

ФИЛОСОФИЯ МАТЕМАТИКИ

УДК 510

Е. М. Вечтомов

ОБ ЭСТЕТИКЕ МАТЕМАТИКИ

В статье рассматриваются философские вопросы эстетики математической формы познания. Анализируются проявления красоты в математике. Утверждается, что красота математики заключается в её дедуктивном и структурном характере.

The paper considers philosophical aspects of aesthetics in mathematical form of cognition, analyzes the manifestations of beauty in mathematics and points out that this beauty is connected with its deductive and structural character.

Ключевые слова: эстетика, красота, математика, познание, наука, культура, дедукция, структура, форма, формула.

Keywords: aesthetics, beauty, mathematics, cognition, science, culture, deduction, structure, form, formula.

Эстетичность познания. Виктор Гюго удивительно точно выразил всю гамму человеческого познания, выделив три его ипостаси: «Разум человеческий владеет тремя ключами, открывающими все: цифрой, буквой, нотой. Знать, думать, мечтать. Все в этом». На символах-китах *цифре, букве и ноте* зиждется человеческое знание – как обыденное, так и научное. Цифры, буквы и ноты образуют общий алфавит языка познания и общения. Из цифр составляются *числа*, буквы складываются в *слова*, за нотами слышится музыка, стоит *муза*. В числах выражается *точное знание*, они принадлежат *математике* и *науке* в целом. Вне языка человеческое мышление, по видимому, невозможно; человеческая мысль протекает в словесной форме, выражается в ней. Музы, рождая *красоту*, покровительствуют *искусству* и *культуре*.

Научное познание исследует и открывает *истину*. Художественное познание постигает и творит *красоту, гармонию*. Мир един и гармоничен, но не однополюсен. Любой полюс предполагает наличие противоположного, и они объективно сосуществуют и взаимодействуют (триадичность бытия). Истина невозможна без *лжи*, красоте противопоставляется *безобразное*, оттеняющее и

возвеличивающее её. Это – *логика бытия*, в которой заключена истина абсолютная. Безупречная истина гармонична, а настоящая красота истинна. Красота обосновывается наукой. Пушкинский Сальери изрёк: «Поверил я алгеброй гармонию». Наука есть область культуры (в широком смысле слова). Но наука и искусство (в смысле ценностных идеалов и установок) принципиально отличаются друг от друга.

Называя фундаментальные категории истины и красоты, мы сразу вспоминаем понятие *добро*, составляющее вместе с ними знаменитую мировоззренческую триаду. Диалектика истины и красоты порождает добро. Согласно Бенджамину Франклину, «красота без доброты умирает невостребованной». Сама по себе беспристрастная истина может быть холодной и отстранённой, а блестящая красота казаться высокомерной и недоступной. Только союз истины и красоты служит духовным вектором человеческого познания, вызывает добрые чувства, противостоит *злу*.

Триаду учительского девиза «Сеять разумное, доброе, вечное!» также можно выразить категориями истины, добра и красоты соответственно. Как понятия человеческого сознания они несут на себе определенный отпечаток относительности и субъективизма. Но мало кто сомневается, что это фундаментальные универсалии, отражающие основные лики Творца. Стало быть, *истина, добро и красота* имеют абсолютный и объективный характер, они тесно взаимосвязаны и постоянно взаимодействуют между собой.

Поиском истины заняты *наука* и *искусство*, но делают это по-разному. Научное познание опирается на логику, факты и даёт точное знание. Художественное же познание есть сфера *прекрасного*, ассоциируется с интуицией и разным мышлением. Категории *добра* и *зла* относятся к *этике*, воплощаются в понятиях морали, совести, справедливости, права. Проявления истины и красоты этически и целесообразны.

Среди различных форм познания мира человеком выделяются две – *математическая* и *философская*. Изречение Джорджа Сантаяны, что «подобно тому, как все искусства тяготеют к музыке, все науки стремятся к математике», выражает основополагающий методологический постулат – *принцип математизации знания*. И, соответственно, математический способ познания является ведущим в научном познании. Ма-

тематическое познание схватывает изучаемые явления посредством математического моделирования и гипотетико-дедуктивного метода, опираясь на сокровищницу теорий и мощь аппарата существующей математики.

Философское познание имеет мировоззренческий характер. А его научный аспект заключён, прежде всего, в развивающейся системе основополагающих философских категорий. Система философских категорий служит понятийной, координатной сетью, набрасываемой на исследуемые объекты. Она подобна сити, через которое просеиваются истины, напоминает целостный план возделывания поля, на котором будет расти и плодоносить фундаментальное знание. Философское познание способно открывать и всеобщие закономерности. Среди них первостепенное значение имеют фундаментальные законы диалектики, сформулированные Георгом Гегелем.

Две культуры. Полистаем страницы последней главы книги физика, академика Е. А. Фейнберга [1], которую автор назвал «Интеллектуальная революция. На пути сближения двух культур». В этой книге философски осмысливаются взаимоотношения искусства и науки, интуиции и логики, на которых основываются соответственно гуманитарное знание и естественные науки (как две равноправные культуры). Два подхода к познанию мира были обозначены ещё в античности: научная деятельность и творчество философов и художников (это, в первую очередь, математика и западная философия), сохранившие и преумножившие своё духовное значение в дальнейшей жизни человечества. Слияния естественных и гуманитарных наук, конечно же, не произойдет. Однако естествознание и математика начинают осознавать необходимость в гуманитарном знании и то, что они сами являются частью человеческой культуры.

По Фейнбергу, причина сближения двух культур «лежит в самом росте математизированного знания – в компьютеризации (если выразить это одним словом), точнее, в том, что *стремительно возрастает доля интеллектуальной деятельности, которая может быть передана машине и которую машина выполняет неизмеримо быстрее и надежнее, чем человек*. В принципе так может быть охвачена вся формализуемая часть мыслительной деятельности человека. Совершенствование ЭВМ состоит в том, что машине передаются все более сложные формально-логические операции. *В результате все отчетливее выступают внелогические, подлинно творческие и целиком “человеческие” компоненты науки, которые ранее ... были в значительной степени заслонены огромным вкладом необходимой логической деятельности*». Автор подчеркивает, что

на рубеже тысячелетий произошла «интеллектуальная революция», выявившая «все возрастающую роль внелогического, интуитивного синтетического суждения в науке». Отмечается особое положение «чистой» математики, в которой подавляющее значение имеет логическое мышление, что «необходимо именно для поиска путей дальнейшего, все более существенного освоения мыслительной деятельности от “грубого труда” в других областях знания...». Процесс гуманизации науки, «все более выявляющий роль внелогических компонентов в естественнонаучном и математизированном творчестве, идет одновременно с “обратным” процессом математизации в гуманитарной сфере там, где это возможно. При этом математизация, составляющая сущность прикладной математики, сама начинает использовать методы дискурсии, свойственные гуманитарным наукам, и потому меняет свой характер. Во всем этом и заложена объективная основа для развития взаимопонимания “двух культур”».

Красота спасает мир? В статье В. Россмана «Разум под лезвием красоты» рассматривается проблема: как понимать знаменитое высказывание Ф. И. Достоевского «Красота спасет мир»? Автор раскрывает смысл этой фразы Фёдора Достоевского в рамках критической философии Иммануила Канта, в психоанализе Зигмунда Фрейда и западной аналитической философии. Содержанием критической философии у Канта являются три критики, последовательно отвечающие на вопросы: «Что мы можем знать?», «Что мы можем делать?» и «На что мы можем надеяться?» Третья критика представляет собой то единственное, что связывает добро и истину. Критика чистого разума приводит к метафизической необходимости веры и морали, выходящих за пределы разума. Третья критика подготавливает почву для другой добродетели – *надежды*.

Россман пишет: «В центре внимания третьей критики – учение о красоте и целесообразности в природе. Наиболее интригующий момент этой критики состоит в том, что Кант связывает понятие красоты с надеждой. Красота и, прежде всего, наша способность замечать и получать удовольствие от красоты даёт нам основания надеяться, что мир устроен таким образом, что наши цели не чужды целям этого мира. Красота определяется Кантом как “бесцельная цель”. Эта “бесцельность” и дает человеку надежду. Красота спасает наш безнадежный и от всего изолированный мир субъективности, намекая на присутствие высшего существа, которое – человек может на это надеяться – обеспечивает гармонию между непознаваемым миром и познавательными способностями» [2].

Задача философии психоанализа Фрейда – помочь людям в борьбе с демонами бессознательного и сексуального, которые терзают психику человека и лишают его разума. Имеется только два способа укрощения разрушающей человека сексуальности – её подавление или её сублимация в производство красоты. Фрейд выбирает второй путь – путь красоты как сублимации остаточной сексуальной энергии в творчество. Такая красота и спасает человека.

У Достоевского красота другая, хотя её логика созвучна и Канту, и Фрейду. Красота у Достоевского и Канта открывает путь в другое измерение бытия и приводит к божественной любви первого и к моральному добру второго. Но красота у Достоевского связана с эросом, являющимся для него началом и разгадкой всего сущего.

Далее, Россман замечает, что «чрезмерно разросшийся мир идей вытесняет и подавляет жизненный мир: в мире, переполненном идеальными сущностями, людям становится тесно и неуютно» [3]. Аналитическая философия, по словам Россмана, ассоциирует этот переполненный идеями мир с магической бородой Платона, как и волосы библейского Самсона, заключающей в себе всю мощь метафизической философии. Важнейшей установкой аналитической философии, выраженной метафорически, является обрезание бороды Платона. Это обрезание Россман рассматривает как проявление некоей интеллектуальной эстетики, «подвергающей корневые конструкции разума под редуцирующее лезвие бритвы. В этом плане красота способна спасти мир – для разума! – как раз потому, что она спасает от “внемировых” отвлекающих излишеств сам разум». Но и без бороды, то есть без идей и идеологии, жизнь невозможна.

«Формулы» красоты. Из чего складывается понятие прекрасного? Признаками красоты в науке и жизни могут служить логичность, соразмерность, структурность, абстрактность, универсальность, простота, нетривиальность, неожиданность, историчность, целесообразность, соответствие объекта представлению о нем и т. д.

Математика является источником и носителем всех этих проявлений красоты и культуры.

Многие учёные и мыслители пытались, каждый по-своему, вывести общую формулу красоты. Приведем некоторые из них.

– Мера красоты = порядок/сложность (Гаррет Биркгоф).

– Красота = наглядность + неожиданность, а в свою очередь наглядность = простота + изоморфизм (В. Г. Болтянский).

– Эстетическая значимость равна отношению: необходимая сложность/минимальная программа (М. В. Волькенштейн).

– Красота тождественна целесообразности (И. Е. Ефремов).

– Математика есть изящное искусство (Я. Шапуновский).

– Красота = обобщенный стандарт + динамический элемент (Р. Х. Шакуров).

Большое внимание взаимосвязям математики и искусства уделяли А. В. Волошинов [4], Б. В. Раушенбах [5] (в теории перспективы) и В. В. Налимов [6] (на основе теоретико-вероятностной формулы Байеса).

Впрочем, скорее всего, не может быть единой формулы красоты (как и формул добра, зла, любви). Но существует *принцип красоты*, который может быть назван *принципом эстетического отбора*. Он служит надёжным критерием «эстетической целесообразности»: узнавания прекрасного и отсеивания безобразного. В науке эстетический отбор заключается в зарождении, выживании и развитии наиболее целесообразных, эффективных, совершенных понятий и теорий.

Тем не менее все сформулированные выше подходы весьма полезны, поскольку отражают отдельные существенные стороны категории красоты.

Феномен математики. Математика – самая логичная и точная в сонме наук. Математика – царица условных утверждений и, стало быть, поприще *относительной истины*. Благодаря этому своему качеству математика применима к анализу реальности, эффективна в препарировании структуры сущего. Она обосновывает фундаментальный метафизический *принцип единства бытия*. В архитектонике математики принципиальную и преобладающую роль играют структурные мотивы, среди которых, согласно Н. Бурбаки, выделяются основные типы математических объектов: *алгебраический*, *порядковый* и *топологический*. К ним можно добавить инцидентные структуры и пространства с мерой. Эти типы математических структур выражают идеи вычисления, упорядоченности, непрерывности, принадлежности и измеримости соответственно.

Современная математика базируется на теории множеств, имеющей весьма продвинутой аксиоматику. Наряду с первичным понятием *множества* наибольшее значение имеет понятие *функции* (отображения, преобразования), формализующее фундаментальную философскую и общенаучную категорию *движение* (изменение, действие). При категорном подходе понятие функции заменяется понятиями *морфизма* и *функтора*. В роли морфизмов выступают: в категории групп – гомоморфизмы, в категории упорядоченных множеств – изотонные отображения, в категории топологических пространств – непрерывные отображения. В математических исследова-

дованиях существенное место занимает функциональный метод, позволяющий абстрактные математические объекты представлять в виде конкретных систем функций. В дидактике математики выделяется функциональная линия – изучение элементарных функций, действий над функциями, геометрических преобразований и т. д. Следует подчеркнуть, что математика сама по себе представляет автономную и самостоятельную форму научного познания мира.

Дух и суть математики лучше всего выражает известный афоризм «Математика есть доказательство». Любое математическое доказательство, содержательное или формально-логическое, базируется на классической двузначной логике (такова металогика). Пифагор, Аристотель и Евклид, открыв дедуктивный вывод, сделали математику наукой. В течение двух с половиной тысячелетий математика развивается именно как *дедуктивная наука*. На этом пути возник и совершенствуется математический язык, способный выражать и описывать мир в структурных категориях формы, количества, меры.

Математиками движут внутренние запросы и задачи практики. Прикладная математика поставляет модели явлений, более или менее адекватно отражающие реальность. Математические модели делятся на простые и сложные, жёсткие и мягкие (В. И. Арнольд). Сама же математика не может быть ни мягкой, ни скользкой, она – дедуктивная! Знаменитая теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики (1931 г.) показала, что математика способна доказывать и недостаточность своих финитарных предпосылок. Но уже применение трансфинитной индукции позволило Генцену в 1936 г. доказать непротиворечивость и полноту арифметики (значит, и обосновать всю классическую математику). Заметим, что с помощью циркуля и линейки можно выполнить заметно больше построений, чем одним циркулем, но нельзя построить угол в 20° .

Сила логико-математических методов проявилась в доказательстве алгоритмической неразрешимости целого ряда математических вопросов и независимости одних утверждений от других. Нарастающую дедуктивную мощь математики продемонстрировало решение большинства проблем Гильберта в XX в., доказательство Великой теоремы Ферма (Эндрю Уайлс, 1994 г.) и гипотезы Пуанкаре (Г. Я. Перельман, 2003 г.). Возникают новые важные и интересные математические дисциплины: нечёткая логика, фрактальная геометрия, формализация неформализуемых понятий и др. Это строгие и чёткие дедуктивные теории, находящие приложения в других областях знания посредством математического моделирования.

Красота математики. Многие мыслители восхищались красотой и совершенством матема-

тики. Можно напомнить высказывание физика Вернера Гейзенберга «Математика есть прообраз красоты мира». Можно дополнить изречение Виктора Гюго, приведённое нами в начале статьи, стихотворным восклицанием Валерия Брюсова «Смысл – там, где змеи интеграла / Меж цифр и букв, меж d и f».

Перечислим основные афоризмы-определения математики.

Математика является наукой о пространственных формах и количественных отношениях окружающего мира (Фридрих Энгельс); Математика – учение о количестве (Галилео Галилей); Суть математики в числах (пифагорейцы); Математика – наука о форме (Аристотель); Математика есть наука о мере и порядке (Рене Декарт); Математика – мера всех вещей (Платон); Математика – часть логики (логицисты); Математики играют в символы (формалисты); Математика – особый вид интеллектуальной деятельности (интуиционисты); Математика – это доказательство (Никола Бурбаки); Математика изучает математические структуры (Никола Бурбаки); Математика – это наука о бесконечном (Герман Вейль, Давид Гильберт); Математика – это искусство давать разным вещам общее имя (Анри Пуанкаре); В математике всё есть (физики-теоретики); Математика изучает самое себя (фольклор); Математика – колоссальная метафора; Математика – это феноменология.

Приведённые определения высвечивают самые существенные стороны математики и её методологии.

Современная научная картина мира базируется на *принципах математизации и красоты*. Объектом математики как науки служат *форма и количество*, взятые в наиболее чистом и абстрактном виде и выраженные на символическом логико-математическом языке. Предметом изучения математики является вся *математическая реальность*, то есть числа, фигуры, формулы, *математические структуры* как множества с заданными на них операциями и отношениями, а также преобразования однотипных математических структур, сохраняющие их структуру (*гомоморфизмы*). Нет сомнений в том, что первичная математическая реальность имеет *онтологический статус*. Математическую реальность образуют и канторовская теория множеств, и теория категорий, и метаматематика. *Эстетика* также исследует форму, но с точки зрения красоты и совершенства и иными выразительными средствами. Закономерная форма всегда прекрасна. Принцип математизации познания так, как он сформулирован Галилеем, предполагает всё математически измерить и провозглашает измеримость критерием научности. *Измерение и координатизация* позволяют от-

разить свойства и отношения изучаемого объекта количественно, обычно в виде численных функциональных зависимостей (таблиц, графиков, уравнений). Выявленные закономерности описываются на языке математических формул и правил их преобразования.

Форма отражается не только в понятиях пространства и геометрической фигуры, но, что не менее важно и значимо, и в математических формулах. Пифагорейский тезис «Всё есть натуральное число» можно смело заменить метафорой «Всё есть форма», имеющей глубокий смысл. Такое почтение к форме восходит к Аристотелю. Человеческое познание представляет собой становящийся ряд образов или форм, сменяющих, отражающих и моделирующих друг друга. За одной формой следует другая, казавшаяся до этого содержанием первой. И так далее. Искомая абсолютная истина снова ускользает, скрываясь за чередой образов, облачаясь в новые одежды. Но на каждом этапе познания при смене форм происходит некое откровение, обретение относительной истины, решающей ту или иную задачу. Человеческое познание не слепо, оно следует путем целесообразности и красоты. В научном познании побеждают совершенные, выпукло очерченные формы.

Согласно Канту любой умопостигаемый объект познания есть «вещь в себе» (то есть ноумен, в противовес эмпирически познаваемым явлениям – феноменам), которая может быть исследована и описана одним только внешним образом, по принципу «воздействие – реакция», или «вход – выход». Таков и математический подход к изучению действительности, составляющий фундаментальный принцип математизации научного знания. Ведущими в познании выступают структурные категории формы и количества, посредством чего мы и оказываемся в состоянии сказать нечто о содержании, качестве и сущности. Хотя в философии форма традиционно определяется как способ существования содержания, тем не менее, именно она служит творческим началом Мироздания и, соответственно, процесса познания. Всякое «содержание» как-то сформировано и оформлено. Каждое «качество» имеет свои количественные характеристики (меру инвариантности), в пределах возможного изменения которых оно и идентифицируется. Любая «сущность», так или иначе, является, оставляя нам запечатленные данные о себе. А наука занимается сбором и изучением таких анкет.

К категории формы относятся абстракции *схемы* и *структуры*. Наглядно форма выражается, прежде всего, в геометрии. Принцип гармонии, или целесообразного отбора, позволяет выделить наиболее изящные и совершенные геометрические фигуры, сделав их предметом при-

стального изучения. Так же прекрасны начертания замечательных математических формул.

Среди производных от слова «форма» выделяются такие важнейшие термины, как формализация и формула. Под *формулой* понимается записанное на символическом логико-математическом языке математическое предложение или правило. А *формализация* – это моделирование, заключающееся в переводе информации с обычного языка на язык формул. При этом формула выступает в математике как воплощенная форма, несущая концентрированную мысль. Это один из важнейших способов кодирования и передачи информации, наиболее лаконичный и точный, при котором не происходит объективного её искажения.

Роль математических формул убедительно выразил физик Генрих Герц: «Трудно избежать чувства, что эти математические формулы ведут независимое существование и имеют свой собственный интеллект, что они мудрее нас, мудрее даже своих создателей, что мы извлекаем из них больше, чем вначале было в них вложено».

В формуле одинаково важны и *синтаксис* (ее формальное строение), и *семантика* (возможные интерпретации, смыслы). Имея перед собой формулу, мы фактически можем подразумевать (находить) все её интерпретации. В формулах происходит диалектическое соединение ипостасей формы и количества. Важнейшую роль играет *символика*. Математические знаки, обозначения и термины исторически совершенствуются. Математические суждения приобретают наиболее простой и ясный вид. Поэтому сложные формулы мы стремимся преобразовать, привести к более простой форме; на этом пути появляются канонические формы для различных классов формул. Установление эквивалентности двух формул служит одним из основных типов теорем в математике.

«Прекрасные черты» математики проявляются по-разному. На наш взгляд, главные её черты суть высочайшая абстрактность, дедуктивность и структурность.

Первая составляющая эстетики математики – её *логика* и *язык*. «Сначала было слово». (Или ген?) И действительно, первой из наук возникла математика. Она сама служит общепризнанным языком науки. Степень математизации данной области знания есть показатель ее научности. Привлекательны строгость и стройность *дедукции*, ставшей общенаучным методом обоснования истины. Точные науки пользуются *аксиоматическим методом* построения своих теорий. Создан мощный *язык математической логики*, ставший теоретической основой компьютерной техники. В современном компьютере во многом осуществилась фантастическая идея Лейбница о создании универсальной вычислительной машины.

Вглядываясь в математические тексты, мы видим специальные знаки, с помощью которых записаны символические выражения. Эти выражения подразделяются на *термы*, обозначающие предметы, то есть элементы предметных областей, и *формулы*, означающие высказывания о свойствах и отношениях данных предметов. Математические выражения преобразуются друг в друга по чётко заданным правилам. Скажем, термы упрощаются, свёртываются с помощью тождественных преобразований, а формулы переходят в более обозримые равносильные формулы. Внешне математические выражения преобразуются чисто формально – на основе только своей формы по абстрактным правилам. Однако за каждой формулой или термом стоит своя семантика – определенные смыслы, значения, интерпретации. Предварительное знание некоторых смыслов подкрепляет *логическое* мышление *интуитивным* предвидением конечной формы преобразуемых математических выражений. Математический язык способен выразить многие и самые разнообразные явления окружающей действительности и человеческого сознания. Абстрактные понятия и формулы математики повествуют о целых классах подобных, формально связанных между собой явлений, о явлениях сходных, сравнимых по тем или иным параметрам. Эти параметры имеют по необходимости структурный характер, который и схватывает математика.

Вторая эстетическая составляющая математики связана с её объектом и предметом. Пространственные формы и количественные отношения воплощаются, в первую очередь, в абстракциях *число* и *геометрическая фигура*, составляющих содержательный фундамент математической реальности. Здесь красота математики проявляется в гармонии чисел и изяществе геометрических фигур. Вспомним, например, пифагорейское учение о натуральном числе как первооснове всего сущего или связь золотого сечения с числами Фибоначчи [7]. Высокий уровень абстракций и обобщений привносит свои элементы красоты в математику. Классические достижения математики так же вечны, как и великие произведения искусства [8]. Так, фундаментальное явление симметрии исторически воплотилось в современном алгебраическом понятии *группы* [9].

Мы можем любоваться парадоксальными картинками Морица Эшера [10], математическими образами А. Т. Фоменко [11], изумительными фракталами, являющимися собой прекрасные рисунки – реализацию некоторых математических формул [12], поразительной компьютерной графикой, имеющей применения в абстрактной математике [13], неожиданными орнаментами и мозаиками Пенроуза [14].

К сфере прекрасного, безусловно, относятся фундаментальные понятия, идеи, методы, конструкции и теоремы математики. Так, общий и незаменимый в приложениях *метод математического моделирования* – ещё один неисчерпаемый источник красоты. Здесь математика выступает в качестве «меры вещей». На этом основана универсальность и эффективность применений математики.

Красота математики проявляется и в перестановочности математических операций, в терминах которой формулируются основные свойства многих математических объектов. Назовем, например, законы дистрибутивности и законы де Моргана, аддитивность производной и интеграла, свойства предельного перехода. Часто в качестве основы перестановочности операций выступают гомоморфизмы математических структур, играющие роль одной из таких операций.

Особую красоту математике придают философские и исторические аспекты математического познания мира. Во многом математика является *наукой о структуре* идеального, отображающего действительность. Математика своими гносеологическими средствами моделирует структуру реальности.

Известный японский математик Гoro Шимура, высказавший гипотезу – вместе с коллегой и другом Ютака Таниямой – о взаимосвязи между эллиптическими кривыми и модулярными формами и, тем самым, внесший существенный вклад в решение Великой теоремы Ферма, подчёркивает: «Многие математики занимаются своей наукой их эстетических соображений, и моя философия того, что такое хорошо, также происходит из моих эстетических соображений» [15]. Пуассон говорил: «Жизнь украшается двумя вещами: занятием математикой и её преподаванием». Отметим, что большое внимание красоте при обучении математике уделяют учёные методисты-математики [16].

Примечания

1. Фейнберг Е. А. Две культуры. Интуиция и логика в искусстве и науке. Фрязино: Век 2, 2004; см. также: Сноу Ч. П. Две культуры. М.: Прогресс, 1973.
2. Россман В. Разум под лезвием красоты // Вопросы философии. 1999. № 12. С. 53.
3. Там же. С. 61.
4. Волошинов А. В. Математика и искусство. М.: Просвещение, 1992; Он же. Пифагор: союз истины, добра и красоты. М.: Просвещение, 1993.
5. Раушенбах Б. В. Системы перспективы в изобразительном искусстве: Общая теория перспективы. М.: Наука, 1986.
6. Налимов В. В. Вероятностная модель языка. О соотношении естественных и искусственных языков. М.: Наука, 1974.
7. Васютинский Н. А. Золотая пропорция. М.: Молодая гвардия, 1990; Шевелев И. Ш., Мафутаев М. А., Шмелев И. А. Золотое сечение: Три взгляда на природу гармонии. М.: Стройиздат, 1990.

8. Вечтомов Е. М. Философия математики. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004; *Он же*. Метафизика математики. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2006; *Он же*. Основные структуры классической математики. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2007. Дополнение.

9. Вейль Г. Симметрия. М.: Наука, 1968.

10. Левитин К. Е. Геометрическая рапсодия. М.: ИД «Камерон», 2004.

11. Фоменко А. Т. Наглядная геометрия и топология. Математические образы в реальном мире. М.: Изд-во МГУ, 1992.

12. Пайтген Х. О., Рихтер П. Х. Красота фракталов. Образцы комплексных динамических систем. М.: Мир, 1993.

13. Зенкин А. А. Когнитивная компьютерная графика. Применения в теории натуральных чисел. М.: Наука, 1991.

14. Гарднер М. От мозаик Пенроуза к надежным шифрам. М.: Мир, 1993.

15. Сингх С. Великая теорема Ферма. История загадки, которая занимала лучшие умы на протяжении 358 лет. М.: МЦНМО, 2000.

16. Зенкевич И. Г. Эстетика урока математики. М.: Просвещение, 1981; Саранцев Г. И. Эстетическая мотивация в обучении математике. Саранск: ПО РАО, Мордов. гос. пед. ин-т, 2003.

УДК 161/162 (075.8)

А. А. Жуланов

ОБЪЕКТ И ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКИ

В статье обсуждается проблема соотношения объекта и предмета математики. В литературе существуют два противоположных подхода к ее решению. Первый подход их отождествляет, что ведет к эмпиризму в понимании математики. Второй фактически устраняет объект математики, вследствие чего она утрачивает статус научной теории и оказывается только методом познания (языком науки).

The article focuses on the problem of relation between the object and the subject of mathematics. There are two contrary approaches to its solution in scientific literature. The first approach identifies the object and the subject of mathematics, which leads to empiricism in understanding this discipline. The second one practically eliminates the object of mathematics, because of which mathematics loses the status of a scientific theory and turns out to be a mere method of cognition (language of science).

Ключевые слова: объект математики, предмет математики, абстракция, идеализация, эмпиризм.

Keywords: the object of mathematics, the subject of mathematics, abstraction, idealization, empiricism.

Задача определения предмета математики активно обсуждается как математиками, так и философами, начиная с Античности (пифагорейцы, Платон, Аристотель). С созданием арифметики

возникла проблема числа, впервые поставленная пифагорейцами. В изложении Г. Гегеля она сформулирована следующим образом: «Где находятся числа? Обитают ли они отдельно в небе идей, отделенные от всего другого пространством? Они не суть непосредственно сами вещи, ибо вещь, субстанция, отнюдь не является числом; тело не имеет с ним никакого сходства» [1]. Здесь содержатся два различных, но взаимосвязанных вопроса: что такое число и как оно существует. Представляет интерес парадоксальное высказывание о сущности математики Б. Рассела: «...математика может быть определена как доктрина, в которой мы никогда не знаем ни того, о чем мы говорим, ни того, верно ли то, что мы говорим» [2]. Правомерно поставить вопрос: существует ли *нечто*, о чем математика дает нам знание? Другими словами, что составляет объект математики? Если в классическом естествознании на эмпирическом уровне познания ответ на поставленный вопрос не вызывал затруднений (получаемое знание есть знание о предметах и процессах действительного мира, которые в совокупности составляют объект познания), то в современном естествознании ситуация существенно иная. Формулируемые на теоретическом уровне высказывания (гипотезы, законы) описывают не реальные предметы и процессы, а их идеальные модели. Так, в квантовой физике было введено понятие «физической реальности», которая на эмпирическом уровне познания представлена данными эксперимента (показаниями приборов), а на теоретическом уровне выступает в виде математических формул, уравнений и других математических конструктов. Созданная деятельностью ученых «физическая реальность» стала для них предметом познавательной деятельности. Поскольку микрообъекты (объект познания) непосредственно не наблюдаемы, физик вынужден судить о них на основании анализа «физической реальности» (т. е. предмета познания). Таким образом, развитие науки необходимо привело к постановке проблемы соотношения объекта и предмета науки.

В работах, посвященных философии математики, проблеме предмета математики уделяется много внимания, гораздо больше, чем подобной проблеме в других отраслях науки. Это обусловлено спецификой математики. В отличие от естественных наук, для которых можно с большей или меньшей точностью установить область изучаемых явлений, для математики эта задача трудно разрешима вследствие ее особого характера: высокой степени абстрактности ее понятий и не только. Главным обстоятельством является то, что математические объекты (число, фигура, функция и др.) – результат *идеализации*, мысленного конструирования. Если хотя бы некоторым по-