

МЕТОДИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

И. П. Попов

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ СИСТЕМЕ ЕДИНИЦ

На основе квантового описания магнитного потока и энергии электрона решена задача представления кванта магнитного потока посредством исключительно электромагнитных констант. Полученный результат использован для аналогичного представления ряда других величин.

Ключевые слова: квант, магнитный поток, электрон, постоянная Планка, орбитальный магнитный момент, индукция.

Введение

Квант магнитного потока определяется как зарядом электрона, который является электромагнитной константой, так и постоянной Планка — универсальной константой. При этом на макроуровне магнитный поток определяется только электромагнитными параметрами. В этой связи представляет интерес задача выражения кванта магнитного потока, а также ряда других физических величин исключительно через электромагнитные константы, что дает возможность рассматривать их с позиций электродинамики.

1. Квант магнитного потока

Скаляр орбитального магнитного момента электрона $\mathbf{p}_m$ очевидным образом связан с соответствующим орбитальным элементарным магнитным потоком Φ_e :

$$p_m = \frac{e}{\tau} S = \frac{e}{\tau} \frac{\Phi_e}{B},$$

где e/τ — орбитальный ток, S — площадь орбиты электрона, B — среднее значение магнитной индукции в области, ограниченной орбитой. С учетом [1. Ч. IV. Гл. 3. § 17, формула (17.6)] представим B в виде

$$B = \frac{\mu_0}{S^{0.5}} \frac{e}{\tau} \beta_m,$$

где μ_0 — магнитная постоянная, β_m — безразмерный коэффициент, характеризую-

щий физико-геометрические свойства орбиты.

Таким образом, с учетом [2. Гл. 1. § 1.1, формула (1.17)]

$$\Phi_e = \frac{\mu_0 \beta_m}{S^{0.5}} p_m = \frac{\mu_0 \beta_m}{S^{0.5}} \frac{e}{2m} L_e,$$

где $e/(2m)$ — гиромагнитное отношение орбитальных моментов, e и m — заряд и масса электрона, L_e — орбитальный момент импульса.

Учтем квантование величины Φ_e [3. Гл. VI. § 54]:

$$\Phi_e = \frac{h}{2e} f(k),$$

где h — постоянная Планка, $f(k)$ — в простейшем случае целое число. Отсюда

$$S = \left[\frac{\mu_0 e^2 \beta_m L_e}{f(k) m h} \right]^2.$$

Кинетическая энергия электрона

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{L_e^2 \pi}{2mS} = \frac{\pi f^2(k) m h^2}{2\mu_0 e^4 \beta_m^2}.$$

По абсолютной величине она равна полной энергии электрона [4. Гл. XI. § XI.2, формула (2.17)]:

$$\frac{\pi f^2(k) m h^2}{2\mu_0 e^4 \beta_m^2} = \frac{m e^4}{8 h^2 \epsilon_0} \frac{Z^2}{n^2},$$

где ϵ_0 — электрическая постоянная, Ze — заряд ядра, n — главное квантовое число. Отсюда

$$h = e^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left[\frac{\beta_m}{2\pi^{0,5} f(k) n} \frac{Z}{n} \right]^{0,5} =$$

$$= e^2 \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \beta = e^2 Z_0 \beta, \quad (1)$$

где Z_0 — импеданс свободного пространства, или волновое сопротивление вакуума.

Численное значение β устанавливается из последнего соотношения, при этом

$$\beta_m = \frac{2\pi^{0,5} f(k) n}{Z} \beta^2.$$

β в отличие от β_m является константой.

С учетом (1) выражение для кванта магнитного потока приобретает вид

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = \frac{e}{2} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \beta = \frac{e\mu_0 c \beta}{2} = \frac{eZ_0 \beta}{2}.$$

В соответствии с формулой Ф. Лондона

$$\Phi_L = \frac{h}{e} = e \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \beta = e\mu_0 c \beta = eZ_0 \beta.$$

Полученные формулы выражают квант магнитного потока только через электромагнитные константы.

3. Электромагнитное представление некоторых величин

Применение (1) позволяет выразить через электромагнитные константы ряд других соотношений.

Квантовое сопротивление Холла

$$R_H = \frac{h}{e^2} = Z_0 \beta.$$

Энергетические уровни водородоподобного иона

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2 \varepsilon_0^2} \frac{Z^2}{n^2} = -m_e c^2 \frac{1}{8\beta^2} \frac{Z^2}{n^2}.$$

Фотон атома водорода

$$h\nu = m_e c^2 \frac{1}{8\beta^2} \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right).$$

При $n=1, m=\infty$

$$h\nu = m_e c^2 = m_e c^2 \frac{1}{8\beta^2}.$$

Боровский радиус

$$a_0 = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{m_e e^2} = \frac{e^2 \mu_0 \beta^2}{\pi m_e}.$$

Комптоновская длина волны электрона

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e c} = \frac{\pi a_0}{\beta}.$$

Масса электрона (из предыдущего соотношения)

$$m_e = \frac{e^2 \mu_0 \beta}{\lambda_e} = \frac{e^2 \mu_0 \beta^2}{\pi a_0}.$$

Постоянная тонкой структуры

$$\alpha = \frac{\mu_0 c e^2}{2h} = \frac{\lambda_e}{2\pi a_0} = \frac{\lambda_e}{\lambda_0} = \frac{1}{2\beta}.$$

Магнетон Бора

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{e c a_0}{4\beta} = \frac{e c \lambda_e}{4\pi}.$$

Квант циркуляции

$$\frac{h}{2m_e} = \frac{\pi a_0 c}{2\beta} = \frac{\lambda_e c}{2}.$$

Постоянная Ридберга

$$R_\infty = \frac{\mu_0^2 m_e c^3 e^4}{8h^3} = \frac{1}{8\pi a_0 \beta}.$$

Энергия Хартри

$$E_h = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 a_0} = \frac{m_e c^2}{4\beta^2}.$$

Таким образом, на основе квантового описания магнитного потока и энергии электрона решена задача представления кванта магнитного потока и ряда других величин исключительно через электромагнитные константы.

Список литературы

1. Левич, В. Г. Курс теоретической физики : учеб. пособие. Т. 1 / В. Г. Левич. М. : Наука, 1969. 912 с.
2. Уайт, Р. Квантовая теория магнетизма : монография / Р. Уайт. М. : Мир, 1985. 304 с.
3. Мешков, И. Н. Электромагнитное поле : учеб. пособие. Ч. 1 / И. Н. Мешков, Б. В. Чириков. Новосибирск : Наука, 1987. 272 с.
4. Боум, А. Квантовая механика: основы и приложения : монография / А. Боум. М. : Мир, 1990. 720 с.