

КРАТКИЕ НАУЧНЫЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 530.145

Л. В. Прохоров

ОБ ОДНОМ ЗАМЕЧАНИИ ДИРАКА^{*)}

1. Дирак и современная физика. П. А. М. Дирак — один из величайших физиков мира как по значимости сделанных им открытий, так и по глубине проникновения в суть явлений. Он принадлежал к числу тех немногих, чьи суждения принимались безоговорочно и чей авторитет был непрекаем. Прежде всего Дирак известен как один из создателей квантовой механики. Он сформулировал общие правила квантования, разработал математический аппарат квантовой механики. Но это было лишь началом. Далее последовали работы по статистике частиц с полуцелым спином (статистика Ферми—Дирака, 1926 г.), квантованию электромагнитного поля (1927 г.), вывод волнового уравнения для релятивистского электрона (1928 г.). Каждая из этих работ положила начало новому разделу физики — квантовой статистике частиц с полуцелым спином, релятивистской волновой механике частиц со спином $1/2$ и теории квантованных полей. Последняя, как теперь стало ясно, является всеобъемлющей теорией, способной описать практически все наблюдаемые явления.

Все вышеуказанное — только наиболее фундаментальные достижения, то, что, как говорится, «на слуху». Мало кто знает, что Дирак независимо ввел «матрицы Паули», зато все знают монополь Дирака. Его гипотеза о возможном изменении гравитационной постоянной со временем также положила начало новому направлению — проблеме неизменности фундаментальных постоянных физики; в этом направлении и в настоящее время ведутся исследования. Важную роль сыграло замечание Дирака о взаимосвязи волновой функции и классического действия, отталкиваясь от которого Р. Фейнман развел теорию континуального интегрирования — математический аппарат современной теории квантованных полей. Последние годы жизни Дирак посвятил разработке теории динамических систем со связями. Первостепенная ее важность стала ясной лишь спустя десятилетия, когда выяснилось, что все известные взаимодействия обладают свойством калибровочной инвариантности, т. е. все они содержат связи.

Дирак всегда с симпатией относился к России. Он был иностранным членом Академии наук СССР с 1931 г. Среди его друзей были П. Л. Капица, И. Е. Тамм, В. А. Фок. Его работы оказали и оказывают колossalное влияние на физические исследования и в стране, и в Санкт-Петербурге.

2. Брошенное вскользь замечание. По книге Дирака «Принципы квантовой механики» учились поколения физиков. На ее утверждения можно положиться. Одно из них приобрело широкую известность. На с. 25 4-го издания [1] читаем: «... Каждый фотон интерферирует лишь с самим собой. Интерференции между двумя разными фотонами никогда не происходит». С точки зрения ортодоксальной квантовой механики сформулировано точно. Однако в 1956 г. наблюдалась интерференционная картина с участием двух фотонов [2].

^{*)} Доклад, сделанный 29 октября 2002 г. на семинаре ФУНЦ СПбГУ, посвященном 100-летию со дня рождения П. А. М. Дирака (8 августа 1902 г. — 20 октября 1984 г.).

Противоречие налицо, говорить об ошибке не приходится. Но обнаруженный в [2] феномен легко объясняется в рамках квантовой теории электромагнитного поля. Благодаря быстро-действующей аппаратуре наблюдалась корреляция одномоментных событий (срабатываний счетчиков) в разных точках пространства. Время регистрации было меньше времени когерентности фотонов, поэтому, строго говоря, высказывание Дирака неприменимо буквально к опыту [2], поскольку имелись в виду эксперименты без каких-либо ограничений на время регистрации фотонов. Тем не менее вопрос остается.

Итак, с точки зрения квантовой механики интерференция двух фотонов от независимых источников невозможна. Два фотона описываются волновой функцией $\psi(x_1, x_2)$ в конфигурационном пространстве, которая не может дать интерференционной картины, получающейся в результате сложения их волн. На опыте наблюдалась корреляция интенсивностей полей I_1 и I_2 в точках 1, 2, т. е. изучалось среднее $\langle I_1 I_2 \rangle$.

3. Квантовая теория поля и квантовая механика. Как же следует толковать эти факты? Эксперимент [2] описывается в предположении, что интерфеcируют возбуждения электромагнитного поля. В стандартном опыте с фотоном интерференционная картина получается в результате сложения амплитуд вероятности. Приходится констатировать: в случае двух фотонов за интерференцию ответственно поле, а в случае одного фотона — волновая функция. И это при том, что квантовая механика описывает не только состояния с одной частицей, но и с двумя и более частицами. Заключаем: или в обоих случаях интерфеcирует волновая функция, или возбуждения поля. В действительности нет оснований сомневаться, что именно поля лежат в основе материального мира. Все известные частицы суть кванты (одночастичные возбуждения) соответствующих полей, а окружающий нас мир — их проявление. Это, может быть, один из наиболее надежно установленных физикой фактов, уже перешедший в разряд очевидных. В опыте [2] наблюдалась интерференция («четверная корреляция») полей. Следует ожидать, что и в случае одного фотона регистрируется факт интерференции электромагнитного поля. Тогда необходимо установить связь между функцией, описывающей возбуждение поля, и волновой функцией.

Логика подсказывает единственный выход: волновая функция и описывает возбуждение поля. К тому же это прямо следует из квантовой теории поля. Одночастичное возбуждение (фотон) порождается оператором $\hat{A}^\lambda(f)$:

$$|f, \lambda\rangle = \hat{A}^\lambda(f)|0\rangle, \quad (1)$$

где $\hat{A}^\lambda(f) = i \int d^3x \hat{A}_\mu(x) \vec{\partial}_0 f_\mu^\lambda(x); g\vec{\partial}_0 f = g\vec{f} - \dot{g}f; |0\rangle$ — вакуумный вектор и $\hat{A}_\mu(x)$ — оператор электромагнитного поля. Функция $f_\mu^\lambda(x)$ есть волновая функция фотона; например, для плоской монохроматической волны $f_\mu^\lambda(x) = \exp(-ikx)\epsilon_\mu^\lambda(k)$, $\epsilon_\mu^\lambda(k)$ описывает поляризационное состояние фотона. Но именно она определяет степень возбуждения поля; там, где $f_\mu^\lambda(x) = 0$, поле не возбуждено.

Данное утверждение порождает ряд вопросов и имеет далеко идущие следствия.

Вырисовывается простая и естественная картина. Частицы есть кванты (одночастичные возбуждения) полей. Они существенно нелокальны. Функция, описывающая возбужденное поле, и есть волновая функция частицы. Остается объяснить два принципиально важных свойства частиц — «точечность», т. е. возможность их наблюдать (локализовать) в малой области пространства, и «целостность», т. е. тот факт, что нелокальные возбуждения полей ведут себя как неделимые объекты. Оба свойства находят естественное объяснение в квантовой теории поля.

Всякое поле есть упорядоченная совокупность взаимодействующих осцилляторов. Если возбужден какой-то один осциллятор, то возбуждены и соседние. Все физически допустимые состояния полей описываются непрерывными функциями, ибо в гамильтониане любого бозонного поля φ есть член, пропорциональный $(\nabla\varphi)^2$. Разрывность функции φ означает появление в гамильтониане неинтегрируемой особенности $(\delta(x))^2$, т. е. появление состояния с бесконечной энергией. Отсюда следует, что возбуждение поля или целиком поглощается другим полем, или

целиком рассеивается. Действительно, в процессе взаимодействия полей один из возбужденных осцилляторов данного поля начинает, скажем, передавать энергию осциллятору другого поля (локальность взаимодействия!). Он не может передать всю свою энергию, не повлияв на соседние осцилляторы (непрерывность поля!). Процесс взаимодействия не закончится, пока остальные возбужденные осцилляторы не передадут всю свою энергию данному (активному). Описанный акт поглощения кванта обычно интерпретируется как «локализация» частицы (например, фотона) в точке ее поглощения другим полем (т. е. в точке, где находится активный осциллятор). Приведенные соображения очевидным образом обобщаются и на процесс рассеяния частиц. Это объясняет их «целостность», т. е. тот факт, что нелокальные возбуждения полей ведут себя как неделимые объекты, и их «точечность» — нелокальные возбуждения ведут себя как точечные объекты в силу локальности взаимодействия полей. Становится очевидным и смысл неопределенностей; например, в случае координаты проявить себя может любой из осцилляторов в области Δx , где отлична от нуля волновая функция частицы (где возбуждены осцилляторы поля). Преобразованная по Фурье функция описывает распределение осцилляторов в импульсном пространстве и характеризуется величиной Δp .

4. Вопросы и ответы. Модель. Итак, на этом пути удается получить удовлетворительные ответы на некоторые вопросы, ранее считавшиеся неправомерными. Однако отождествление волновой функции с функцией, описывающей возбуждение поля (т. е. с полем), порождает новые серьезные вопросы:

1. Вектор состояния (амплитуда вероятности) присущ не только квантовой механике, но и квантовой теории поля. Чему же, какой динамической переменной он отвечает в этом случае?

2. Взаимодействующее поле φ подчиняется нелинейному уравнению, а вектор состояния (волновая функция) — линейному. Допустимо ли в таком случае их отождествление?

3. Классическое фермионное поле описывается функциями со значениями в гравссмановой алгебре. Можно ли в этом случае отождествлять поле с волновой функцией?

Остаются и более глобальные вопросы:

4. В чем причина появления в теории амплитуд вероятности?

5. Какова причина появления самих вероятностей?

6. Какова природа постоянной Планка \hbar ?

Первый вопрос затрагивает существование проблемы. Квантовая механика описывает системы с ограниченным числом частиц. Основным объектом этой теории является волновая функция. Ее можно связать с функцией, описывающей возбуждение поля. Но поле само квантовано, т. е. описывается согласно постулатам квантовой теории. Аналогом волновой функции здесь служит абстрактный вектор состояния, а его конкретной реализацией — функционал Фока. Какова же природа данного функционала? Какая физическая реальность за ним стоит? Отождествление волновой функции частицы с функцией возбуждения поля не решает вопроса о природе амплитуд вероятности, но лишь переносит проблему на более глубокий уровень. Квантовая теория поля объясняет, что такое волновая функция частицы, но не объясняет причину появления амплитуд вероятности.

Решение этой проблемы предложено в [3]. Было показано, что, например, одномерная квантовая теория поля моделируется цепочкой взаимодействующих осцилляторов в термостате при условии, что мера Гиббса можно отождествить с мерой объема фазового пространства. Предполагается, что расстояние между осцилляторами имеет порядок планковской длины $l_P \approx 1,6 \cdot 10^{-33}$ см. Ввиду конечности объема фазового пространства нормированное распределение Гиббса можно отождествить с распределением вероятности в фазовом пространстве. Тогда для одного осциллятора, если перейти от вещественных канонических переменных q , p к комплексным $z = (q + ip)/\sqrt{2}$, \bar{z} , случайные величины $f(z)$ играют роль волновых функций, а мера Гиббса идентична мере в пространстве Фока, т. е. она позволяет определить в нем скалярное произведение. Подчеркнем: $f(z)$ — комплексная функция динамической переменной z , т. е. она сама есть динамическая переменная, которая для цепочки осцилляторов в непрерывном пределе превращается в функционал Фока. Этот функционал, с одной стороны, есть динамическая величина, некоторая характеристика механической системы, с другой —

он отождествляется со случайной величиной, квадрат модуля которой задает некоторое распределение вероятности в фазовом пространстве системы. Тот факт, что для описания возмущения в цепочке осцилляторов используется лишь одна из двух составляющих вектора (q , p) в фазовом пространстве, именно, q (или z), является первопричиной появления амплитуд вероятности. Вероятности же задаются распределениями в фазовом пространстве, т. е. для их задания требуются и z , и \bar{z} ($f(z)$ и $\bar{f}(z)$). Это и объясняет билинейный характер формул, выражающих вероятности через амплитуды вероятности. «Генератором случайных событий» служит термостат, в котором находится цепочка осцилляторов. Именно наличие термостата предопределяет вероятностный характер теории. Квантовая механика дает удивительный пример гармонии порядка и хаоса.

В предлагаемом подходе вопрос о смысле постоянной Планка h также не вызывает затруднений. Поскольку и для одного осциллятора мера Гиббса отождествляется с мерой объема фазового пространства, его объем конечен и полагается равным h . Тогда для средней энергии \bar{E} осциллятора с частотой ω автоматически получаем «квантование»: $\bar{E} = \hbar\omega$. Таким образом, предложенная в [3] модель дает ответы на все основные вопросы, порождаемые квантовой механикой.

Остаются второй и третий вопросы. На первый из них ответ тривиален — и в квантовой теории взаимодействующих полей уравнения движения свободной частицы линейны. В самой квантовой теории поля вероятностная информация заключена в функционале Фока, который разлагается в ряд по степеням динамических переменных. Гамильтониан (и в классической, и в квантовой теории) действует линейно в пространстве таких функционалов. Это и объясняет линейность уравнений для векторов состояний.

Ответ на третий вопрос менее очевиден. В модели [3] плотность вероятности полагается пропорциональной объему фазового пространства. Если взять вектор в фазовом пространстве $\mathbf{z} = (qe_q + ip_e)/\sqrt{2}$ и образовать бивектор $-id\bar{z} \wedge dz = dqdp$, где $e_{q,p}$ — базисные векторы в фазовом пространстве, а $e = e_q \wedge e_p$ — единичный бивектор, то мера бивектора, т. е. коэффициент при бивекторе e , есть элемент площади фазового пространства. В случае комплексных канонических переменных z_q , z_p следует взять $\mathbf{z} = z_q e_q + z_p e_p$ и $i\bar{z} \wedge z = i(z_q^* z_p - z_p^* z_q)e$. Отсюда немедленно вытекает стандартное выражение для плотности вероятности j_0 релятивистской бесспиновой частицы: полагая $z_q = \varphi_+$, $z_p = \pi_+ = \dot{\varphi}_+$, где φ_+ — решение уравнения Клейна—Фока—Гордона с положительной энергией, имеем $j_0 = i(\varphi_+^* \dot{\varphi}_+ - \varphi_+ \dot{\varphi}_+^*)$. Подчеркнем — площадь есть мера бивектора, элемента алгебры. В случае фермионов поле ψ есть элемент грасмановой алгебры, а канонически сопряженный ψ импульс $p_\psi = \psi^+$ (ибо лагранжиан $\mathcal{L} \sim \psi^* \dot{\psi}$ линеен по скорости). Тогда, полагая $\psi = q\theta/\sqrt{2}$ и $\psi^+ = q^*\bar{\theta}/\sqrt{2}$, где q — комплексное число, а $\theta = \theta_1 + i\theta_2$, $\bar{\theta} = \theta_1 - i\theta_2$, $[\theta_1, \theta_2]_+ = 0$, определим $\mathbf{z} = \psi e_q + \psi^+ e_p$; отсюда имеем

$$\mathbf{z} \wedge \mathbf{z} = \psi \cdot \psi^+ e_q \wedge e_p + \psi^+ \cdot \psi e_p \wedge e_q = qq^* \theta \cdot \bar{\theta} e, \quad (2)$$

т. е. и здесь вероятность есть множитель при некотором элементе алгебры (в данном случае — при $\theta\bar{\theta}e$). Заключаем: и в случае фермионного поля отождествление его с волновой функцией дает правильное выражение для плотности вероятности.

5. Некоторые следствия. Предложенная в [3] конструкция не только моделирует квантовую теорию поля, но и открывает новые возможности в казалось бы хорошо изученных областях физики. Поскольку любая частица есть квант (возбуждение) поля, размер которого (длина когерентности) может быть большим даже в макроскопическом масштабе, встают вопросы: 1) нельзя ли его разделить на две и более частей? 2) каковы будут свойства дробей кванта?

Ответ на первый вопрос должен быть как будто отрицательным, ибо это не согласуется с концепцией целостности квантов (см. п. 3). В действительности разрывные поля запрещены лишь в непрерывном пределе. Для дискретных структур (таких, как цепочка осцилляторов) энергия разрывного состояния поля оценивается числом $\Delta x(\Delta\varphi/\Delta x)^2 = (\Delta\varphi)^2/\Delta x$, и если $\Delta x \sim l_P$, то разрывные конфигурации полей допустимы, но обладают очень большой энергией (порядка $(\Delta\varphi)^2 M_P$, $M_P \approx 2 \cdot 10^{-5}$ г). Это, с одной стороны, объясняет целостность квантов

в микромире при энергиях $E < 10^{19}$ ГэВ, а с другой — открывает возможность дробить кванты в процессах с участием макротел, обладающих в масштабах микромира неисчерпаемыми запасами энергии.

Какими же свойствами будут обладать дроны квантов? Для конкретности возьмем электрон (квант), разделенный на две половинки. Каждая из половинок также является возбуждением электрон-позитронного поля, следовательно, все атрибуты поля (масса, спин) остаются прежними, но их волновые функции будут нормированы на $1/2$. Электрический заряд электрона есть амплитуда вероятности излучения им фотона, поэтому электрический заряд каждой из половинок будет равен $e/2$. Сказанное относится и к гравитону. Ясно, что если кванты можно дробить, то их можно и объединять, т. е. можно ожидать существования квантов электрон-позитронного поля с кратными зарядами $2e, 3e, \dots$.

Желающим поближе познакомиться с подобными состояниями можно предложить рассмотреть одночастичные состояния (1), в которых функция f нормирована и отлична от нуля в двух непересекающихся областях. По построению это есть одночастичное состояние, физически же — две разные частицы с волновыми функциями, нормированными на $1/2$. Экспериментирование с любой из них не может влиять на другую. Существенно новый момент здесь заключается в том, что при регистрации, скажем, половинки фотона редуцируется волновая функция лишь этой половинки. Волновая функция второй половинки должна остаться неизменной. В стандартной трактовке волновая функция должна редуцироваться полностью. Данное обстоятельство является ключевым для истолкования парадокса Эйнштейна—Подольского—Розена [4].

Вышеизложенное уместно связать с не так давно обнаруженными эффектами целочисленного квантового эффекта Холла (ЦКЭХ) и дробного квантового эффекта Холла (ДКЭХ). В опытах с двумерными электронами в сильных магнитных полях наблюдались необычные явления: все происходило так, как если бы существовали электроны с кратными (ЦКЭХ, [5]) и дробными зарядами (ДКЭХ, [6]). Позднее появились сообщения о прямом наблюдении частиц с дробными зарядами [7, 8]. Роль макротел здесь играет внешнее магнитное поле.

Разумеется, приведенные соображения относятся и ко всем другим частицам, описываемым волновыми функциями, включая ядра и атомы. Здесь требуется прямой эксперимент. В [9] был предложен сравнительно простой опыт с фотонами, в котором роль делителя играет полуопрозрачное зеркало. Можно поступить еще проще. Так как энергии половинок также уменьшаются вдвое, они потеряют способность выбивать фотоэлектроны, если их энергия окажется меньше энергии выхода. Другими словами, фотоэффект перестает наблюдаться после прохождения светом полуопрозрачного зеркала (при условии, что длина когерентности меньше расстояния от зеркала до фотокатода). Интересные эффекты можно ожидать в опытах с ультрахолодными нейтронами. В частности, постоянная электрослабого взаимодействия (заряженный ток) половинок нейтронов уменьшится вдвое, т. е. время их жизни увеличится в четыре раза. Возможны аналогичные опыты со сверхпроводящими электронами.

6. Заключение. Оглядываясь назад, обнаруживаем, что существовало множество фактов, указывавших на «материальную» природу волновой функции, т. е. на необходимость ее отождествления с функцией, описывающей возбуждение поля. Очевидно, «каждый элемент физической реальности должен иметь отражение в физической теории» [4, с. 777]. Предлагаемое отождествление как раз ликвидирует имеющуюся брешь. Волновая функция существовала как фундаментальный объект физической теории, которому не сопоставлялась никакая физическая реальность: с ней не ассоциировалась ни энергия, ни импульс, ни другие атрибуты материального мира. Однако уже следующие общеизвестные факты должны были бы обратить на себя внимание физиков:

1) волновая функция — размерная величина; но только физические величины имеют нетривиальные размерности;

2) волновая функция подчиняется причинному уравнению (или Шредингера, или Клейна—Фока—Гордона, или Дирака); такими уравнениями описывается эволюция физических полей;

3) волновая функция нетривиальным образом преобразуется при преобразованиях Лоренца (спин!); это характерный признак физического объекта;

4) волновая функция при лоренцевых преобразованиях преобразуется так же, как и поле, квантом которого является частица; это ясно указывает на наличие между ними прямой связи;

5) уравнение для волновой функции электрона меняется при переходе к риманову пространству; это свидетельствует о ее «материальной» природе, ибо гравитация может влиять только на объекты, обладающие энергией;

6) в релятивистской теории плотность вероятности для бозонов $\left(\sim i \left(\varphi_+^* \tilde{\partial}_0 \varphi_+ \right) \right)$ не определена положительно; это допустимо лишь при отождествлении φ_+ с полем;

7) фотоны обладают длиной и объемом когерентности (аналогичным свойством должны обладать и кванты других полей); объем когерентности есть объем области возбуждения поля;

8) П. Дирак, а также П. Йордан и О. Клейн еще в 1927 г. «прокvantовали» волновую функцию, что возможно лишь в отношении динамической величины; в итоге получилась более общая наука — квантовая теория поля;

9) в 1956 г. наблюдалась интерференция двух фотонов (точнее, корреляционная интерференция четвертого порядка); данный факт объясняется в предположении, что интерферируют поля;

10) твердое тело служит наглядной моделью квантовой теории поля. В нем существуют и звуковые, и спиновые волны; соответствующие кванты именуются фононами и магнонами, а применяемый математический аппарат идентичен аппарату квантовой теории поля. Частицы описываются «волновыми функциями», характеризующими отклонение соответствующих степеней свободы от положения равновесия.

Сделать отсюда надлежащие выводы мешали многие причины, в том числе отсутствие довдовательных ответов на вопросы п. 4.

Квантовая теория поля лишает квантовую механику (даже релятивистскую) ореола истинны в последней инстанции. Ее основные положения оказываются приближенными и теряют смысл уже при сравнительно низких энергиях. Речь идет о следующих утверждениях, фигурирующих в учебниках по квантовой механике:

1. Квадрат модуля волновой функции $|\psi(x)|^2$ есть плотность вероятности обнаружить частицу в точке x .

Комментарий: а) частица не есть точка, частица есть нелокальное одиночестичное возбуждение поля; б) частица в принципе не может быть локализована в области, меньшей ее комптоновской длины волны $\lambda_c = \hbar/mc$; в) частица (скажем, фотон) в принципе не может быть локализована в области, меньшей комптоновской длины взаимодействующих с ней частиц (для фотона это $\Delta L \sim \hbar/m_e c$ (m_e — масса электрона) — при уменьшении Δx ($\Delta x \ll \Delta L$) начинают рождаться пары и состояние перестает быть однофотонным).

2. Существуют квантовые скачки (или «некаузальное изменение» волновой функции, см., например, [10, с. 196]).

Комментарий: согласно квантовой теории поля, скачков нет, все изменения полей происходят плавно, причинно.

О том, что каноническая (копернагенская) интерпретация квантовой механики не может быть признана окончательной, свидетельствует и тот факт, что взгляды физиков на новую механику со временем менялись. Так, Н. Бор в результате известной дискуссии с В. А. Фоком [11] отказался от прижившегося было термина «неконтролируемое взаимодействие» квантового объекта с прибором, отождествления детерминизма и причинности и т. п. [12]. Дирак, первоначально как будто безоговорочно принимавший общепринятое толкование квантовой механики, на склоне лет писал: «... С физической точки зрения некоммутируемость не есть единственная важная идея ... имеются, вероятно, более глубокие идеи, более глубокие изменения наших обычных концепций, внесенные квантовой механикой». И далее: «Мы видим здесь начало новой идеи. Вероятности ... появляются как квадраты модулей некоторых чисел, являющихся более фундаментальными величинами. ... Я полагаю, что эта концепция амплитуд

вероятности является, по-видимому, наиболее фундаментальной концепцией квантовой теории» [13, с. 145]. В итоге: «На вопрос, что является главной чертой квантовой механики, я склонен теперь ответить, что это не некоммутативная алгебра. Это существование амплитуд вероятности, лежащих в основе всех атомных процессов». Замечательно!

Summary

Prokhorov L.V. On a remark by Dirac.

The problem of the particle and the wave function notions in quantum mechanics is discussed. The importance of taking into consideration quantum field theory is stressed — quantum mechanics is only a part of the latter, and every particle is a one-particle excitation of the corresponding field. Then wave function describes the excitation of the field. The pointness, integrity of particles and the uncertainty relations receive natural explanations.

Литература

1. Дирак П.А.М. Принципы квантовой механики / Пер. с англ.; Под ред. В. А. Фока. М., 1960.
2. Hanbury Brown R., Twiss R.Q. // Nature. 1956. Vol. 177. P. 27–29.
3. Прохоров Л.В. О принципиальных проблемах квантовой механики. СПб., 2002.
4. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. // Phys. Rev. 1935. Vol. 47. P. 777–780.
5. Klitzing von K., Dorda G., Pepper M. // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 494–497.
6. Tsui D.C., Störmer H.L., Gossard A.C. // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 1559–1562.
7. Picciotto de R., Reznikov M., Haiblum M. et all. // Nature. 1997. Vol. 389. P. 162–164.
8. Reznikov M., Picciotto de R., Griffiths T.G. et all. // Nature. 1999. Vol. 399. P. 238–240.
9. Прохоров Л.В. // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 4: Физика, химия. 2001. Вып. 1 (№4). С. 101.
10. Мессиа А. Квантовая механика: В 2 т. / Пер. с франц. М., 1978. Т. 1.
11. Фок В.А. // Вопросы философии. 1964. №8. С. 49–59.
12. Фок В.А. // Философские вопросы физики. Вып. 2: Квантовая механика и теория относительности / Под ред. П. П. Павинского, А. М. Мостеланенко. Л., 1980. С. 26–35.
13. Dirac P.A.M. // Fields and Quanta. 1972. Vol. 3. P. 139–146.

Статья поступила в редакцию 10 ноября 2002 г.