

Об одном свойстве натуральных чисел

Кочкарев Б.С.

*Кочкарев Баграм Сибгатуллович / Kochkarev Bagram Sibgatulloviich – кандидат физико-математических наук, доцент,
кафедра высшей математики и математического моделирования,
Институт математики и механики имени Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского) федерального университета*

Аннотация: формулируется проблема, обобщающая одну решенную, но не опубликованную П.Ферма задачу о замечательном свойстве числа 26 быть зажатым между квадратом и кубом. Доказательство решения сформулированной проблемы не приводится и бросается вызов любителям и математическому сообществу – доказать это.

Abstract: formulated the problem which generalize one the deciding but non publishing problem by P.Fermat about the excellence property of the number 26 to be pressing between the square and the cube. We give not the demonstration of decision the formulated problem and we throw the call the amateurs and mathematicians – this to prove.

Ключевые слова: число, зажатое между $n-1$ степенью и n -ой степенью.

Keywords: number pressing between degree $n-1$ and degree n .

Еще П. Ферма обнаружил [1,68] замечательное свойство числа 26, заключенного (стиснутого) между двумя числами, одно из которых есть квадрат ($25=5^2$), а другое – куб ($27=3^3$). Обнаружив это, Ферма занялся поиском [1,68] других чисел, зажатых между квадратом и кубом, но найти ничего так и не удалось. После многодневных напряженных поисков Ферма удалось [1,68] выстроить сложное доказательство, не оставлявшее сомнений в том, что 26, действительно, единственное число, заключенное между квадратом и кубом. Предложенная им цепочка логических доводов убедительно свидетельствовала, что ни одно другое натуральное число не обладает этим свойством.

Ферма сообщил [1,68] об уникальном свойстве числа 26 математическому сообществу (как правило, не опубликовав полученное доказательство), и бросил вызов, предложив доказать это. Ферма открыто признал [1,68], что располагает доказательством установленного им свойства. Вопрос был в том, хватит ли у других математиков сообразительности, чтобы справиться с предложенной задачей? Несмотря на простоту формулировки, решение задачи (доказательство утверждения) оказалось чрезвычайно трудным – можно сказать, недружественным по отношению к тем, кто пытался найти его, а Ферма доставляло особое удовольствие подтрунивать над английскими математиками Валлисом и Дигби, которые, в конце концов, были вынуждены признать свое поражение. Нужно отдать должное честности Валлиса и Дигби, которые не последовали примеру Д.Кардано, опубликовавшему под своим именем формулу решения приведенного кубического уравнения, сообщенную ему Н.Тартальей.

Саймон Сингх [1,163] по примеру Э.Уайлса, якобы доказавшего [2] Великую теорему Ферма, сводит решение этой задачи [1,163] к вопросу, имеет ли эллиптическая кривая частного вида решения в натуральных числах. Эллиптическими кривыми называют [1,161] уравнения вида

$$y^2 = x^3 + ax^2 + bx + c, \quad (1)$$

где a, b, c – некоторые числа. В случае задачи П.Ферма об удивительном свойстве числа 26 это сводится к решению уравнения:

$$y^2 = x^3 - 2, \quad (2)$$

т.е. уравнения (1), где $a=0, b=0, c=-2$. Доказать, что уравнение (2) имеет только одно решение отмечает Саймон Сингх [1,163] – трудная задача. Этот факт, как указывает С.Сингх [1,163] доказал П.Ферма. 26 – единственное число во Вселенной, заключенное между квадратом и кубом и это утверждение, как было указано выше, доказал Ферма. Свой метод П.Ферма не опубликовал, но интуиция нам подсказывает, что он обошелся без рассмотрения эллиптических кривых.

По примеру Ферма, обобщившего Диофантово уравнение $w^2 + v^2 = u^2$ на полях книги «Арифметика» Диофанта [3,70] в виде Великой гипотезы Ферма: «невозможно разложить ни куб на два куба, ни биквадрат на два биквадрата и вообще никакую степень, большую квадрата на две степени с тем же показателем», которая была нами полностью доказана [4], мы решили обобщить задачу о замечательном свойстве числа 26: найти натуральные числа, зажатые между $n-1$ степенью и n -ой степенью и доказали, что такие числа существуют только в случаях $n=2$ и $n=3$, и притом единственные соответственно 3 и 26, а для всех остальных значений $n \geq 4$ таких чисел нет.

Так же как и Ферма, мы доказательство этого факта не приводим и бросаем вызов любителям и математическому сообществу доказать это.

Литература

1. Сингх С. Великая теорема Ферма. МЦНМО, 2000. 288 с.
2. Wiles A. Modular elliptic curves and Fermat's Last Theorem, Annals of Mathematics, v.141 Second series № 3 May 1995 p. 445-551
3. Самин Д.К. Сто великих ученых. Москва, «Вече», 2001. 592 с.
4. Кочкарев Б.С. Об одном классе алгебраических уравнений, не имеющих рациональных решений, Проблемы современной науки и образования, №4 (22), 2014 с. 8-10.