УДК 512.542

РАЗРЕШИМОСТЬ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

С. В. Путилов
ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет имени академика И.Г. Петровского»

Доказываются следующие теоремы: 1) Если в конечной группе G только два класса неквазисубнормальных ненильпотентных максимальных подгрупп и их индексы равны степеням простых чисел, то G разрешима; 2) Если в конечной qd-группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы q-нильпотентны, имеют индексы взаимно простые с q и q-замкнутые коммутанты, то G разрешима или q-нильпотентна; 3) Пусть в конечной группе G существует неквазисубнормальная нильпотентная максимальная подгруппа. Если в G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы четного индекса одного порядка, то G разрешима.
Ключевые слова: *конечная группа, квазисубнормальная подгруппа, максимальная подгруппа, индекс подгруппы, разрешимая группа.*

Введение

Рассматриваются только конечные группы. Используемые терминология и обозначения стандартны и соответствуют [1].

Исследование конечных групп с определенными индексами заданных подгрупп всегда было и в настоящее время остаётся актуальным, что видно из [2-4]. По О. Кегелю [5] подгруппу H группы G называют квазисубнормальной, если $H \cap G_p = H_p$ для любого $p \in \pi(G)$ и каждой силовской p-подгруппы G_p из G. Очевидно, что нормальная подгруппа является квазисубнормальной. Поэтому можно требовать, чтобы теоретико-групповые условия, которые задавались для тех или иных ненормальных подгрупп выполнялись для определенных неквазисубнормальных подгрупп. В этом направлении здесь получены обобщения некоторых результатов автора из [6-7].

1. Необходимые обозначения, определения и вспомогательные результаты

Под классом подгрупп группы G будем понимать класс сопряженных подгрупп. Простые числа обозначаются буквами p, q, r. Пусть G – конечная группа, A − подгруппа группы G. Тогда $|G|$ − порядок группы G; $|G:A|$ − индекс A в G; $N_G(A)$ − нормализатор A в G. Далее G_p − силовская p-подгруппа группы G, $G_{p'}$ −дополнение к силовской p-подгруппе в группе G, т. е. p'-холлова подгруппа группы G. Группу G называют pd-группой, если порядок G делится на p; p-замкнутой, если G_p нормальна в G; p-нильпотентной, если $G_{p'}$ нормальна в G; p-разложимой, если G_p и $G_{p'}$ нормальны в G; $N \trianglelefteq G$ − N является нормальной подгруппой группы G; $Syl_p(G)$ − множество всех силовских p-подгрупп в G; $G=[A]B$ – полупрямое произведение подгруппы A на подгруппу B группы G, т.е. $G = AB$, $A \lhd G$, $A \cap B = 1$; M_G − ядро подгруппы M в G, т.е. пересечения всех подгрупп группы G, сопряженных с M; $S(G)$ − наибольшая нормальная разрешимая подгруппа группы G; A^g − подгруппа, сопряженная с подгруппой A элементом $g \in G$; S_n − симметрическая группа на n символах; $Aut(G)$ – группа автоморфизмов группы G; $\pi(G)$ − множество всех простых чисел, делящих порядок G; $A \wr B$ − сплетение групп A и B; $A \times B$ − прямое произведение подгрупп A и B; $[A, B]$ − взаимный коммутант подгрупп A и B; □ − знак окончания доказательства.

Лемма 1. [8, теорема 2.2.4] *Пусть* P*– силовская* p*-подгруппа группы G и M – ненормальная максимальная подгруппа в G. Если отношение* $|M|=|P|\times m, m\geq 1$*, влечет квазисубнормальность подгруппы M в G, то P нормальна в G.*

Лемма 2. [1, теорема I.8.8] *Если* $|G| = p^{\alpha}$*, для простого числа* p*, и* $A\subset G$*, то* $A\subset N_G(A)$.

Лемма 3. [1, теорема IV.7.4] *Пусть H − максимальная подгруппа группы* G*. Если H нильпотентна и силовская 2-подгруппа из H метабелева, то* G *разрешима.*

Лемма 4. *Условие квазисубнормальности для подгрупп группы G наследуется её эпиморфными образами.*

Доказательство. Пусть A – квазисубнормальная подгруппа группы G, $N \trianglelefteq G$ и $N \subset A$. Тогда $\bar{A} = A / N$ и $\bar{G}_p = G_p N / N$ – эпиморфные образы соответственно подгрупп A и G_p в эпиморфном образе $\bar{G} = G / N$ группы G. Так как $\bar{A} \cap \bar{G}_p = (A / N) \cap (G_p N / N) = (A\cap(G_p N))/ N = (A\cap G_p)N / N = A_p N / N = \bar{A}_p$, то $\bar{A} = A / N$ является квазисубнормальной подгруппой в $\bar{G}$. □

Лемма 5. *Если в группе G только один класс неквазисубнормальных максимальных подгрупп, то G разрешима.*

Доказательство. Пусть подгруппа A – представитель класса неквазисубнормальных максимальных подгрупп группы G и $N = G_p$ не включается в A. Тогда по лемме 1 подгруппа $N \lhd G$, а фактор-группа G / N нильпотентна, откуда следует разрешимость G. □

Лемма 6. *Если в группе G каждая неквазисубнормальная максимальная подгруппа нильпотентна, то G разрешима.*

Доказательство. Пусть лемма неверна и G – контрпример минимального порядка. Если A – нильпотентная максимальная подгруппа группы G и $|A|$ − число нечетное, то по лемме 3 G разрешима. Значит, $|A|$ − число четное. Пусть простое число p делит $|G : A|$. Если A_p отлична от единичной подгруппы, то по лемме 2 подгруппа $N = A_p \lhd G$. Тогда по лемме 4 по индукции G / N разрешима, что влечет разрешимость G. Поэтому $A_p =1$ и подгруппа A, как нормализатор силовской 2-подгруппы группы G, является представителем единственного класса нильпотентных максимальных подгрупп группы G.Тогда по лемме 5 группа G разрешима. □

Лемма 7. [8, теорема 2] *Если в конечной группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы имеют один и тот же порядок, то G разрешима.*

Лемма 8. [8, теорема 1] *Если в* pd*-группе G любая максимальная подгруппа квазисубнормальна или* p*-разложима, то группа G разрешима или* p*-нильпотентна.*

Лемма 9. [8, теорема 3] *Пусть* S*– 2-разложимая максимальная подгруппа конечной группы G и* $S_2 \in Syl_2(G)$*. Если неквазисубнормальные 2-неразложимые максимальные подгруппы в G имеют примарные индексы, то G разрешима.*

Лемма 10. [9, замечание к Т.1] *Только в изоморфных простых группах* $L_2(7)$ *и* $L_3(2)$ *максимальные подгруппы имеют индексы, равные степеням различных простых чисел.*

Лемма 11. [1, теорема I.18.1] *Пусть N – нормальная подгруппа конечной группы G. Если порядки N и G / N взаимно простые, то в G существует дополнение к N.*

Лемма 12. [1, теорема IV.2.6] *Если силовская p-подгруппа группы G включается в центр своего нормализатора в группе G, то G* p*-нильпотентна.*

Лемма 13. [8, лемма 12] *Пусть* $M = M_2 \times M_{2'}$ − 2*-разложимая максимальная* $2d$*-подгруппа неразрешимой группы G. Если* $S(G) = 1$*, то* $M = G_2$.

2. Доказательство основных результатов

Теорема 1. *Если в конечной группе G только два класса неквазисубнормальных ненильпотентных максимальных подгрупп и их индексы равны степеням простых чисел, то G разрешима.*

Доказательство. Допустим, что теорема неверна и группа G – контрпример минимального порядка. Обозначим через F неквазисунормальную нильпотентную максимальную подгруппу в G, и пусть простое число p делит порядок F. Предположим, что силовская p-подгруппа F_p из F нормальна в G. Если в G/F_p два класса неквазисубнормальных ненильпотентных максимальных подгрупп, то по индукции G/F_p разрешима. Пусть в G/F_p – один класс неквазисубнормальных ненильпотентных максимальных подгрупп. Тогда по лемме 7 группа G/F_p разрешима. Ясно, что в обоих случаях группа G разрешима. Поэтому $N_G(F_p)=F$ и $F_p \in Syl_p(G)$, т.е. F – холлова подгруппа. По лемме 3 подгруппа F будет $2d$-группой. Допустим, что в G все неквазисубнормальные максимальные подгруппы 2-разложимы. Тогда группа G разрешима по лемме 8. Поэтому в G есть неквазисубнормальные 2-неразложимые максимальные подгруппы. Тогда по лемме 9 группа G разрешима. Следовательно, в G нет неквазисубнормальных нильпотентных максимальных подгрупп.

Пусть G – простая группа и M и K – представители соответственно первого и второго классов неквазисубнормальных максимальных подгрупп в группе G. Если простое число p делит индексы подгрупп M и K, то по лемме 1 $N_G(G_p)=G$, что противоречиво. Значит, $(|G:M|,|G:K|)=1$ и $G=MK$. Тогда по лемме 10 группа G изоморфна $L_2(7)$, что невозможно, поскольку в $L_2(7)$ три класса максимальных подгрупп примарных индексов.

Пусть N – минимальная нормальная подгруппа в G. Тогда в G/N может быть или один класс неквазисубнормальных максимальных подгрупп, или два. В первом случае G/N разрешима по лемме 5, а во втором случае G/N разрешима по индукции. Поэтому N – единственная минимальная нормальная подгруппа в G и N неразрешима.

Пусть $M_G \neq 1$ и $K_G \neq 1$. По лемме Фраттини $G = N \cdot N_G(N_p)$, где N_p – силовская p-подгруппа из N для p из $\pi(N)$. Так как $G_p \subseteq N_G(N_p)$, то по лемме 1 $N_G(N_p)$ не может содержаться в квазисубнормальной максимальной подгруппе группы G. Допустив включение $N_G(N_p)$ в K или в M, получим противоречивое равенство $G=K$ или $G=M$. Пусть $K_G \neq 1$, а $M_G = 1$ и $|G:M| = p^{\alpha}$ для p из $\pi(G)$. Так как подгруппа N не содержится в M, то $G = MN$. Поэтому $N_G(N_p)$ не включается в подгруппу M. Допустив, что $N_G(N_p)$ включается в K, получим противоречивое равенство $G=K$. Поэтому $G = N_G(N_p)$, что противоречиво. Значит, $M_G = 1$ и $K_G = 1$. Если простое число p делит индексы подгрупп M и K, то по лемме1 $N_G(G_p)=G$, что противоречиво. Значит, $(|G:M|,|G:K|)=1$ и $G=MK$.

Так как $N = N_1 \times N_2 \times \ldots \times N_k$, где N_i – изоморфные простые группы для $i = 1,2,\ldots,k$, и N не включается в M и K, то среди прямых сомножителей в N найдутся, по крайней мере, два таких N_i и N_j, $i \neq j$, что N_i не содержится в M, а N_j не содержится в K. Ясно, что $|N_i : M \cap N_i|$ и $|N_j : K \cap N_j|$ будут степенями некоторых различных простых чисел p и q. Поскольку N_i изоморфна N_j, то в N_i существуют максимальные подгруппы примарных взаимно простых индексов. Тогда по лемме 10 N_i изоморфна $L_2(7)$.

Пусть $N_i C_G(N_i) \subset N_G(N_i)$, для $i = 1,2,\ldots,k$. Поскольку $Aut(N_i) = PGL(2,7)$, то $|Aut(N_i) : N_i| = 2$. Поэтому в N существует силовская 2-подгруппа P такая, что в $N_G(P)$ содержится элемент f, индуцирующий внешний автоморфизм на подгруппе N_i. Так как в G нет разрешимых нормальных подгрупп, то $N_G(P)$ содержится в некоторой неквазисубнормальной максимальной подгруппе из G. Без ограничения общности можно считать, что $N_G(P) \subseteq K$. Очевидно, что элемент f нормализует $K \cap N_i$. Поскольку в N_i нет подгрупп порядка 56, то $N_i \cap K$ может быть или S_4, или силовской 2-подгруппой из N_i. Так как подгруппа S_4 самонормализуема в $PGL(2, 7)$, то $N_i \cap K$ является силовской 2-подгруппой из N_i. Тогда $|N_i : N_i \cap K| = 21$, что противоречиво. Следовательно, $N_G(N_i) = N_i C_G(N_i)$.

Так как $C_G(N) = 1$, то группа G будет изоморфна некоторой подгруппе из группы $Aut(N) = PGL(2,7) \wr S_k$, где k – число прямых сомножителей в N. Как показано выше, в G нет элементов, индуцирующих внешний автоморфизм на подгруппе N_i для $i = 1,2,\dots,k$. Поэтому $G = [N](G \cap S_k) = [N]A$, где $A = (G \cap S_k)$ действует точно, как группа подстановок на прямых сомножителях из N.

Пусть $k > 1$ и B – диагональная подгруппа в N. Покажем, что подгруппа AB максимальна в G. Предположим противное. Тогда без ограничения общности можно считать, что $AB \subset M$. Так как $G=MN$, то $[N \cap M]A = [C]A$, где $C = N \cap M$. Поскольку $|N:C| = |G:M|$, то $|N:C| = 7^{\alpha}$, $\alpha \geq 1$, или $|N:C| = 2^{\beta}$, $\beta \geq 3$. Тогда для некоторого i, $1 \leq i \leq k$, будет справедливо, что N_i не содержится в C, поэтому $N_i \cap C = S_4$ или $N_i \cap C = [Z_7]Z_3$. Поскольку $C = [B]L$ и B нормализует подгруппу N_i, то $B \subset N_G(L \cap N_i)$, где $L \cap N_i = S_4$ или $L \cap N_i = [Z_7]Z_3$. Однако в B есть элементы, которые не нормализуют подгруппы S_4 и $[Z_7]Z_3$ из N_i. Поэтому $|G:M| = |N:C| = 168^{\gamma}$, где $1 \leq \gamma < k$, что противоречиво. Значит, AB – максимальная подгруппа непримарного индекса в G. Тогда AB – квазисубнормальная подгруппа, что противоречит лемме 1.

Следовательно, $k = 1$. Тогда $N=N_1$ и $G=N_G(N)=N \times C_G(N)=N$. Получили противоречие с тем, что G не является простой группой. □

Теорема 2. *Если в конечной qd-группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы q-нильпотентны, имеют индексы взаимно простые с q и q-замкнутые коммутанты, то G разрешима или q-нильпотентна.*

Доказательство. Пусть теорема неверна и группа G – контрпример минимального порядка. Если все неквазисубнормальные максимальные подгруппы в G нильпотентны, то G разрешима по лемме 6. Пусть в G нет неквазисубнормальных нильпотентных максимальных подгрупп. Покажем, что в G нет разрешимых нормальных q'-подгрупп. Допустим, что A – некоторая нормальная разрешимая q'-подгруппа из G. Тогда условие теоремы для фактор-группы G/A выполняется и по индукции группа G/A разрешима или q-нильпотентна. Если G/A разрешима, то G разрешима. Поэтому G/A q-нильпотентна. Понятно, что q'- холлова подгруппа из G/A совпадает с группой $G_{q'}/A$, откуда $G_{q'} \lhd G$ и $G = [G_{q'}]G_q$. Значит, в группе G нет нормальных разрешимых q'-подгрупп.

Пусть в G есть только один класс неквазисубнормальных максимальных подгрупп. Тогда по лемме 5 G разрешима. Следовательно, в G не менее двух классов неквазисубнормальных максимальных подгрупп. Пусть B – неквазисубнормальная максимальная подгруппа из G, содержащая некоторую силовскую q-подгруппу G_q из G. Покажем, что G_q содержится по крайней мере в одной неквазисубнормальной максимальной подгруппе, не сопряженной с B. Пусть D – несопряженная с B неквазисубнормальная максимальная подгруппа в G. Тогда D содержит некоторую силовскую q-подгруппу G_q^g, $g \in G$ и G_q будет принадлежать сопряженной с D подгруппе $D^{g^{-1}}$. Таким образом, без ограничения общности, можно считать, что $G_q \subseteq B \cap D$.

Покажем, что в G нет нормальных q-подгрупп. Пусть N – произвольная минимальная нормальная q-подгруппа в G и $N = G_q$. Тогда подгруппы B и D будут лежать в $C_G(G_q)$, откуда $G_q \subseteq Z(G)$ и по лемме 11 $G = G_q \times G_{q'}$. Поэтому $|N| \neq |G_q|$. Ясно, что N включается в $B \cap D$. Пусть $K = N \cap Z(G_q)$. Тогда из q-нильпотентности групп B и D следует, что K включается в пересечение $Z(B) \cap Z(D)$. Поэтому $K \subseteq Z(G) = Z(\langle B, D\rangle)$. По индукции фактор-группа G/K разрешима или q-нильпотентна. Если G/K разрешима, то и G разрешима. Пусть G/K будет q-нильпотентной группой. Тогда в G/K существует нормальная q'-холлова подгруппа R/K, откуда R нормальна в G. Так как $K = R_q$, то по лемме 11 $R = K \times R_{q'}$. Поскольку $R_{q'} = G_{q'}$, то $G = \left[G_{q'}\right] G_q$. Значит, в G нет нормальных q-подгрупп.

Пусть коммутант C подгруппы G_q отличен от единицы. Если B' и D' − коммутанты подгрупп B и D, то через M и S обозначим силовские q-подгруппы соответственно из B' и D'. Так как $C \subset B' \cap D'$, то в силу q-замкнутости подгрупп B' и D' следует включение C в $M \cap S$. Поскольку M и S – нормальные подгруппы соответственно в B и D, то $\left[C, B_{q'}\right] = \left[C, D_{q'}\right] = 1$, где $B_{q'}$ и $D_{q'}$ – q-дополнения в B и D. Из того, что $C \cap Z(G_q) = Q \neq 1$, следует включение Q в $Z(G) = Z(\langle B, D\rangle)$. Пришли к противоречию с тем, что в G нет нормальных q-подгрупп. Поэтому $C=1$ и G_q − абелева группа. Так как $N_G(G_q) \neq G$ и лежит в некоторой неквазисубнормальной максимальной подгруппе, то $N_G(G_q) = G_q \times T$. Тогда по лемме 12 G будет q-нильпотентной группой.

Значит, в G существуют неквазисубнормальные нильпотентные и неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы. Пусть L – неквазисубнормальная нильпотентная максимальная подгруппа в G. Тогда по лемме 13 L – силовская 2-подгруппа в G. Если в G только один класс неквазисубнормальных ненильпотентных максимальных подгрупп, то G разрешима по лемме 7. Значит, в G не менее двух классов неквазисубнормальных ненильпотентных максимальных подгрупп. Тогда, проводя рассуждения, как и выше, придем к противоречию с предположением, что G – контрпример минимального порядка. □

Следствие 1. *Если в конечной группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы 2-нильпотентны, имеют нечетные индексы и 2-замкнутые коммутанты, то G разрешима.*

Следствие 2. *Если в конечной группе G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы сверхразрешимы и имеют нечетные индексы, то G разрешима.*

Теорема 3. *Пусть в конечной группе G существует неквазисубнормальная нильпотентная максимальная подгруппа. Если в G все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы четного индекса одного порядка, то G разрешима*.

Доказательство. Пусть теорема неверна и группа G – контрпример минимального порядка. Если в G нет неквазисунормальных ненильпотентных максимальных подгрупп, то по лемме 6 группа G разрешима. Поэтому группа G обладает неквазисубнормальными ненильпотентными максимальными подгруппами. Пусть все неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы в G имеют четный индекс. Тогда по лемме 7 G разрешима. Следовательно, в G есть неквазисубнормальные ненильпотентные максимальные подгруппы с нечетным индексом.

Пусть N – минимальная нормальная разрешимая подгруппа в G. Тогда фактор-группа G / N нильпотентна или по индукции разрешима, откуда G разрешима. Значит, $S(G) = 1$. Тогда по лемме 13 неквазисубнормальная нильпотентная максимальная подгруппа группы G

будет силовской 2-подгруппой в G, что противоречит существованию в G неквазисубнормальных ненильпотентных максимальных подгрупп нечетного индекса. □

Список литературы

1. Huppert B. Endliche Gruppen. – Berlin– Heidelberg –New York: Springer Verlag, 1967. −793 p.

2. Maslova N.V. Classification of maximal subgroups of odd index in finite simple classical groups: addendum // Сиб. электрон. матем. изв. − 2018.− V.15.− P. 707–718.

3. Го В., Маслова Н. В., Ревин Д. О. О пронормальности подгрупп нечетных индексов в некоторых расширениях конечных групп ин // Сиб. матем. журн. – 2018. – Т. 59. – №4. – С. 773–790.

4. Монахов В. С., Ходанович Д. А. О разрешимости конечной группы с парой несопряженных подгрупп примарных индексов // ПФМТ. – 2018. – Т.35. − № 2. – С. 57–59.

5. Kegel O. Sylow Gruppen und Subnormalteiler endlichen Gruppen // Math. Z. − 1962. − Bd. 78. − P. 205-221.

6. Путилов С. В. К нормальному строению конечных групп // Докл. АН БССР. – 1985. − Т. 29. − №5. – С. 393-396.

7. Путилов С. В. О нормальном строении конечных групп // Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп. – Мн.: Наука и техника. − 1984. – С. 205-213.

8. Путилов С. В. Максимальные подгруппы конечных групп // Ученые записки Брянского государственного университета. − 2018. − № 1. − С. 18-26. − Режим доступа: *http://scim-brgu.ru/wp-content/arhiv/UZ-2018-N1.pdf.*

9. Guralnick R.M. Subgroups of prime power index in a simple group // J. Algebra. − 1983. − V.81. − № 2. – P. 304-311.

Сведения об авторе

Путилов Сергей Васильевич – доцент кафедры математического анализа, алгебры и геометрии, ФГБОУ ВО «Брянский государственный университет им. академика И.Г. Петровского», e-mail: *algebra.bgu@yandex.ru*.

SOLVABILITY OF FINITE GROUPS

S. V. Putilov
Bryansk State University named after Academician I. G. Petrovsky

We prove the following theorems: 1) If in a finite group G only two classes of nonquasisubnormal nonnilpotent maximal subgroups and their indices are equal to the powers of primes, then G is solvable;2) If, in a finite qd-group G, all nonquasisubnormal nonnilpotent maximal subgroups of q-nilpotent are, have indices mutually simple with q and q-closed commutants, then G is solvable or q-nilpotent; 3) Let in a finite group G exist nonquasisubnormal nilpotent maximal subgroup. If in G all nonquasisubnormal nonnilpotent maximal subgroups of even index one order, then G is solvable.
Keywords: *finite group, quasisubnormal subgroup, maximal subgroup, the index of the subgroup, solvable group.*

References

1. Huppert B. Endliche Gruppen. – Berlin– Heidelberg –New York: Springer Verlag, 1967. −793 p.

2. Maslova N.V. Classification of maximal subgroups of odd index in finite simple classical groups: addendum // Сиб. электрон. матем. изв. − 2018.− V.15.− P. 707–718.

3. Guo W., Maslova N. V., Revin D.O. On the pronormality of subgroups of odd index in some extensions of finite groups // Siberian Math. J. – 2018. – V. 59. – №4. – P. 773–790.

4. Monakhov V.S., Khadanovich D.A. On the solvability of a finite group with a pair of non-conjugate subgroups of primary indeces // PFMT. – 2018. – T.35. − № 2. – C. 57–59.

5. Kegel O. Sylow Gruppen und Subnormalteiler endlichen Gruppen // Math. Z. − 1962. − Bd. 78. − P. 205–221.

6. Putilov S. V. To the normal structure of finite groups // Dokl. Belorus. SSR. – 1985. – V. 29. – №5. – P. 393–396.

7. Putilov S. V. On the normal structure of finite groups // Investigation of the normal and subgroup structure of finite groups. – Minsk: Science and technology. – 1984. – P. 205–213.

8. Putilov S. V. Maximal subgroups of finite groups / S. V. Putilov/ / Scientific notes of Bryansk state University. – 2018. – № 1. – P. 18–26. Access mode: *http://scim-brgu.ru/wp-content/arhiv/UZ-2018-N1.pdf.*

9. Guralnick R.M. Subgroups of prime power index in a simple group // J. Algebra. − 1983. − V. 81. − № 2. – P. 304-311.

About author

Putilov S.V. – Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematical Analysis, Algebra and Geometry, Bryansk State University named after Academician I.G. Petrovsky, e-mail: *algebra.bgu@yandex.ru*.