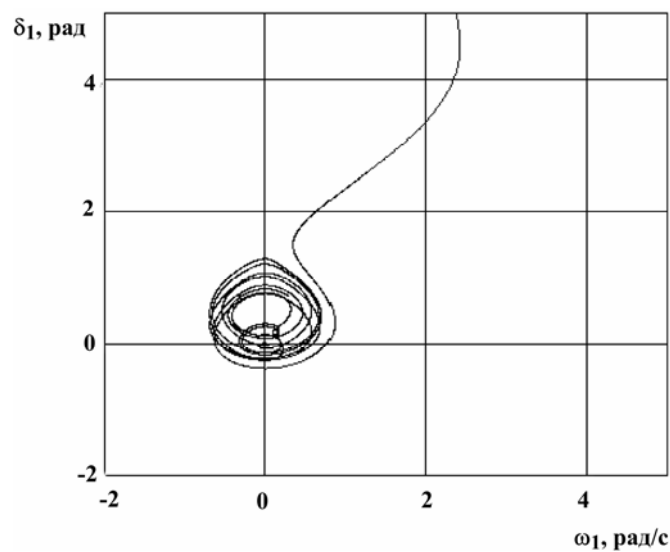


Рис. 5. Фазовый портрет хаотической траектории в системе координат  $(\delta_1, \omega_1)$  при начальных условиях (0,7, 0,3, 0,6, 0,0)

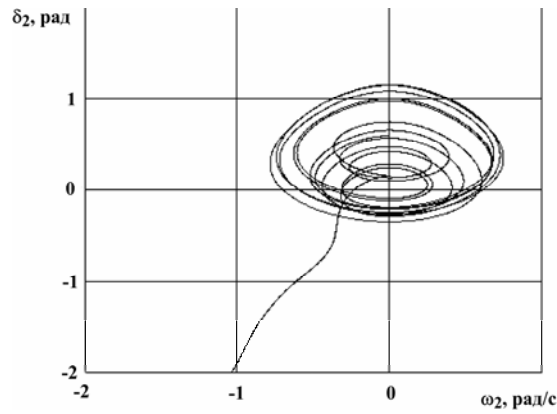


Рис. 6. Фазовый портрет хаотической траектории в системе координат  $(\delta_2, \omega_2)$  при начальных условиях  $(0,7, 0,3, 0,6, 0,0)$

При решении системы дифференциальных уравнений (1) обнаружено интересное явление: при превышении некоторого критического времени  $t > t_{кр}$  может происходить разрушение хаотического колебания с последующей потерей устойчивости генераторов НЭЭС. Соответствующее этому явлению решение системы дифференциальных уравнений (1) в виде временной зависимости и фазового портрета приведены на рис. 7, 8. Заметим, что разрушение хаотических колебаний не носит обязательного характера.

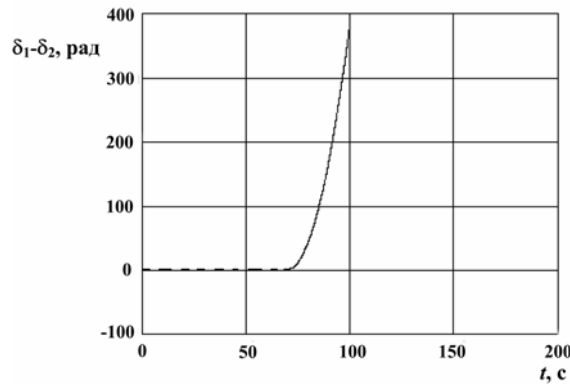


Рис. 7. Внезапная потеря устойчивости хаотических колебаний при начальных условиях  $(0,7, 0,3, 0,6, 0,0)$

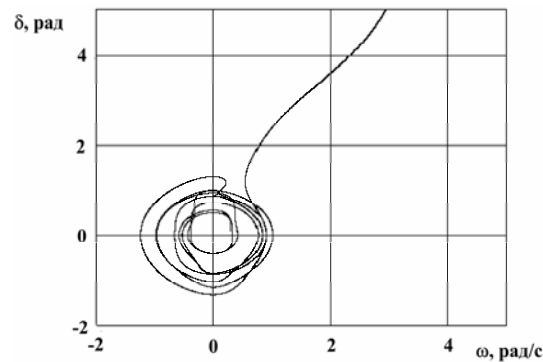


Рис. 8. Фазовый портрет внезапной потери устойчивости хаотических колебаний при начальных условиях  $(0,7, 0,3, 0,6, 0,0)$

Еще более интересное явление, нежели явление разрушения хаотических колебаний, было обнаружено при анализе режима развитого хаоса в НЭЭС. Оказалось, что в режиме развитого хаоса, когда получено хаотическое решение системы дифференциальных уравнений (1), можно стабилизировать фазовую траекторию и перейти к симметричным периодическим колебаниям посредством управляющего воздействия на переменные состояния одного из генераторов.

Для конкретизации дальнейших рассуждений предполагается, что управляющее воздействие  $\varepsilon$  представляет своего рода амплитудно-фазовую модуляцию переменной состояния  $\delta_2$ . В этом случае математическая модель (1) НЭЭС преобразуется и получается в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_1}{dt} &= \omega_1, \\ \frac{d\omega_1}{dt} &= -B_{12} \cdot \sin\left(\left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) \cdot \delta_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \varepsilon \cdot \delta_2\right) - C_{12} \cdot \sin(\delta_1 - \delta_2) + P_1, \\ \frac{d\delta_2}{dt} &= \omega_2, \\ \frac{d\omega_2}{dt} &= -B_{21} \cdot \sin\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \delta_1 + \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \varepsilon\right) \cdot \delta_2\right) - C_{21} \cdot \sin(\delta_2 - \delta_1) + P_2, \end{aligned} \quad (2)$$

при этом параметры НЭЭС и начальные условия переменных состояния остаются неизменными.

Используемая процедура управления хаосом позволяет стабилизировать хаотические траектории и осуществить принудительную синхронизацию одного из генераторов и вывести его из хаотического режима.

Результаты численного интегрирования системы дифференциальных уравнений (2) с заданными параметрами и начальными условиями при управляющем воздействии  $\varepsilon = 0,01$ , изображенные на рис. 9, 10, 11, 12, указывают на то, что генератор 1 вышел из хаотического режима и колебания  $\delta_1$  и  $\omega_1$  стали симметричными и периодическими, то время как генератор 2 остался в хаотическом режиме и колебания  $\delta_2$  и  $\omega_2$  по-прежнему являются хаотическими.

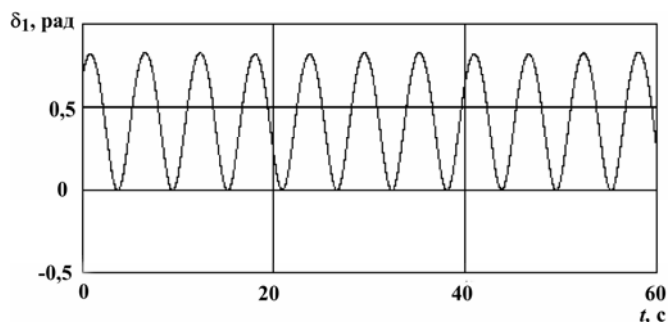


Рис. 9. Стабилизированный периодический характер отклонений угла поворота ротора  $\delta_1$

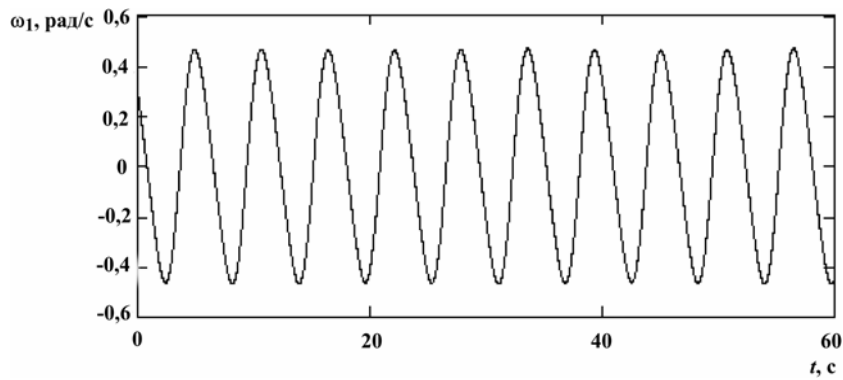


Рис. 10. Стабилизированный периодический характер отклонений угловой частоты  $\omega_1$

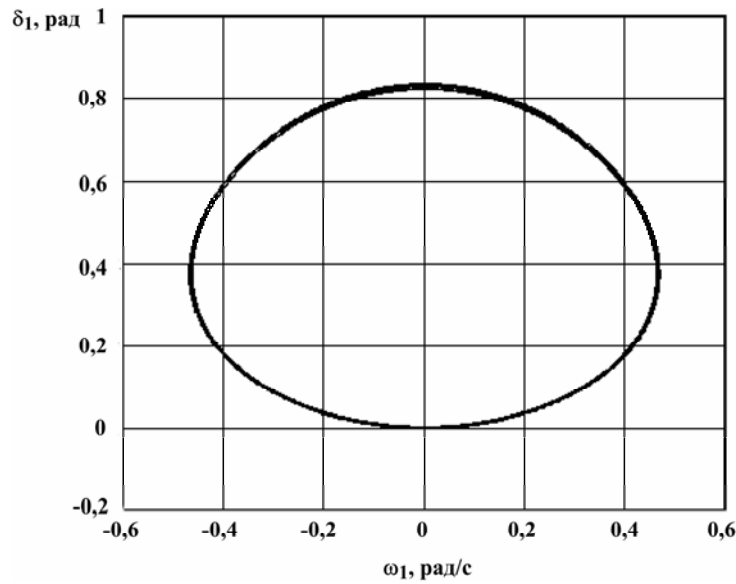


Рис. 11. Фазовый портрет стабилизированной периодической траектории в системе координат  $(\delta_1, \omega_1)$

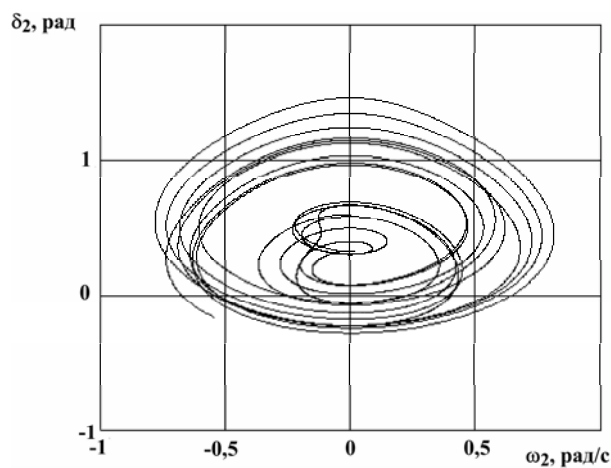


Рис. 12. Фазовый портрет хаотической траектории в системе координат  $(\delta_2, \omega_2)$

В дальнейших исследованиях естественным развитием данного направления является решение проблемы принудительной синхронизации и управления пространственно-временным хаосом в математических моделях НЭЭС. В решении этой важной и сложной проблемы имеются некоторые успехи, но они касаются только математических моделей электрических и электронных цепей.

Исследование хаотических процессов НЭЭС и анализ следствий, из них вытекающий, указывают на присутствие в теории детерминированного хаоса НЭЭС так называемого “эффекта бабочки”. К примеру, незначительные изменения начальных условий приводят с течением времени к непредсказуемому расхождению траекторий в фазовом пространстве НЭЭС. С этим же “эффектом бабочки” связана внезапная потеря устойчивости генераторов. Чем сильнее проявляется “эффект бабочки”, тем потенциально опаснее непредсказуемая ситуация, развивающаяся в НЭЭС. В сущности, обнаружена генетическая связь между “эффектом бабочки” и детерминированным хаосом и такая связь, как можно предположить, характерна не только для НЭЭС, но и в целом для нелинейных диссипативных систем любой природы.

### Выводы

В контексте нелинейной динамики хаотический режим означает длительно нерегулярные и случайные, но ограниченные траектории в фазовом пространстве НЭЭС, которые являются очень чувствительными к начальным условиям, и имеет широкополосный непрерывный спектр. Другими словами, траектория в фазовом пространстве, если она является хаотической, совершенно непредсказуема, даже когда траектория эволюционирует согласно детерминированной системе дифференциальных уравнений.

Трудно разграничить явление возникновения устойчивых предельных циклов и явление возникновения хаотических аттракторов (фазовых портретов), простирающихся из-за наличия глобальной хаотической динамики НЭЭС и связанных с ней глобальных хаотических режимов.

Идентифицировано существование хаотических режимов НЭЭС как дополнительного рабочего состояния НЭЭС даже тогда, когда существуют точки устойчивого равновесия.

Хаотические режимы особенно затрудняют работу синхронных генераторов, поскольку хаотические режимы имеют широкополосный спектр частот и могут индуцировать гармоники тока и напряжения, опасные для функционирования синхронных генераторов.

Хаотический режим может завершиться внезапной потерей устойчивости синхронных генераторов и, следовательно, НЭЭС в целом.

С помощью управляющего воздействия оказалось возможным осуществить принудительную синхронизацию и вывод из хаотического режима одного из синхронных генераторов, в то время как другой синхронный генератор остается в хаотическом режиме.

### Литература

1. Чуа Л.О. Машинный анализ электронных схем: алгоритмы и вычислительные методы. – М.: Энергия, 1980. – 640с.
2. Chiang H.D. Chaos in a simple power system// IEEE Trans. Power Syst. – 1993. – Vol 8. – №4. – P. 1407-1417.

© Проблемы энергетики, 2008, № 9-10



3. Федоров В.К. Введение в теорию хаотических режимов нелинейных электрических цепей и систем. – Омск: ОмПИ, 1992. – 144 с.
4. Федоров В.К., Рысев П.В., Свешникова Е.Ю. Детерминированный хаос в нелинейных электрических цепях и системах. – Омск: ОмГТУ, 2006. – 130 с.
5. Федоров В.К., Рысев П.В., Свешникова Е.Ю. Особенности диссипации энергии в нелинейных электрических цепях // Омский научный вестник. – 2005. – № 1(14). – С.80-82.
6. Liu C. Detection of transiently chaotic swings in power systems using real time phasor measurements // IEEE Trans. Power Syst. – 1994. – Vol 9. – №3. – P 1285-1292.

Поступила 16.04.2008