



ГРИШИН

Юрий Аркадьевич

доктор технических наук,
профессор
кафедры
«Поршневые двигатели»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Расчет разветвления трубопроводов

Ю.А. Гришин

С использованием газодинамических функций нестационарного течения в работе получены соотношения, которые применяются в качестве граничных условий для численных расчетов взаимодействия нестационарных потоков с разветвлениями трубопроводов. Расчетно-экспериментальная проверка предложенных соотношений, проведенная с помощью численного метода распада произвольного разрыва, показала хорошее согласие результатов расчета с экспериментальными данными.

Ключевые слова: разветвление трубопроводов, нестационарные газодинамические функции, распад произвольного разрыва, числа Маха.

Using gas-dynamic functions of non-stationary flow there were obtained relations applied as boundary conditions for numerical calculations of the interaction of non-stationary fluxes with branching pipelines. The experiment-calculated verification of the proposed relations, conducted by means of a numerical method for the decay of a discontinuity, showed good agreement of calculation results with the experimental data.

Keywords: branching pipes, non-stationary gas-dynamic functions, decay of discontinuity, Mach number.

Численные методы газовой динамики, применяемые для моделирования нестационарных течений в системах впускных и выпускных трубопроводов (коллекторах) многоцилиндровых поршневых двигателей, требуют задания граничных условий (ГУ) в разветвлениях трубопроводов. Разработкой методик задания таких ГУ занимались многие отечественные [1–5] и зарубежные исследователи [6, 7]. Для расчетов предлагалось использовать допущение о равенстве статических давлений в ответвлениях после взаимодействия, квазистационарные зависимости, и, наконец, наиболее точный подход на базе распада произвольного разрыва (РПР) с образованием ударных фронтов, сложным анализом получающихся волновых конфигураций и с учетом различного состава взаимодействующих газов. К сожалению, все методики являются исключительно громоздкими, например, для тройников (рисунок), даже в упрощенном виде, без учета образования контактных поверхностей после РПР, необходимо с помощью итераций решать систему из 9 уравнений с 9 неизвестными и логическим анализом направлений течения после разветвления. Система должна включать соотношения на фронтах волн после РПР на тройнике и законы сохранения для потоков за фронтами волн. Неизвестными в системе будут давления p_x, p_y, p_z , плотности ρ_x, ρ_y, ρ_z и скорости v_x, v_y, v_z . Даже с использованием гидравлического допущения о неизменной плотности по веткам ($\rho = \rho_x = \rho_y = \rho_z$), которую можно задать как среднее арифметическое от известных перед РПР $\rho_{1x}, \rho_{1y}, \rho_{1z}$:

$$\rho = \frac{\rho_{1x} + \rho_{1y} + \rho_{1z}}{2}, \quad (1)$$

и допущения об отсутствии потерь, система, включающая соотношения на фронтах элементарных волн после РПР (фронты на рисунке 1 обозначены двойными линиями), уравнения неразрывности и энергии, получается достаточно сложной:

$$p_{1x} - p_x = a_{1x} \rho (v_x - v_{1x}); \quad (2)$$

$$p_{1y} - p_y = a_{1y} \rho (v_y - v_{1y}); \quad (3)$$

$$p_{1z} - p_z = a_{1z} \rho (v_z - v_{1z}); \quad (4)$$

$$F_x v_x + F_y v_y + F_z v_z = 0; \quad (5)$$

$$\frac{p_x}{\rho} + \frac{v_x^2}{2} = \frac{p_y}{\rho} + \frac{v_y^2}{2}; \quad (6)$$

$$\frac{p_x}{\rho} + \frac{v_x^2}{2} = \frac{p_z}{\rho} + \frac{v_z^2}{2}. \quad (7)$$

Здесь в уравнениях для фронтов волн $a = \sqrt{kp/\rho}$ — скорость звука; F_x, F_y, F_z — проходные сечения сходящихся ветвей. Неизвестные в системе: $p_x, p_y, p_z, v_x, v_y, v_z$. Знаки при получившихся в результате решения скоростях соответствуют положительным или отрицательным направлениям течений по ответвлениям. Если, например, имеет место течение из x в y и в z , то для второго этапа расчета, учитывающего потери, вместо (6) и (7) в системе следует использовать:

$$\frac{p_x}{\rho} + \frac{v_x^2}{2} = \frac{p_y}{\rho} + \frac{v_y^2}{2} + \zeta_y \frac{v_y^2}{2}; \quad (8)$$

$$\frac{p_x}{\rho} + \frac{v_x^2}{2} = \frac{p_z}{\rho} + \frac{v_z^2}{2} + \zeta_z \frac{v_z^2}{2}. \quad (9)$$

Коэффициенты потерь ζ_y и ζ_z зависят от углов пристыковки ветвей в тройнике соотношения их проходных сечений. Их значения задаются либо с помощью предварительных экспериментальных продувок, либо по известным из литературы зависимостям, например из справочника [8–10].

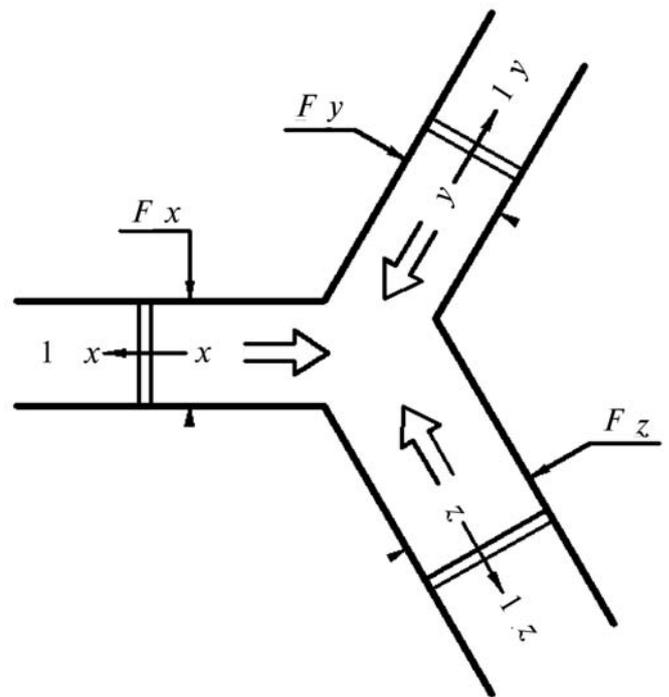


Рисунок. К расчету тройникового узла

Очевидно, даже при использовании значительных упрощений, описанная методика оказывается достаточно сложной. Фактически ее применение исключает возможность маршевого многовариантного расчета нестационарного газообмена двигателя внутреннего сгорания для оптимизации его параметров.

Однако, как и в стационарной газодинамике, значительную помощь в решении сложных задач оказывают газодинамические функции. Применение нестационарных газодинамических функций (НГДФ) и определенные рациональные допущения позволяют резко упростить проблему ГУ в тройнике.

По результатам расчета на предыдущем шаге, например, методом распада разрыва (схема С.К. Годунова), известны газодинамические параметры, в частности, давления p_{1x}, p_{1y}, p_{1z} и числа Маха M_{1x}, M_{1y}, M_{1z} ($M = v/a$) в зонах до прохода элементарных волн. Для расчета необходимо выбрать условно-положительное направление течений. Пусть положительным будет направление к центру тройника. Тогда известные значения числа M , очевидно, задаются с соответствующими знаками.

При реальных для коллекторов двигателя внутреннего сгорания градиентах температур

числа M на контактных поверхностях после РПР различаются весьма незначительно, поэтому при рассмотрении волновых конфигураций эти поверхности можно не учитывать. Соответствующие соотношения для перепадов давления через газодинамические функции в самом общем виде могут быть записаны следующим образом:

$$\frac{p_{1x}}{p_{1y}} = \frac{p_{1x}}{p_x} \frac{p_x}{p_y} \frac{p_y}{p_{1y}} = \frac{\pi''(M_{1x}) \sigma_x \pi(M_x) \pi''(M_y)}{\pi''(M_x) \sigma_y \pi(M_y) \pi''(M_{1y})}; \quad (10)$$

$$\frac{p_{1y}}{p_{1z}} = \frac{p_{1y}}{p_y} \frac{p_y}{p_z} \frac{p_z}{p_{1z}} = \frac{\pi''(M_{1y}) \sigma_y \pi(M_y) \pi''(M_z)}{\pi''(M_y) \sigma_z \pi(M_z) \pi''(M_{1z})}; \quad (11)$$

$$\frac{p_{1z}}{p_{1x}} = \frac{p_{1z}}{p_z} \frac{p_z}{p_x} \frac{p_x}{p_{1x}} = \frac{\pi''(M_{1z}) \sigma_z \pi(M_z) \pi''(M_x)}{\pi''(M_z) \sigma_x \pi(M_x) \pi''(M_{1x})}. \quad (12)$$

Здесь $\pi''(M)$ — НГДФ [8] для перепада давлений на фронтах элементарных волн после РПР,

$$\pi''(M) = \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M\right)^{\frac{2k}{k-1}}};$$

$\pi(M)$ — «стационарная» ГДФ [9] для перепада давлений в зоне квазистационарного течения между волнами,

$$\pi(M) = \frac{1}{\left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}};$$

σ — коэффициенты потерь полного давления при входе в соответствующие ветви тройника.

Очевидно, что одно из соотношений (10)–(12) является лишним, так как получается из двух других. Воспользуемся зависимостями (10) и (12) и, раскрывая запись функций $\pi''(M)$ и $\pi(M)$, введем обозначения

$$Y = \left(\frac{p_{1y} \sigma_x}{p_{1x} \sigma_y}\right)^{\frac{k-1}{2k}} \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_{1y}}{1 + \frac{k-1}{2} M_{1x}} \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_y^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2}}; \quad (13)$$

$$Z = \left(\frac{p_{1z} \sigma_x}{p_{1x} \sigma_z}\right)^{\frac{k-1}{2k}} \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_{1z}}{1 + \frac{k-1}{2} M_{1x}} \sqrt{\frac{1 + \frac{k-1}{2} M_z^2}{1 + \frac{k-1}{2} M_x^2}}. \quad (14)$$

Эти формулы содержат неизвестные M_x, M_y, M_z , однако расчетные исследования показали, что в реальном диапазоне изменений чисел M значения радикалов практически не отличаются от единицы, и они не чувствительны к изменению направления течения по ветвям, так как содержат M во второй степени. В результате на практике вместо (13) и (14) можно использовать более простые формулы, не содержащие неизвестных чисел M :

$$Y = \left(\frac{p_{1y} \sigma_x}{p_{1x} \sigma_y}\right)^{\frac{k-1}{2k}} \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_{1y}}{1 + \frac{k-1}{2} M_{1x}}; \quad (15)$$

$$Z = \left(\frac{p_{1z} \sigma_x}{p_{1x} \sigma_z}\right)^{\frac{k-1}{2k}} \frac{1 + \frac{k-1}{2} M_{1z}}{1 + \frac{k-1}{2} M_{1x}}; \quad (16)$$

Учитывая принятые обозначения, из уравнений (10) и (12) получим

$$M_y = \frac{2}{k-1} (Y-1) + Y M_x; \quad (17)$$

$$M_z = \frac{2}{k-1} (Z-1) + Z M_x. \quad (18)$$

С помощью газодинамических функций (ГДФ) $q(M)$ можно в общем виде записать уравнение сохранения расходов по ветвям:

$$\sigma_x q(M_x) + f_y \sigma_y q(M_y) + f_z \sigma_z q(M_z) = 0, \quad (19)$$

где $f_y = F_y/F_x$ и $f_z = F_z/F_x$.

Используя вместо (19) упрощенную зависимость

$$\sigma_x M_x + f_y \sigma_y M_y + f_z \sigma_z M_z = 0, \quad (20)$$

получим систему из трех уравнений (17), (18) и (20) с тремя неизвестными, из которой получается простая расчетная формула для числа M_x :

$$M_x = \frac{2}{k-1} \frac{f_y \sigma_y (1-Y) + f_z \sigma_z (1-Z)}{\sigma_x + f_y \sigma_y Y + f_z \sigma_z Z}. \quad (21)$$

После определения M_x значения M_y и M_z вычисляются по формулам (17) и (18).

При расчете в первую очередь необходимо выяснить направления перетоков по ветвям после РПР, т. е. в зонах x , y и z . До определения этих направлений невозможно задать и потери, которыми будут сопровождаться перетоки. Анализ показал, что для определения направлений на первом этапе потери можно не учитывать, т. е. все $\sigma = 1$. С учетом этого положения обозначения (13), (14) или (15), (16), а также расчетная формула (21) упрощаются, что позволяет легко вычислять искомые неизвестные числа M со своими знаками, определяющими направления течений в ветвях за фронтами волн. Например, если получилось $M_x > 0$, $M_y > 0$ и $M_z < 0$, значит из ветвей x и y на расчетном шаге численного расчета Δt будет происходить втекание в z .

Теперь следует выполнить второй этап расчета. Потери полного давления σ задаются формулой [9]

$$\sigma = 1 - \frac{k}{k+1} \zeta \lambda^2, \quad (22)$$

где λ — приведенная скорость. Используя связь между M и λ [9], например, при определении потерь полного давления в зоне z в результате втекания туда потоков из x и y , запишем

$$\sigma_z = 1 - k \zeta_z M_z^2 \tau(M_z) / 2, \quad (23)$$

где $\tau(M)$ — «стационарная» ГДФ [9],

$$\tau(M) = \frac{1}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}.$$

Для практических расчетов можно использовать упрощенную зависимость

$$\sigma_z = 1 - k \zeta_z M_z^2 / 2, \quad (24)$$

в которую значение M_z можно подставлять по результатам расчета без потерь или с предыдущего расчетного шага.

Поскольку потоки из ветвей x и y вытекают, и отрывных зон в них нет, в формулах (15), (16) а также в расчетной формуле (21) задаем $\sigma_x = \sigma_y = 1$. Кроме того, для уточнения расчета вместо (15) и (16) можно взять формулы (13) и (14), подставляя в радикалы соответствующие числа M , полученные на этапе определения направлений потоков.

Если первый этап расчета РПР показал, что потоки направляются из одной ветви в две другие, на втором этапе необходимо определять два значения σ для каждой из «принимающих» ветвей. Затем их подставляют в соответствующие формулы.

В качестве рекомендации для маршевого расчета отметим следующее. Если числа M_x , M_y или M_z по результатам первого этапа (определение направления течения) по модулю оказались меньше некоторого малого наперед заданного ϵ , их следует принять равными 0, чтобы на втором этапе (расчет с учетом потерь) не получить изменение направления соответствующего потока или сбой вычислений.

Отметим также, что полученные на первом этапе значения M_x , M_y и M_z можно считать окончательными, если места стыка ветвей внутри коллекторов выполнены скругленными, и потерь при перетоках не будет. При стремлении снизить потери газообмена проектируют именно такие коллекторы.

Для ускорения расчетов можно рекомендовать следующее: для вычислений с потерями можно использовать значения σ предыдущего расчетного шага. Тогда все вычисления тройника можно делать в один этап.

После определения M_x , M_y и M_z по схеме Годунова с помощью НГДФ определяются параметры перетоков:

$$v_x = M_x a_{1x} \frac{\alpha''(M_x)}{\alpha''(M_{1x})}; \quad v_y = M_y a_{1y} \frac{\alpha''(M_y)}{\alpha''(M_{1y})};$$

$$v_z = M_z a_{1z} \frac{\alpha''(M_z)}{\alpha''(M_{1z})};$$

$$p_x = p_{1x} \frac{\pi''(M_x)}{\pi''(M_{1x})}; p_y = p_{1y} \frac{\pi''(M_y)}{\pi''(M_{1y})};$$

$$p_z = p_{1z} \frac{\pi''(M_z)}{\pi''(M_{1z})};$$

$$\rho_x = \frac{p_{1x}}{RT_{1x}} \frac{\varepsilon''(M_x)}{\varepsilon''(M_{1x})}; \rho_y = \frac{p_{1y}}{RT_{1y}} \frac{\varepsilon''(M_y)}{\varepsilon''(M_{1y})};$$

$$\rho_z = \frac{p_{1z}}{RT_{1z}} \frac{\varepsilon''(M_z)}{\varepsilon''(M_{1z})};$$

а также соответствующие значения массы, импульса и энергии:

$$m_x = F_x v_x \rho_x \Delta t; m_y = F_y v_y \rho_y \Delta t; m_z = F_z v_z \rho_z \Delta t;$$

$$I_x = (F_x p_x + m_x v_x) \Delta t; I_y = (F_y p_y + m_y v_y) \Delta t;$$

$$I_z = (F_z p_z + m_z v_z) \Delta t;$$

$$E_x = m_x \left[\frac{p_x}{(k-1)\rho_x} + \frac{v_x^2}{2} \right] \Delta t;$$

$$E_y = m_y \left[\frac{p_y}{(k-1)\rho_y} + \frac{v_y^2}{2} \right] \Delta t;$$

$$E_z = m_z \left[\frac{p_z}{(k-1)\rho_z} + \frac{v_z^2}{2} \right] \Delta t.$$

Для выполнения балансового этапа расчетной схемы Годунова массы, импульсы и энергии в последних ячейках ветвей x и y при $M_x > 0$, $M_y > 0$ и $M_z < 0$, необходимо уменьшить на соответствующие значения, а в последней ячейке ветви z , куда втекают потоки, увеличить на сумму этих величин.

В заключение отметим, что в составе коллекторов многоцилиндровых поршневых двигателей кроме тройниковых узлов имеются колена. В колене с основным трубопроводом коллектора стыкуется патрубок, идущий к клапанному каналу головки цилиндра, крайнего в ряду цилиндров.

Подход к расчету взаимодействия нестационарного потока с коленом аналогичен изложенному выше расчету тройникового узла, однако он значительно проще. От системы (10)–(12) остается одно уравнение (10), на базе

которого получаются формула (13) или (15). Вместо (21) для расчета M_x используется более простая зависимость:

$$M_x = \frac{2}{k-1} \frac{f_y \sigma_y (1-Y)}{\sigma_x + f_y \sigma_y Y}. \quad (25)$$

После определения M_x значение M_y рассчитывается по формуле (17).

Для проверки методики были проведены эксперименты с помощью одноциклового установившейся [11], позволяющей записывать прошедшие и отраженные от тройника волны сжатия и разрежения. Расчеты соответствующих волн показали расхождение с экспериментом менее 3%. Такие незначительные ошибки вполне приемлемы для расчета газообмена и оптимизации рабочего процесса двигателя внутреннего сгорания.

Литература

1. Красовский О.Г. Численное решение уравнений нестационарного течения для выпускных систем двигателей // Тр. ЦНИДИ. 1968. Вып. 57. С. 3–20.
2. Ивин В.И., Рындин В.В. Нестационарный поток в разветвлениях выпускных трубопроводов ДВС // Изв. вузов. Машиностроение. 1976. № 9. С. 100–105.
3. Камкин С.В., Матвеев С.К., Кочерыженков Г.В. Численное моделирование течений в разветвленных выпускных системах судовых дизелей // Двигателестроение. 1979. № 6. С. 3–5.
4. Гришин Ю.А., Гусев А.В., Круглов М.Г. Методы расчета разветвленных систем газообмена ДВС // Двигателестроение. 1981. № 1. С. 10–12.
5. Рудой Б.П. Прикладная нестационарная газовая динамика. Уфа: Изд-во УАИ, 1988. 184 с.
6. Benson R., Woollatt D., Woods W.A. Unsteady flow in simple branched systems // Proc. Inst. Mech. Eng., 1963–1964. V. 178. P. 104–112.
7. Seifert H. Die Berechnung instationärer Strömungsvorgänge in den Rohrleitungs-Systemen von Mehrzylindermotoren // MTZ. 1972. Bd. 33. N 11. P. 421–428.
8. Гришин Ю.А., Круглов М.Г., Рудой Б.П. Газодинамические функции для расчета нестационарных течений газа // Изв. вузов. Машиностроение. 1977. № 3. С. 52–58.
9. Абрамович Г.Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1. М.: Наука, 1991. 600 с.
10. Кутателадзе С.С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление. М.: Энергоатомиздат, 1990. 367 с.
11. Гришин Ю.А., Рудой Б.П. Установка для генерирования уединенных волн конечной амплитуды // Элементы рабочих процессов ДВС: Межвуз. научн. сб. Уфа, 1973. С. 53–56.

Статья поступила в редакцию 02.03.2012