

УДК 539.3

О разрушении при сжатии

Р.В. Гольдштейн, Н.М. Осипенко

Институт проблем механики РАН, Москва, 119526, Россия

Обсуждены процессы разрушения при действии сжимающих нагрузок. С точки зрения: 1) механизмов разрушения при сжатии и их влияния на прочность материала и его сопротивление разрушению, а также 2) влияния геометрических стеснений на напряженно-деформированное состояние и условия разрушения тел (природных объектов) с трещинами и трещиноподобными дефектами. К ним относятся, в частности, эффекты, связанные с контактом их поверхностей, трением, историей нагружения. Отражены структуры разрушения, возникающие в условиях интенсивного сжатия при экстремальных нагрузках, характерных для тектонических процессов и технологии добычи углеводородов с больших глубин. К ним относятся развитие трещиноподобных областей компактирования высокопористых хрупких материалов (горных пород) при сжатии, что представляется новой формой квазихрупкого разрушения первой моды (трещиной сжатия). Предложен способ оценки эффективной прочности тел при сжатии, имеющих один из размеров (толщину), существенно меньший, чем остальные, и переменные по толщине свойства и (или) состав на примере прочности ледяного покрова по отношению к продольному сжатию с учетом частичной потери несущей способности льда. Рассмотрено влияние геометрических ограничений на механизмы разрушения при разрушении тонких тел. В таких телах с вытянутыми сквозными отверстиями (или трещиноподобными дефектами), длина которых много больше толщины тела, реализуется механизм разрушения при сжатии, обусловленный возможностью перехлеста берегов трещины.

Ключевые слова: трещина, пора, структура, предельное состояние, разрушение, сжатие

DOI 10.24411/1683-805X-2018-13009

About compression fracture

R.V. Goldstein and N.M. Osipenko

Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, 119526, Russia

The paper discusses fracture processes occurring under compressive loads. The processes are considered from two points of view: (i) compression fracture mechanisms and their effect on the strength and fracture resistance of the material, and (ii) the effect of geometric constraints on the stress-strain state and fracture conditions of bodies (natural objects) with cracks and crack-like defects. These are particularly the effects associated with crack surface contact, friction, and loading history. Fracture structures are described which form in the conditions of high-rate compression under extreme loads typical of tectonic processes and deep hydrocarbon production. These include crack-like compaction regions in highly porous brittle materials (rocks) formed under compression, which is a new form of quasi-brittle mode I fracture (compression crack). A method is proposed for estimating the effective strength of compressed bodies with one dimension (thickness) being much smaller than the other two and that have through-the-thickness variable properties and (or) composition. As an example, the ice cover strength with respect to longitudinal compression is considered taking into account a partial loss of the ice bearing capacity. The influence of geometric constraints on the fracture mechanisms in fractured thin bodies is considered. It is shown that the compression fracture of bodies with elongated through holes (or crack-like defects) whose length is much larger than the body thickness occurs through a mechanism induced by overlapping of crack edges.

Keywords: crack, pore, structure, limiting state, fracture, compression

1. Введение

Разрушение при сжатии представляет собой сложный процесс, в котором сочетаются многие особенности разрушения при растяжении и сдвиге, структуры и текстуры среды (материала), а также эффекты стеснения. Различие показателей прочности при различных способах приложения нагрузки было известно до-

статочно давно. В частности, это относится к испытаниям горных пород по схемам Кармана [1] и Бекера [2]. Найденные в экспериментах соотношения между реальной прочностью на разрыв и на сжатие не удается описать классическими критериями разрушения. Это обстоятельство было замечено, в частности, еще А.А. Гриффитсом [3], который предложил для объясне-

ния наблюдаемых расхождений учесть поведение трещиноподобных дефектов (моделируемых вытянутым эллиптическим вырезом) при сжатии. Теория, предложенная А.А. Гриффитсом, предсказывает, что отношение прочности на сжатие к прочности на растяжение должно быть равно 8. Экспериментальные данные не подтверждают постоянство отношения прочности на сжатие к прочности на растяжение для разных материалов. Существенной оказывается роль структуры материала.

Новый этап исследования разрушения при сжатии, связанный с детальным изучением соответствующих микро- и макромеханизмов разрушения, начался во второй половине XX века. Возможности зарождения микротрещин вблизи неоднородностей структуры и текстуры материала или в окрестности имеющихся трещин, влияние контакта поверхностей трещин, сопровождаемого эффектами трения и дилатансии, присутствие подвижной среды (заполнения) и, наконец, допустимость перехлеста поверхностей трещин в тонких телах и др. порождают множество разнообразных схем и форм разрушения при сжатии.

Хрупкое разрушение тел, содержащих в качестве активных элементов структуры поры или микротрещины, происходит по существенно различающимся сценариям по отношению к виду воздействия [4]. При трехосном неравнокомпонентном сжатии увеличение промежуточного по величине напряжения в трещиноватой структуре приводит к незначительному повышению несущей способности за счет торможения развития дефектов некоторой ориентации. Для пористого тела в этом случае характерно прекращение развития разрывов на границе пор, поскольку резко снижается уровень растягивающих напряжений на контуре поры, что практически означает переход разрушения на другой, более мелкий масштаб структуры материала.

Ниже рассмотрены некоторые механизмы разрушения и их влияние на прочность материала при сжатии и его сопротивление разрушению. Показано влияние геометрических стеснений на напряженно-деформированное состояние и условия разрушения тел с трещинами и трещиноподобными дефектами, в том числе особенности разрушения тонких тел. Обращено внимание на эффекты, связанные с контактом берегов трещин, трением, историей нагружения. Показаны механические модели и аналогии, которые позволяют описывать и предсказывать наблюдаемые процессы. Используемые подходы связаны с обобщением и нетрадиционным применением концепций механики разрушения.

2. Разрушение пористых тел при сжатии. Иерархия масштабов структуры разрушения

Хрупкое макроразрушение при сжатии, как правило, связано с перераспределением сжимающих напряже-

ний, вызванных приложенными нагрузками, в окрестностях неоднородностей структуры и текстуры материала (таких как поры, включения и т.п.). Вблизи неоднородностей в определенных зонах возникают растягивающие напряжения. Механизм разрушения можно проиллюстрировать классическим примером одноосного сжатия напряжением $-\sigma$ упругой плоскости (пластинки) с круговым отверстием (порой). Растягивающие напряжения возникают вдоль части контура отверстия и достигают максимальной величины σ в точках пересечения контура отверстия и его диаметра, параллельного направлению сжатия. Растягивающие напряжения действуют в направлении поперечном к направлению сжатия и приводят к зарождению и росту двух трещин нормального отрыва, исходящих от контура отверстия. Описанная схема разрушения наблюдалась, в частности, в экспериментах на образцах-призмах монокристаллов кварца с малым цилиндрическим сквозным отверстием, ось которого ориентирована в направлении нормальном к направлению высоты образца (совпадавшему с направлением сжатия) [5]. Рост трещин происходит устойчиво, поскольку влияние локального растяжения уменьшается по мере увеличения длины трещин.

В пористом материале каждая пора представляет потенциальный источник зарождения микротрещин в направлении сжатия образца. Существенное отличие от случая одиночного отверстия состоит в том, что начальная стадия устойчивого роста трещин вблизи отдельных пор сменяется стадией неустойчивого слияния трещин, растущих от соседних пор. Этот процесс приводит к образованию ряда макротрещин, которые разделяют образец на слои, параллельные направлению сжатия, если при испытании приняты меры, чтобы исключить влияние трения по торцевым нагружаемым поверхностям при сжатии образца. Уровень сжатия, при котором наступает неустойчивый рост трещин, определяет макропрочность материала на сжатие σ_p . Процесс роста микротрещин от отдельных пор зависит от трещиностойкости материала в масштабе, соответствующем размеру этих трещин. В свою очередь, размер микротрещин при наступлении неустойчивости коррелирует с пористостью материала. В результате макропрочность на сжатие пористого материала зависит как от пористости, так и от микротрещиностойкости. Описанный механизм хрупкого разрушения пористого материала при одноосном сжатии положен в основу количественной модели, предложенной в [6].

Проведенное в [6] сравнение теоретической зависимости макропрочности на сжатие от пористости с экспериментальными данными, полученными авторами [6] и другими исследователями для эффузивных горных пород, показало хорошее согласие теории и эксперимента. Образцы характерных размеров 1–10 см содержали поры в диапазоне размеров от ~ 0.1 до ~ 1.0 мм.

Отметим, что близкая модель была предложена для описания аналогичного механизма разрушения керамики при сжатии [7].

Одна из главных стадий описанного выше механизма разрушения связана с возникновением неустойчивости роста микротрещин в направлении сжатия. Этот процесс может быть остановлен сжимающими нагрузками, действующими в направлении поперечном к первоначальному направлению сжатия при некоторой протяженности трещиноподобного образования (дефекта), представляющего собой совокупность ряда пор, соединенных микротрещинами. Этот дефект вызывает перераспределение напряжений в материале. Анализ показывает, что вблизи концевых зон одного трещиноподобного дефекта может начаться процесс зарождения и роста другого аналогичного дефекта и т.д. Такой механизм приводит к образованию упорядоченной системы трещиноподобных структур разрушения (или систем трещин) при двухосном сжатии. Подход к моделированию формирования структур разрушения предложен в [6–11], результаты его применения для анализа процессов разрушения различных сред просуммированы в [12]. Отметим, что формирование структур разрушения представляет собой часто наблюдаемый механизм перехода разрушения от одного масштаба к другому (см., например, [12]). Упорядоченные системы трещин образуются не только при хрупком разрушении в условиях сжатия. Эту возможность можно проиллюстрировать на примере пористого материала. Рассмотрим плоскость (пластину) с круговой порой при одноосном сжатии. Напомним, что концентрация сдвиговых напряжений возникает в точках пересечения контура поры с диаметром, перпендикулярным по отношению к направлению сжатия. Сдвиговые напряжения максимальны вдоль плоскостей, наклоненных под углами $\pm \pi/4$ к указанному диаметру. Если реализуется механизм сдвигового разрушения, то линии скольжения могут возникнуть именно в этих направлениях. В результате будет образовываться сетка трещиноподобных элементов ромбовидной формы, соединяющих соседние поры. Подобные структуры разрушения наблюдались в экспериментах на пластичном материале (эпоксидный полимер) [13]. Модель, описывающая их формирование, предложена в [14]. Две системы полос скольжения в пористом теле своими пересечениями образуют блочную структуру i -го ранга. Повышение ранга структуры (т.е. образование регулярной структуры с более крупными элементами) в среде, имеющей активную по отношению к некоторому однородному воздействию начальную структуру (i -го ранга), происходит согласно этой модели по следующей схеме:

- переход структуры с более крупными элементами i -го ранга в предельное состояние;
- неустойчивость некоторой совокупности структур с более крупными элементами i -го ранга;

– образование на базе этой совокупности структур с более крупными элементами ($i+1$)-го ранга;

– возмущение поля воздействия, вызванное появлением структуры с более крупными элементами ($i+1$)-го ранга;

– инициирование под действием этого возмущения перехода некоторых структур с более крупными элементами i -го ранга в предельное состояние и образование соседней структуры с более крупными элементами ($i+1$)-го ранга и т.д. Понижение ранга структуры (измельчение) связано с локальной концентрацией напряжений при взаимодействии блоков структуры с более крупными элементами i -го ранга. Такая избирательность процесса понижения ранга позволяет идентифицировать структуры базового i -го ранга в наблюдаемой иерархии структур (например, в геологических средах) как имеющие самые малые размеры элементов из структур, распространяющихся непрерывно на весь деформируемый объем. Другим характерным вариантом развития структуры разрушения является возможность разнонаправленного движения — одновременного повышения и понижения ранга исходной структуры. В частности, это происходит из-за возникновения локальных превышений порогового уровня нагрузок, соответствующих инициированию процесса понижения ранга, при реализации сценария повышения ранга.

Многомасштабная система ромбовидных отделностей при пластическом разрушении является характерным вариантом структурирования в земной коре [15].

Линии скольжения также могут выступать как промежуточный элемент, транспортирующий локализованную энергию деформирования между очагами хрупкого разрушения. Такой механизм обеспечивал, например, появление периодически расположенных трещин в хрупких поверхностных слоях при растяжении стальной пластины [16]. Перенесение очага разрыва вдоль сдвигового нарушения при сжатии было экспериментально и аналитически изучено в работе [17] для ситуации, моделирующей пересечение разрывом наклонной по отношению к действующим нагрузкам плоскости контакта с развитием промежуточной области сдвига (рис. 1). Показано, что распространение области сдвига

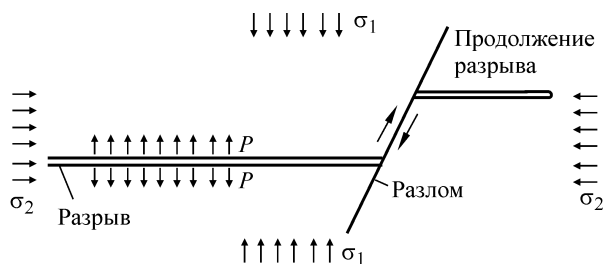


Рис. 1. Схема пересечения трещиной нормального разрыва наклонной плоской границы двух упругих тел [17]

может быть представлено как движение трещины поперечного сдвига вдоль плоскости контакта, а условие инициирования разрыва — как реакция окружающего материала на концентрацию напряжений в вершине этой трещины.

Микротрещины и микроструктурные неоднородности могут инициировать формирование и развитие макроразрушения в направлении сжатия. Базовым элементом соответствующего хорошо известного механизма является микротрещина, наклоненная к направлению сжатия (см., например, [18–26]).

Эффекты проскальзывания и сцепления поверхностей трещины в зонах их контакта приводят к ее искривлению. В результате возникает зигзагообразная трещина, которая имеет две угловые точки (концы исходного прямолинейного участка трещины) и отходящие далее криволинейные участки, плавно изменяющие направление и выходящие на направление сжатия (в англоязычной литературе такие трещины называют *wing cracks*). Одна из возможностей развития макроразрушения заключается в слиянии таких зигзагообразных трещин. Обычно в рамках описанного механизма оценивают макропрочность на сжатие в двумерной постановке. Экспериментальное и теоретическое исследование трехмерных эффектов выполнено в [27–29]. Эксперименты проводились на прозрачных полимерных образцах с внутренними дискообразными трещинами и показали, что при одноосном сжатии макротрещина может образоваться только в результате взаимодействия соответствующим образом ориентированных и близкорасположенных пространственных аналогов зигзагообразных трещин. Критическое расстояние соседних компланарных трещин равнялось примерно их двум диаметрам. Этот экспериментальный результат был объяснен теоретически [27] посредством моделирования взаимодействия пространственных аналогов зигзагообразных трещин в рамках приближения дальнего поля, предложенного в [10, 11] для анализа формирования структур разрушения.

Другой возможный сценарий макроразрушения, инициируемого зигзагообразными трещинами, связан с формированием при сжатии макрополосы сдвига, образованной упорядоченной системой (эшелоном) таких трещин [26]. В свою очередь образующиеся по указанному сценарию полосы сдвига могут привести к внутренней или поверхностной потере устойчивости (выпучиванию). Обзор и анализ моделей и механизмов глобального разрушения при сжатии даны в [26] и использованы для моделирования масштабных эффектов при разрушении в условиях сжатия.

Отметим, что исследование процессов локализации деформаций в слое при сдвиге приводит к модели образования в некоторый момент времени эшелонной структуры нарушений, рассматриваемой как форма потери

устойчивости среды [30]. Результаты экспериментального и теоретического исследований диссипативных структур нарушений сплошности и локализации деформаций подытожены в монографии [31]. В работе [32] приведены результаты экспериментального моделирования семейств линий скольжения в виде несимметричных логарифмических спиралей вокруг выработки. При однородном сжатии образцов наблюдается хрупкое разрушение посредством макрорасслоений (отколов), если на торцевых поверхностях устранено влияние трения. Напряжения, связанные с наличием трения по торцам образца, приводят, как правило, к иной схеме хрупкого разрушения: вместо расслоений образуются наклонные к направлению сжатия зоны разрушения. Однако подобная смена схемы разрушения наблюдается также при сжатии и в отсутствии сдвиговых напряжений на торцевых поверхностях, если разрушение материала сопровождается пластическими эффектами. Эксперименты на образцах из различных материалов, изготовленных на основе цемента, показали [33] возможность разрушения по обеим схемам. Макрорасслоение происходило в образцах из чистого цемента, в то время как при тех же условиях нагружения в образцах бетона наблюдалось образование наклонных зон (сдвигового) разрушения. Для того чтобы выяснить механизм смены схемы разрушения, были проведены эксперименты на образцах из гидратированной цементной пасты с разной степенью заполнения [34]. Результаты эксперимента и выполненный теоретический анализ показали, что схема макроразрушения при одноосном сжатии контролируется микропластическим поведением материала. Расслоения возникали вследствие образования и роста трещиноподобных макронарушений сплошности с протяженными концевыми областями, появление которых обусловлено присущими материалу значительными микропластическими деформациями. С другой стороны, в случае малых концевых областей (что присуще микроскопически хрупким материалам) рост микротрещины, наклоненной к направлению сжатия, и сдвиговое разрушение происходили из-за эффектов разгрузки, вызванных влиянием боковой поверхности образца.

Выше различные механизмы разрушения при сжатии были проиллюстрированы на примере материала (среды) с пористой структурой. Если материал представляет собой гетерогенную среду с включениями, картина инициирования и развития разрушения в окрестности включений усложняется. Дело в том, что теперь положение площадок вблизи границы «включение – матрица», на которых при общем сжатии возникают растягивающие напряжения, зависит от соотношения упругих модулей матрицы и включения. В этом можно убедиться, в частности, анализируя известное решение задач теории упругости о сферических и цилиндрических включениях [35] в условиях одноосного

сжатия. Такой анализ проведен в [36] применительно к оценке допустимой степени сжатия мягких биологических тканей при диагностике опухолей. Внимание к указанной проблеме привлечено в [37]. В частности, на модельных экспериментах по сжатию слоя геля с цилиндрическим включением из графитового порошка между двумя плитами была проиллюстрирована возможность развития трещины в окрестности включения. Также обращено внимание на то, что появление зон растягивающих напряжений в мягкой ткани вблизи неоднородности может привести к повреждению мягкой ткани, что, в свою очередь, будет способствовать процессу роста неоднородности. В работе [38] предложена процедура реконструкции неизвестных механических свойств биоматериалов как многослойной вязкоупругой среды по данным о смещениях действующего на нее жесткого круглого индентора-штампа. Предложенные подходы к задачам реконструкции механических свойств мягких биологических тканей на основе экспериментальных данных об их напряженно-деформированном состоянии обобщены в [39].

3. Альтернативный механизм разрушения. Комбинированный разрыв и упорядоченная линейная структура микротрещин

Развитие нарушений в условиях неоднородного поля напряжений приводит к изменению сценария разрушения и образующейся упорядоченной структуры. Это можно продемонстрировать на примере развития магистрального разрыва в пористом теле под действием локализованной сосредоточенной нагрузки и неравнокомпонентного сжатия (рис. 2). Рост разрыва обеспечивается актом слияния пор посредством встречного развития микротрещин, под действием комбинации напряжений в окрестности его вершины [40, 41]. Описанный вариант распространения разрыва назван комбинированным разрывом, поскольку в отличие от клас-

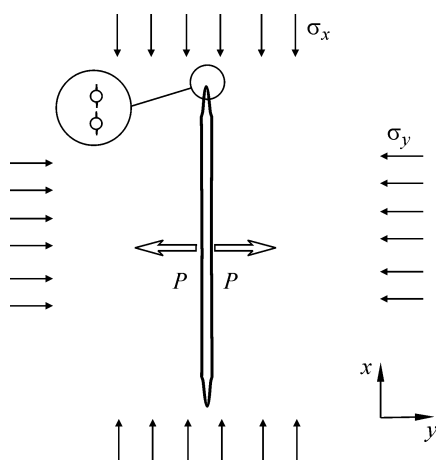


Рис. 2. Схема комбинированного разрыва

сического варианта трещин нормального разрыва на условия локального разрушения в его вершине влияют напряжения вдоль траектории разрыва.

При сохранении условий предельного равновесия при слиянии пор и фиксированном уровне эффективной трещиностойкости предельный размер такой комбинированной трещины больше, чем в варианте без продольной нагрузки, причем чем выше уровень продольного сжатия, тем большую роль играет локальный механизм разрушения — слияния пор в концевой области при сжатии.

Высокое всестороннее давление затрудняет развитие микроразрывов. Возникает ситуация, в которой развитие макроразрыва даже в варианте описанного комбинированного механизма при росте давления становится невозможным, однако отдельные акты объединения пор микротрещинами могут происходить. Образующиеся микротрещины, изменяя в своих концевых областях поле локальных напряжений, могут провоцировать процесс слияния соседних пор. Характерно, что наиболее опасная ситуация в этом случае создается не на продолжении начальной микротрещины, а под углом к ее продолжению, так что возникающий дефект — объединенная микротрещина — не сливается с исходной. Новая микротрещина также изменяет напряженное состояние в своей окрестности и способствует инициированию следующей. Поскольку траектория и размеры каждой из микротрещин в основном определяются полем внешних напряжений (в данном случае ориентацией оси и уровнем наибольшего сжатия), то образуется упорядоченная линейная структура трещин. Процесс развития таких структур частично проанализирован в ряде работ [12, 40–42]. Эти структуры не образуют непрерывного разрыва сплошности среды, но являются существенным ее ослаблением, которое может при дальнейших изменениях нагрузки и смещений быть источником магистрального разрушения. На примере предельного состояния, когда упорядоченная линейная структура образуется из минимальных по размеру элементов (двух объединенных микротрещинами пор), выделены два варианта линейной структуры — эшелон трещин и линейная структура их шахматного (кулисного) расположения. Пример конфигурации границы области, на которой удовлетворяются условия развития линейных структур в пористом теле ($\sigma_\infty/F \sim 1 \text{ м}^{-1}$, $\beta - \theta = \pi/6$ при пористости $n = 0.2$ и радиусе поры $R \sim 1 \text{ мм}$ в окрестности сосредоточенной нагрузки F , направленной под углом β к границе полуплоскости), приведен на рис. 3, а. Сравнивая величину $r_{\max}$ и размеры трещин комбинированного разрыва (рис. 3, б) для обозначенных выше одинаковых внешних условий, можно видеть, что границы распространения линейной структуры охватывают области развития других рассмотренных схем разрывов (магистральная трещина нормального разрыва

ва в условиях всестороннего сжатия развиваться не может). Поэтому можно предположить, что похожие структуры как зоны предразрушения будут превалировать на внешних границах областей действия локализованных нагрузок и концентраторов напряжений, причем их относительная доля возрастает при увеличении всестороннего давления.

Представляет интерес оценка возможных конфигураций осей линейных структур (эшелонов микротрещин) внутри обозначенной границы. Если, например, длина каждой трещины, объединяющей две поры, порядка $4L$, где L — половина расстояния между порами, а расстояние между соседними трещинами в эшелоне порядка $2L$, ось эшелона в поле напряжений от сосредоточенной силы на границе полуплоскости образует логарифмическую спираль:

$$r = 2L(\exp\theta - 1). \quad (1)$$

Отрезок спирали вблизи точки приложения нагрузки показан на рис. 3, б. Схематически показана также ориентация отдельных трещин в эшелоне.

Изображенный на рис. 3, б эшелон имеет однонаправленную структуру — каждая последующая трещина в нем отодвинута от предыдущей в одну и ту же сторону. В поле однородных напряжений такое стремление связано с влиянием дальних соседей в эшелоне, которые создают небольшую несимметричность поля напряжений впереди эшелона, повышая возможность зарождения следующей трещины в том же направлении. В случае сосредоточенной внешней нагрузки существует градиент напряжений сжатия по углу θ при отклонении от направления максимального сжатия. Уменьшение напряжений продольного сжатия снижает возможность выполнения условий слияния пор. Градиент напряжений от действия сосредоточенной силы влияет на условия инициирования трещин в эшелоне. Ось эшелона не может отклониться от направления максимальной интенсивности сжатия, а сам эшелон превращается

в систему трещин, расположенных в шахматном порядке вокруг оси этого направления. Однако, поскольку градиент напряжений снижается по мере удаления от точки приложения нагрузки, а влияние соседних трещин в эшелоне сохраняется, такая система на некотором удалении от точки приложения внешней нагрузки может смениться однонаправленной системой трещин, ось которой для данного типа поля напряжений имеет вид спирали, как показано выше.

4. Макротрещины с частичным контактом поверхностей. Влияние трения и истории нагружения

Выше речь шла о макроразрушении при сжатии, в основе которого лежали механизмы множественного микроразрушения. Рассмотрим теперь некоторые особенности деформирования и разрушения упругого тела с макротрещиной или трещиноподобной полостью при сжатии. Для простоты сначала проиллюстрируем наблюдаемые эффекты на примере однородного изотропного линейно-упругого пространства с плоской трещиной. Влияние границ тела и поведение тонких тел обсуждаются в последнем разделе.

Рассмотрим трещину-разрез, занимающую плоскую область в упругом пространстве при сжатии в направлении перпендикулярном к плоскости трещины в предположении об отсутствии трения при действии сжимающих нагрузок по нормали к плоскости $x_3 = 0$, вдоль которой вытянута полость. Анализ в рамках линейной механики разрушения показывает, что поверхности трещины придут в контакт вдоль всей области, занятой ею. В самом деле, в противном случае коэффициент интенсивности напряжений K_I стал бы отрицательным и, следовательно, должен был бы возникнуть перехлест поверхностей трещины. Полное закрытие трещины является следствием невозможности перехлеста поверхностей трещины, расположенной внутри тела [43, 44].

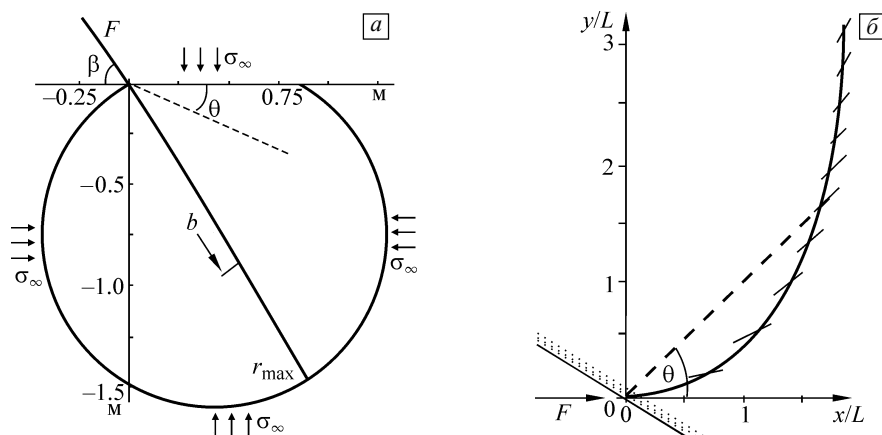


Рис. 3. Пример развития линейной структуры границы областей, на которой удовлетворяются условия развития линейных структур (а), и конфигурация линейной структуры (б)

Более сложная картина присуща поведению трещиноподобных (уплощенных) полостей [42]. Рассмотрим, например, трещиноподобную полость, имеющую поперечное сечение Ω в плоскости $x_3 = 0$ декартовой системы координат x_1, x_2, x_3 . Расстояние между поверхностями полости $\omega_0(x_1, x_2)$ есть однозначная функция координат точки $(x_1, x_2) \in \Omega$. Начальное раскрытие полости $\omega_0(x_1, x_2)$ мало по сравнению с характерным размером области Ω . Частичный контакт поверхностей полости может произойти под действием сжимающих нагрузок, приложенных на бесконечности или в объеме тела. Рассматриваемая задача теории упругости с односторонними связями (односторонние связи задаются условием в форме неравенства — неотрицательности разности смещений верхней и нижней поверхностей полости) проанализирована в [45] в предположении о том, что в области контакта отсутствует трение. Найдена асимптотика решения в окрестности произвольной точки гладкости границы, разделяющей области контакта (налегания) и раскрытия поверхностей полости при произвольной геометрии поверхностей полости. С использованием этой асимптотики получены условия, которые позволяют, не решая задачу, определить области, где контакт поверхностей полости невозможен. Проиллюстрируем сказанное на примере уплощенных полостей эллиптического поперечного сечения Ω . Начальное раскрытие полости имеет вид

$$\omega_0 = b(1 - x_1^2/a_1^2 - x_2^2/a_2^2)^{\alpha/2}.$$

При этом область налегания поверхностей полости формируется вблизи границы полости (в плоскости $x_3 = 0$) при $\alpha \geq 1$ и во внутренних точках области Ω при $\alpha < 1$. Напомним, что случай $\alpha = 1$ отвечает раскрытию трещины-разреза эллиптической формы в плане при растяжении. Поверхности такой трещины, как отмечено выше, при сжатии налегают вдоль всей области трещины Q . Для ряда специальных геометрий полостей возникновение областей контакта поверхностей изучено численно в [46], где предложен вариационный метод граничных функционалов для решения пространственных задач о трещинах и трещиноподобных полостях с областями налегания (при отсутствии в этих областях трения). Отметим, что ряд качественных свойств решений подобных задач установлен в [45, 47]. На основе этих свойств разработан иной, невариационный, численный метод решения указанных задач. Этот метод позволяет построить последовательность приближенных решений, которая монотонно стремится к точному решению.

Заметим, что в некоторых случаях односторонние ограничения на смещения поверхностей полости, связанные с возможностью их контакта, заменяются условием, в соответствии с которым раскрытие полости $\omega_0(x_1, x_2)$ должно быть не менее раскрытия, определяе-

мого некоторой заданной функцией $u_0(x_1, x_2) > 0$, так что $\omega_0(x_1, x_2) > u_0(x_1, x_2)$. В частности, такое условие характерно для задачи об оценке сближения кровли и подошвы горной выработки в связи с анализом возможностей обрушения кровли. Области, где в приведенном условии выполняется строгое неравенство или равенство, находятся в ходе решения задачи. Соответствующий численно-аналитический метод предложен в [46].

Располагая соответствующим решением задачи теории упругости с неизвестными границами, определяемыми выполнением неравенства или равенства в ограничениях на взаимные смещения поверхностей полости (трещины), можно вычислить поле напряжений и деформаций в ее окрестности и проанализировать возможные механизмы и сценарии разрушения.

Наличие трения между поверхностями полости (трещины) в области их контакта приводит к некоторым новым эффектам в процессах деформирования и разрушения. В частности, существенными становятся история нагружения и тесно связанные с ней эффекты проскальзывания и сцепления контактирующих участков поверхностей полости (трещины). Общая постановка трехмерных задач о полостях и трещинах с учетом возможности частичного налегания и взаимодействия с трением их поверхностей дана в [48], исследование свойств решений таких задач выполнено в [47–52]. Некоторые аспекты задач о трещинах с учетом трения рассмотрены в [53, 54] для трехмерного случая и в [55–58] в двумерной постановке.

Рассмотрим, как и ранее, трещину в плоскости $x_3 = 0$ упругого пространства. Предположим, что нагрузки, действующие на бесконечности и/или в объеме, медленно меняются в зависимости от параметра нагружения θ (сложное нагружение), так что инерционными эффектами можно пренебречь. В пределах области контакта поверхности трещины взаимодействуют с кулоновским трением: $F_{3i} = \rho \sigma V_i / V$, где ρ — коэффициент трения; $\sigma(x_1, x_2, \theta)$ — нормальное напряжение (давление); $V_i = \partial U_i / \partial \theta$ — компоненты скорости проскальзывания; $U_i = U_i^+ - U_i^-$ — компоненты скачка смещений ($i = 1, 2$); $V = (V_1^2 + V_2^2)^{1/2}$. Знак в правой части закона трения выбран так, что скачок смещений отсчитывается от верхней поверхности трещины-разреза.

Задача разделяется на симметричную и антисимметричную по отношению к плоскости $x_3 = 0$. Разделение возможно, несмотря на ее нелинейность, поскольку нормальная и сдвиговые компоненты скачка смещений не приводят к возникновению сдвиговых и нормальных напряжений в плоскости трещины. В симметричной задаче определяется скачок компоненты нормальных смещений поверхностей трещины U_3 , а в антисимметричной — компоненты скачков сдвиговых смещений U_1, U_2 . Решение исходной задачи получается пу-

тем последовательного решения симметричной и антисимметричной задач. В рамках симметричной задачи (нормальной задачи) помимо нормальных смещений определяются область контакта поверхностей трещины, а также распределение нормальных напряжений $\sigma_{33}(x_1, x_2, \theta)$ в этой области.

Решение антисимметричной задачи (сдвиговой задачи) позволяет найти как сдвиговые смещения поверхностей трещины, так и области их проскальзывания и сцепления в пределах найденной ранее области контакта, распределение сдвиговых напряжений в пределах последней. При решении антисимметричной задачи используется также распределение нормальных напряжений в области контакта, взятое из решения симметричной задачи. Области проскальзывания поверхностей трещины G_{sl} выделяются условиями отличия от нуля хотя бы одной из компонент скорости проскальзывания V_i ($i = 1, 2$). Соответственно, в областях сцепления обе компоненты скорости проскальзывания $V_i = 0$.

Отметим существенную особенность задач о трещинах с трением в областях контакта поверхностей при сложном нагружении [48]. Поскольку области сцепления определяются условиями равенства нулю компонент скоростей проскальзывания, возможны два типа таких областей: области сцепления, в которых отсутствуют скачки сдвиговых смещений $U_i = 0$ ($i = 1, 2$), и области сцепления, где $U_i \neq 0$ при $i = 1$ и/или 2. Появление областей сцепления с ненулевыми замороженными скачками смещений связано со своеобразной памятью об истории нагружения. Процесс нагружения приводит к эволюции областей контакта, проскальзывания и сцепления в зависимости от истории нагружения. В свою очередь эта эволюция влияет на коэффициенты интенсивности напряжений на контуре трещины, достижение трещиной состояния предельного равновесия и ее рост.

Для того чтобы построить решения соответствующих краевых задач, принимая во внимание историю нагружения, необходимо знать некоторые свойства решений нормальной и сдвиговой задач и дополнительные условия, установленные в [47, 50, 51]. Прежде всего, скачки сдвиговых смещений U_1, U_2 являются непрерывно дифференцируемыми функциями параметра нагружения. Распределения скоростей проскальзывания и скачков сдвиговых смещений однозначно определяются в конечной точке заданной траектории нагружения. Далее обозначим через $\sigma_{33}^0 = -\sigma(x_1, x_2, \theta)$, $\sigma_{31}^0(x_1, x_2, \theta)$, $\sigma_{32}^0(x_1, x_2, \theta)$ траекторию нагружения. Можно показать, что приращения $\delta U_1, \delta U_2$ скачков сдвиговых смещений поверхностей трещины возможны, если существует точка $(x_1, x_2) \in \Omega$, в которой выполнено условие

$$\delta \tau(x_1, x_2, \theta) \cos \gamma \geq \rho \delta \sigma(x_1, x_2, \theta), \quad (2)$$

где $\tau = [(\sigma_{31}^0)^2 + (\sigma_{32}^0)^2]^{1/2}$; γ — угол между векторами

$(\delta \sigma_{31}, \delta \sigma_{32})$ и $(\delta U_1, \delta U_2)$; ρ — коэффициент трения. Существенное свойство решения связано с возможностью продолжения проскальзывания при уменьшении нормальной нагрузки $\partial \sigma / \partial \theta < 0$ [39]. Оно означает, что приращения скачков смещений и коэффициентов интенсивности напряжений могут иметь место на стадии разгрузки, если граница области проскальзывания и контур трещины имеют общие точки. Следовательно, трещина может достичь состояния предельного равновесия и при уменьшении нормальных нагрузок. Этот эффект специфичен для задач с трением и связан с возможностью более быстрого убывания силы трения, чем сдвиговой нагрузки. В [51] показано, что угол проскальзывания γ вблизи зон положительного давления является непрерывной функцией параметра нагружения как в области проскальзывания, так и при ее расширении в сторону области сцепления. Это свойство позволяет записать исходную нелинейную задачу с неизвестными границами в приращениях и получить линейную задачу относительно приращения угла проскальзывания. Приращение угла проскальзывания можно вычислить, используя сформулированное свойство и пошаговую процедуру расчета при известном поле линий скольжения и приращении внешних нагрузок.

Процесс проскальзывания поверхностей трещины вблизи границы с областью раскрытия трещины также обладает рядом особенностей. В частности, угол проскальзывания не является непрерывной функцией параметра нагружения вблизи этой границы. Следовательно, можно выделить два типа областей проскальзывания: области устойчивого проскальзывания (угол проскальзывания и скорость проскальзывания — непрерывные функции параметра нагружения), в которых задача допускает описанную выше линеаризацию, и области неустойчивого проскальзывания (бесконечно малые вариации внешних нагрузок приводят к конечным приращениям угла проскальзывания — эффект прерывистого скольжения), где линеаризация задачи невозможна. Численные алгоритмы решения нормальной и сдвиговой задач предложены в [47, 50, 51] с учетом установленных свойств решений и условий, определяемых асимптотическим поведением решений вблизи границ областей различного типа (раскрытия, проскальзывания, сцепления) в пределах трещины [48]. Эти условия позволяют найти положение неизвестных границ (так, граница областей проскальзывания и сцепления определяется условием отсутствия вдоль нее сингулярности решения [48]).

Эффективность разработанных методов решения задач о трещинах с трением в области взаимодействия поверхностей при сложном нагружении демонстрируют примеры аналитических и численных решений, построенных в [47, 48–51]. Аналитическое решение удается построить, например, для эллиптической трещины при однородных сдвиговых нагрузках, зависящих от

параметра нагружения [49]. В этом случае оказывается, что каждая из компонент сдвигового скачка смещений вдоль главных осей эллипса зависит только от соответствующей компоненты сдвигового напряжения. Угол проскальзывания не зависит от координат точки (x_1, x_2) в пределах трещины и может быть определен как функция параметра нагружения из решения соответствующего обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Возможные режимы проскальзывания допускают геометрическую интерпретацию. В каждой точке траектории нагружения может быть построен конус проскальзывания. Этот конус определяет условия непрерывности процесса проскальзывания и перехода в состояние сцепления. Геометрическая интерпретация позволяет до решения задачи выделить возможные режимы проскальзывания, направление силы трения и начальные условия при переходе от состояния сцепления к состоянию проскальзывания. Существенно, что эволюция дальнего поля напряжений и смещений тесно связана с процессами продолжающегося нагружения или разгрузки на трещине, так что наблюдения изменений характеристик дальнего поля могут быть использованы для анализа условий предельного равновесия трещины. Этот эффект полезен в геофизических приложениях.

Обратим внимание на интересную качественную особенность решения, проявляющуюся в простом примере осесимметричной задачи. В этой задаче есть сингулярная точка — центр трещины, где не определены ни направление относительных смещений поверхностей трещины, ни направление напряжений (реакций). Указанное обстоятельство приводит к качественному эффекту в задаче с трением. Вблизи центра трещины появляется область сцепления поверхностей. В частности, это происходит при классической траектории нагружения: сжатие до уровня σ и затем осесимметричный сдвиг $\tau(r)$.

Эффекты сжатия и трения существенно влияют на условия предельного равновесия и распространения криволинейных трещин. Области контакта могут возникнуть вдоль криволинейной трещины даже при однородном растяжении (например, вдоль трещины в форме дуги окружности достаточно большого угла раствора [59]). Устойчивость траектории распространения слабо искривленных трещин зависит от уровня сжимающих нагрузок, действующих вдоль исходного невозмущенного направления трещины. Важно, что условия устойчивости определяются несингулярным членом асимптотики поля напряжений вблизи вершины трещины, обусловленным сжимающими нагрузками [60]. Методы расчета и анализ предельного равновесия криволинейной трещины в двумерной постановке с учетом трения в областях контакта при сложном нагружении даны в [61, 62]. Методы численного моделирования роста криволи-

нейных трещин в условиях сжатия в отсутствии трения между их поверхностями предложены в [63].

Разрушение при сжатии тел (сред) с многими трещинами осложнено влиянием трещин на эффективные деформационные характеристики рассматриваемого объекта. Взаимодействие трещин и взаимодействие поверхностей каждой из них с трением приводят к появлению деформационной анизотропии, неоднородности и необратимости деформаций в режиме нагружения-разгрузки, также как и к существенным эффектам дилатансии при сжатии и сдвиге (см, например, [52, 64, 65] и указанные в них работы). Заметим, что наведенная неоднородность вызывает, в частности, перераспределение напряжений и деформаций в теле [65]. Так, при изгибе пластины с трещинами возникают продольные деформации сжатия, в результате изменяется критическая нагрузка эйлеровской потери устойчивости пластины с трещинами.

Реальная последовательность нагружения во многих случаях отличается от пропорционального приложения нагрузки по осям. Так, при испытании материалов по схеме Кармана [1] сначала образец подвергается однородному сжатию по двум осям, а затем нагружению по третьей вплоть до разрушения. В другом варианте (схема Бекера [2]) сначала меньшая нагрузка прикладывается по одной оси, а затем однородное напряжение до разрушения — по двум другим осям. Ситуация потери несущей способности и разрушения в первом варианте формально соответствует совпадению меньшего и среднего напряжений, а во втором — совпадению большего и среднего напряжений. Значимые отличия сценария упругохрупкого разрушения от варианта пропорционального разрушения для этих ситуаций возможны в случае, когда меньшее напряжение, прикладываемое по времени первым, достаточно велико, чтобы инициировать начальную фазу локального разрушения [4]. Заметим, что в таком исполнении на начальном этапе эти типы испытаний меняются местами, поскольку ненагруженные грани образцов формально исполняют роль нагруженных меньшими напряжениями. Последующее приложение нагрузки переводит систему через ряд состояний, в частности через состояние равномерного всестороннего давления, в заданную схему нагружения. При испытаниях по схеме Бекера микротрещины хрупкого разрушения, образующиеся на первом этапе, параллельны оси нагружения, а их ориентация по другим осям произвольна. Поэтому после приложения нагрузки по этим осям часть микротрещин может играть роль дополнительных плоскостей скольжения как в случае микротрещиноватой, так и пористой сред. Поэтому измеренная таким способом несущая способность может оказаться ниже, чем в варианте пропорционального нагружения. В случае схемы Кармана появляющиеся на начальном этапе микротрещины ориен-

тированы по нормали к направлению последующего нагружения. Поэтому на второй фазе нагружения их берега смыкаются и влияние этих нарушений на несущую способность минимально. Оно может проявиться как присутствие дополнительных ослаблений среды при формировании магистральных нарушений на заключительном этапе слияния микротрещин.

Склонность структурированного материала к образованию упорядоченных систем разрывов или к развитию одиночных магистральных нарушений связана с активностью элементов структуры, вовлеченных в растущий разрыв. Моделирование такой ситуации периодической системой сил на берегах разрыва позволило выделить две характерных асимптотики. Если по мере роста разрыва активность элементов структуры в его пределах сохраняется, т.е. сохраняется величина имитирующих эту активность сил на берегах разрыва, при росте разрыва коэффициент интенсивности напряжений на его берегах, соответствующий моменту предельного равновесия, монотонно повышается. Такой вариант близок к процессу развития магистрального разрыва в трещиноватой среде. Для другого варианта, в котором активность элементов в центральной части разрыва ослабляется, коэффициент интенсивности напряжений на его берегах изменяется немонотонно. В частности, если активны только элементы, ближайшие к концевым зонам, его максимум при одноосном сжатии достигается при объединении 2-3 элементов. При дальнейшем подрастании коэффициент интенсивности напряжений падает, трещины тормозятся, оставаясь в состоянии облегчить инициирование соседней трещины. Это практически означает переход к механизму развития эшелонной структуры малых трещин. Такой механизм разрушения более характерен для пористой среды. Внешнее сжатие в поперечном направлении к оси сжатия ограничивает размеры магистрального разрыва и повышает склонность к образованию систем трещин. Растяжение в поперечном направлении усиливает тенденцию к развитию магистрального разрыва.

Ситуация может быть изменена, если в процессе нагружения повернуть ось приложения нагрузки после инициирования микротрещин. Поворот на угол $\sim 45^\circ$ пористого тела может вызвать трансформацию появившихся ранее микротрещин в площадки скольжения, в результате чего при сжатии приобретает склонность к развитию магистральных трещин.

При инициировании разрушения изменение объема среды также происходит по-разному. Если для среды с микротрещинами характерно увеличение объема после инициирования разрывов на границах плоскостей скольжения, в пористом теле в начале процесса при одноосном сжатии преобладает его уменьшение за счет деформирования поры. Далее по мере роста разрывов объем растет. Немонотонность изменения объема мо-

жет служить индикатором типа структуры, определяющей развитие разрушения. Описанная ситуация относится к варианту преобладания сжатия, она меняется при изменении напряженного состояния. В частности, при напряжениях чистого сдвига изменения объема порового пространства не происходит, его вариации связаны только с ростом опережающих пору разрывов.

Наведенная структура, возникающая при частичной разгрузке, также влияет на механизм разрушения при последующем нагружении. К таким структурам относится и развитие системы опережающих трещин-разрывов в окрестности магистрального сдвига [66]. Последнее может использоваться как прием торможения магистральных разрывов посредством кратковременного изменения нагрузки.

5. Структуры разрушения в присутствии промежуточных сред. Разрушение тел с заполненными порами

В процессах разрушения структурированных тел при сжатии проявляются различные механизмы локальной трансформации напряжений сжатия в растяжение, в том числе на элементах структуры тел или шероховатости взаимодействующих берегов трещин [66, 67]. Таким свойством может обладать и заполнение пор. Присутствие жидкого или дискретного заполнения порового пространства, способного воспринимать и перераспределять нагрузки, возникающие при деформировании объема пор, увеличивает склонность структурированных сред к хрупкому разрушению при одноосном сжатии и может изменить сценарий разрушения [68]. В первом случае основу эффекта составляет упругая реакция жидкости на изменение объема поры при сжатии, что приводит к появлению внутреннего давления, изменяющего напряженное состояние окрестностей поры. Как и в случае полной поры, при этом возможно развитие трещин. Влияние жидкого заполнения пор на процесс разрушения при сжатии важно, например, при анализе разрушения структуры нефтеносных пластов [69].

В работе [68] отражены два варианта развития событий в плоской модели процесса при одноосном сжатии пластины с отверстием, имеющим непроницаемые границы и полностью заполненного жидкостью (рис. 4, а):

- жидкость при инициировании разрушения не выходит за границы отверстия;
- жидкость заполняет все пространство поры и трещины.

В последнем случае давление в полости трещины рассчитывается с учетом объема трещины.

В процессе формирования структурированных тел возможно образование конгломератов, в которых отдельные фрагменты оказываются помещенными в обойму ненарушенного материала и, таким образом,

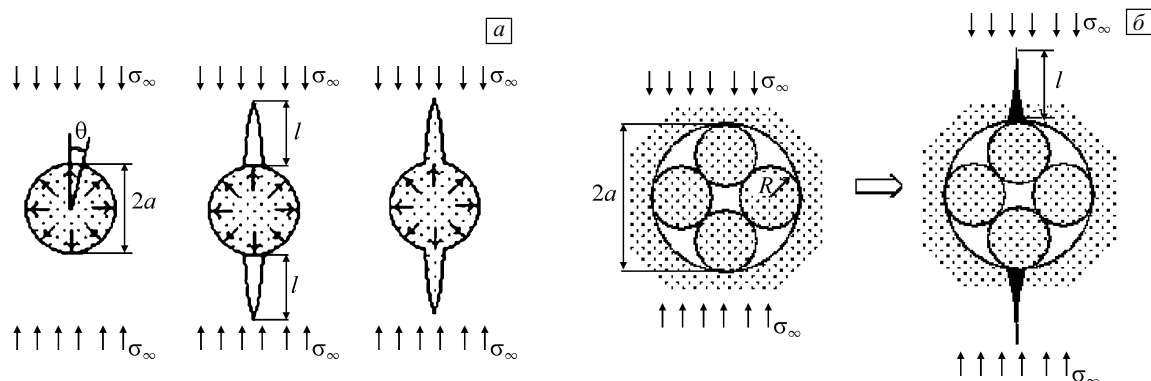


Рис. 4. Модель поры с жидким (а) и дискретным (б) заполнением, состоящим из четырех соприкасающихся дисков

являются дискретным заполнением изолированных полостей (рис. 4, б). Такая конструкция способна изменить напряженное состояние окрестностей отверстия и способствовать хрупкому разрушению. Как и в случае с жидким заполнением, под действием расклинивающего эффекта со стороны заполнения происходит изменение напряженного состояния окрестностей отверстия и возможно развитие симметричных относительно отверстия трещин нормального разрыва. Простой плоской моделью для варианта поры с дискретным заполнением может служить отверстие, в котором плотно упакованы четыре упругих соприкасающихся между собой и отверстием диска (рис. 4) [68]. Аналогичные эффекты возможны и при большем числе тел заполнителя. В пределе увеличение числа элементов приводит к ситуации, напоминающей заполнение сыпучей средой или жидкостью. Система контактов между взаимодействующими упругими телами может быть заменена силами реакций.

Пример расчета коэффициентов интенсивности напряжений образующихся в окрестности отверстия трещин для вариантов, в которых объемные модули эффек-

тивной упругости среды заполнения и окружающего материала одинаковы, а коэффициент Пуассона $\nu = 0.3$, приведен на рис. 5. Можно видеть, что, как и в случае незаполненной поры (кривая 1), коэффициент интенсивности напряжений для поры с заполнением изменяется немонотонно и имеет максимум в области малых значений относительной длины трещины (параметра $L = l/a$). При больших длинах трещин более опасным является вариант, когда заполняющая жидкость не вытекает за контур отверстия (кривая 2).

В случае дискретного заполнения для принятых условий коэффициент интенсивности напряжений выше, чем в случае заполнения жидкостью (кривая 4). В обоих вариантах заполнения дополнительное воздействие подвижного заполнения приводит к усилению локального растяжения в окрестностях отверстия по сравнению с вариантом незаполненного отверстия, что увеличивает склонность таких систем к хрупкому разрушению. Таким образом, заполнение пор ослабляет сопротивление разрушению.

Заполнение пор может также изменять сценарий инициирования разрушения в окрестности макроконцентрации напряжений. При сравнении условий инициирования разрушения (объединения пор трещинами) для областей концентрации напряжений растяжения и сжатия в окрестности отверстия большого диаметра при одноосном сжатии в [69] показано, что при изменении пористости они меняются. Так, при заполненной жидкостью пористости на уровне $n \geq 0.3$ предпочтительнее становится инициирование разрушения в области концентрации сжатия. Сжатие в поперечном направлении снижает пороговый уровень пористости.

6. Структуры разрушения в условиях интенсивного сжатия

В связи с интересом к процессам разрушения при экстремальных нагрузках, характерных для тектонических процессов и технологии добычи углеводородов с больших глубин, большое внимание вызывают процес-

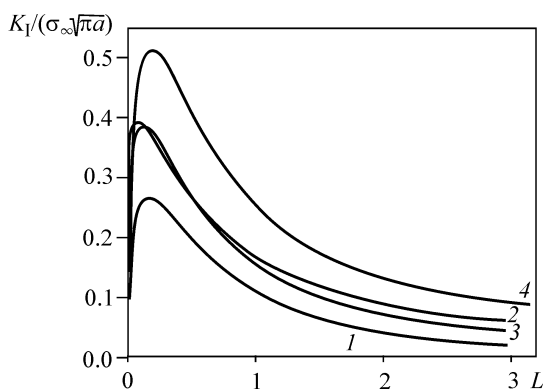


Рис. 5. Условия развития трещин при одноосном сжатии пластины с отверстием: без заполнения (1), с заполнением жидкостью: жидкость не выходит за границы отверстия (2), жидкость полностью заполняет трещину (3), пора с дискретным заполнением (4) ($\nu = 0.3$, $f_{fr} = 0.5$, $\sigma_{\infty}/E \ll 1$)

сы развития трещиноподобных областей компактирования высокопористых хрупких материалов (горных пород) при сжатии как новой формы хрупкого разрушения первой моды (трещин сжатия). Такой вид разрушения наблюдается в экспериментах [70] и на натурных объектах в тектонических структурах сжатия в окрестности вершины разлома (магистрального тектонического сдвига) [71]. Модель трещин сжатия предложена в работе [72].

Поскольку описанные дефекты геометрически подобны трещине (их продольный размер много больше характерной толщины), а процессы разрушения исходной структуры сосредоточены в концевых областях, условия их предельного равновесия в упругой среде аналогичны условиям равновесия трещин-разрывов, имеющих начальное раскрытие [42]. Поэтому для анализа разрушения таких объектов (трещин сжатия) может быть привлечен аппарат механики разрушения.

Если заполняющие образующуюся полость уплотненные продукты разрушения не могут перемещаться вдоль нее, а изменение (уменьшение) объема среды при прохождении концевой области фиксировано, в каждом сечении трещины сжатия (вдали от концевой зоны) оказывается фиксированным изменение толщины слоя среды. Для этого варианта в [72] получено соотношение, связывающее с параметром Δh и эффективную трещиностойкость среды по отношению к локальному компактированию без смещения продуктов разрушения:

$$K_I \sim -\sqrt{\Delta h E \sigma_T} \left(1 + \frac{1}{\sqrt{2}(1-\nu^2)} \right). \quad (3)$$

Оно с точностью до коэффициента совпадает с найденным в модели Дагдейла [73] для узкой пластической концевой области разрыва, причем величина Δh является аналогом предельного раскрытия в вершине разрыва. Из (3) следует, что минимальная трещиностойкость по отношению к трещинам сжатия и, соответственно, наименьшее энергопоглощение при их распространении, наблюдается при наименьшей величине Δh . В свою очередь Δh тем меньше, чем тоньше слой, охваченный процессом компактирования. Поэтому можно ожидать, что при квазистатических режимах нагружения пористой среды образуются трещины сжатия, толщина слоя компактирования в которых близка по порядку величины к размеру характерной ячейки структуры материала. По данным [71] тонкие зоны компактирования в песчанике объединяют 3–10 зерен кварца по толщине, что дает общую толщину компактируемого слоя порядка $h \sim 0.5\text{--}1.5$ мм. Длина трещин сжатия много больше (в данном примере порядка десятков сантиметров). Для типичных параметров высокопористого песчаника (пористость $n \sim 0.2$, $\sigma_T \sim 30$ МПа, $E \sim 10^4$ МПа) оценка критического уровня коэффициента интенсивности напряжений K_I^{eff} (эффективного сопротивления компактированию) по (3) показывает, что

его величина $K_I^{\text{eff}} \sim 12$ МПа $\cdot$ м^{1/2} на порядок больше трещиностойкости горных пород при нормальном разрыве ($K_{IC} \sim 1$ МПа $\cdot$ м^{1/2}).

Если продукты разрушения имеют возможность перемещаться в полости трещины сжатия, происходит выравнивание сопротивления среды сближению берегов трещины сжатия и ситуация меняется. Наблюдаемое постоянство поперечного размера трещин сжатия, относящихся к рассматриваемому типу, имеющему подвижное заполнение [74], дает основание предполагать автономность концевой области трещины сжатия и тем самым существование критического уровня коэффициента интенсивности напряжений, являющегося характеристикой материала и не меняющегося при подрастании трещины сжатия (критерий Ирвина). Если среда в полости трещины сжатия линейно-упругая с некоторым эффективным модулем упругости, после формирования в устойчивом режиме очага компактирования в окрестностях имеющегося дефекта наступает неустойчивая фаза развития, по мере роста размеров трещины сжатия она сменяется устойчивой фазой. Такое скачкообразное продвижение узкой области компактирования наблюдается и в эксперименте [71, 75].

В случае нелинейного сопротивления деформированию (уплотнению) подвижного слоя разрушенного материала режим развития трещины сжатия меняется. Например, для варианта нелинейности [76]

$$\sigma \sim a \varepsilon^2, \quad (4)$$

где a — эмпирическая константа; K_I монотонно убывает с ростом размера трещины сжатия. Это означает, что страгивание начального дефекта и его дальнейший рост происходят в устойчивом режиме — для увеличения размеров трещины сжатия необходимо увеличивать внешнюю нагрузку σ_∞ . После частичного смыкания берегов трещины сжатия в средней части развитие процесса разрушения идет в двух сегментах, разделенных областью смыкания.

Таким образом, в зависимости от деформационных свойств слоя разрушенного материала в полости трещины и его подвижности, возможны различные варианты развития трещин сжатия от глобально устойчивого до неустойчивого, причем в промежуточном варианте размеры трещин сжатия ограничены. Такие режимы развития отличают трещины сжатия от трещин нормального разрыва в ситуации однородных нагрузок [77, 78].

В варианте развития трещин сжатия по механизму, допускающему перемещение продуктов разрушения, в концевой области кроме условий локального разрушения должно выполняться условие возможности удаления продуктов разрушения из очага разрушения и движения их в полости трещины. Это достигается за счет конечного поперечного размера полости концевой области трещины сжатия [74]. Он связан с условиями

равновесия свода выстилающего слоя, образованного в предварительно уплотненной среде на продолжении трещины сжатия. По оценке в [78] минимум энергии предельного равновесия выстилающего слоя достигается при отношении его радиуса к толщине слоя $r/d \sim 6$. Если толщина слоя определяется размером зерна горной породы, радиус концевой зоны оказывается порядка 6 размеров зерна, что близко к данным экспериментов [70]. Другим примером развития трещин сжатия при высоком уровне внешних поперечных сжимающих нагрузок может служить локальное компактирование слоя пористого тела на границе тонкой пластины покрытия и пористой подложки или клеевого слоя [79], обеспечивающее нарушение связи (т.е. фактически механизм отслоения покрытия).

7. Влияние геометрических ограничений на механизмы разрушения при продольном сжатии, разрушение тонких тел

Рассмотрим сначала специфический механизм при поверхностного разрушения при сжатии вдоль поверхности или границы раздела свойств тела, проявляющийся в образовании и росте трещины параллельно границе (расслоения — в случае границы раздела). Такой механизм разрушения присущ, в частности, композитам, например, слоистым телам и системам с покрытиями. Энергетический подход для отыскания условий предельного равновесия отслоения, если его характерный размер (длина) много больше толщины отслоившегося слоя, предложен в [80–84]. Согласно этому подходу при оценке энергетического баланса отслоившаяся часть тела моделируется балкой (или пластиной), жестко закрепленной по концам (по контуру). Асимптотический подход к анализу задач такого рода, основанный на методе сращиваемых асимптотических разложений, предложен в [85, 86]. Этот подход позволяет получить более точные оценки в рамках энергетического подхода посредством замены условий жесткого закрепления условиями упругой заделки. Аналогичный анализ в двумерном случае выполнен в [87].

Модель квазистатического роста начальной трещины-расслоения по границе соединения тонкого, нелинейно деформируемого упругого слоя и упругого полупространства при сжатии вдоль границы соединения предложена и исследована в [88].

Эффекты потери устойчивости и растрескивания наблюдаются в системах с покрытиями (см., например, [89, 90]). В этих работах исследовалось поведение систем, состоявших из податливого основания (полимер типа полиэтилентерефталата) и более жесткого покрытия (платина или SiO_2) толщиной несколько нанометров. Образцы подвергались одноосному растяжению в направлении параллельном границе «покрытие — основание». Процесс разрушения происходил в две стадии.

Сначала возникала система параллельных трещин в покрытии, которая разделяла его на серию полос. Затем наступала потеря устойчивости и происходило регулярное (упорядоченное) разрушение отдельных полос вследствие поперечного сжатия деформированного полимерного основания при его внешнем одноосном растяжении. Предложена модель наблюдавшегося процесса разрушения.

Возможные механизмы потери устойчивости поверхностного слоя на поверхности упругого полупространства или поверхностного слоя упругого полупространства с переменными по глубине параметрами упругости под действием двухосного сжатия, индуцированного установившимся температурным нагружением, изучены в [91]. В частности, показано, что если основание (полупространство) более податливо, чем покрытие, потеря устойчивости сопровождается образованием лунок, характерная длина которых существенно превосходит толщину покрытия.

Одна из задач, возникающих при определении эффективных механических свойств крупномасштабных объектов для расчета их прочности в процессах механического взаимодействия с другими объектами, связана с возможной вариабельностью их локальных свойств, в том числе под действием внешних физических факторов. К числу таких задач относится определение эффективной прочности тел, имеющих один из размеров (толщину), существенно меньший, чем остальные, и переменные по толщине свойства и/или состав. В [92] предложен способ оценки эффективной прочности таких тел при сжатии на примере прочности ледяного покрова по отношению к продольному сжатию с учетом частичной потери несущей способности льда в процессе деформирования вследствие различия его локальной прочности, вызванной разницей температуры по толщине. Более адекватной представляется оценка эффективной прочности в форме

$$\bar{\sigma}_p = \left(\frac{1}{h} \int_0^h \sigma(\epsilon, z) dz \right)_{\max}, \quad (5)$$

где $\sigma(\epsilon, z)$ — диаграмма деформирования льда на глубине z (начало координат на нижней поверхности ледяного покрова); ϵ — деформация.

Такой подход предполагает использование полных диаграмм деформирования слоев льда по толщине ледяного покрова. Пример расчета диаграмм деформирования ледяного покрова толщиной 1.5 м для оценки эффективной прочности приведен на рис. 6. Здесь кривая 1 соответствует линейному распределению температуры по толщине от -10°C на поверхности льда до 0°C на границе с водой, 2 — распределению, моделирующему режим охлаждения от поверхности, когда температура в толще льда выше, чем при линейном распределении, кривая 3 отвечает режиму повышения температуры, когда температура в толще льда ниже, чем

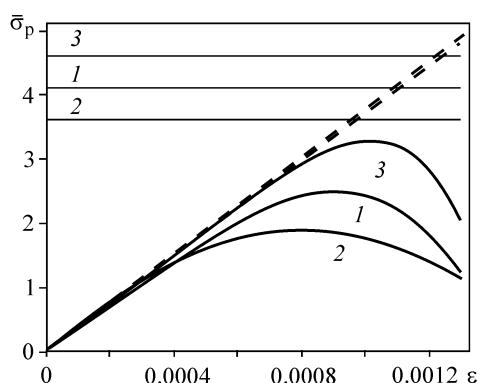


Рис. 6. Примеры расчета деформирования ледяного покрова для оценки эффективной прочности морского льда

при линейном распределении при сохранении значений температуры на верхней и нижней поверхностях. Прямые 1–3 отмечают уровень несущей способности, рассчитанной на основе простого осреднения локальной прочности слоев. Он оказывается завышенным, что совпадает с результатами полномасштабных экспериментов [93].

Отметим также, что суммарные диаграммы деформирования на рис. 6 напоминают поведение неупругого (пластичного) тела, хотя в рассматриваемом примере предполагалось упругохрупкое локальное деформирование льда.

В тонкостенных телах с протяженными трещинами (вырезами) при нагружении нередко возникают зоны сжимающих напряжений в окрестности концентраторов, что может приводить к локальной потере устойчивости вблизи вершин трещины (выреза), предшествующей страгиванию трещины. Этот эффект отмечен в [94], результаты его систематического исследования отражены, в частности, в монографии [95]. Отметим также, что возможности проявления эффекта локальной потери устойчивости в трехмерных телах с трещинами изучены в монографии [96].

В тонких телах с вытянутыми сквозными трещинами (или трещиноподобными дефектами), длина которых много больше толщины тела, наблюдается специфический механизм разрушения при сжатии, обусловленный возможностью перехлеста поверхностей трещины [97–99]. В качестве примера приведем продольное сжатие тонкой пластины с прямолинейной сквозной трещиной в поперечном к линии трещины направлении. Зона в окрестности трещины более податлива, чем исходная пластина. В результате поверхности трещины могут получить смещение в направлении, поперечном к плоскости пластины. При этом происходит перехлест поверхностей трещины, по крайней мере, в ее центральной части, в то время как области концентрации сжимающих напряжений локализованы вблизи концов трещины. Процесс разрушения в концевых обла-

стях трещины управляется величиной коэффициента интенсивности напряжений, который отрицателен в рассматриваемом случае. Различные схемы разрушения в концевых областях трещины соотносятся с разными диапазонами значений отрицательного коэффициента интенсивности напряжений. Описанный механизм разрушения характерен для тонкого ледяного покрова, в котором при сжатии может происходить формирование и развитие тороса. Этот механизм наблюдался также в специальных экспериментах при сжатии пластин парафина, помещенных на резиновое основание, когда смещения парафиновой пластины в направлении поперечном ее плоскости были ограничены стеклянной пластиной, закрепленной на малом расстоянии от парафиновой [97, 98]. В указанных работах предложены модели, количественно описывающие наблюдаемые схемы локального разрушения. Отметим, что, рассматривая трещину с перехлестывающимися поверхностями как эффективную трещину сжатия, удастся обобщить на этот случай концепцию линейной механики разрушения. В частности, можно ввести критическую величину отрицательного коэффициента интенсивности напряжений, которая характеризует сопротивление росту трещины сжатия. Для ледяного покрова характеристика K_T определяет его сопротивление развитию тороса [97] (т.е. характеризует торосостойкость ледяного покрова). Оценки и эксперименты на тонких пластинах льда показали, что модуль величины торосостойкости K_T примерно на порядок превосходит величину трещиностойкости K_{IC} . Концепция эффективных трещин сжатия позволила также описать и классифицировать режимы разрушения ледяного покрова при движении ледокола и создании канала для проводки судов в условиях ледового сжатия [100, 101].

8. Заключение

Приведенные материалы дают представление о специфике статического и квазистатического разрушения тел при сжатии, о наблюдаемых эффектах, моделях и характерных постановках задач.

Особо отметим присущие разрушению при сжатии многомасштабные процессы, сопровождающиеся формированием иерархических упорядоченных систем разрывов различной природы (структур разрушения). Эти процессы являются одной из основных причин масштабного эффекта прочности и разрушения при сжатии.

Существенно, что наличия концентраторов напряжений (которыми могут быть и элементы структуры и текстуры материала (среды)) и связанной с ними неоднородности напряженно-деформированного состояния (в частности, наличия градиентов полей напряжений и деформаций) достаточно для проявления указанного масштабного эффекта (без привлечения статистических закономерностей).

Процессы разрушения в трещиноподобных структурах, локализованные в их концевых областях, также могут быть изучены с позиции механики разрушения. Специфика деформирования и разрушения тел (объектов) с трещинами при сжатии проявляется и в особой роли истории нагружения, что приводит к разнообразным отмеченным эффектам.

В последние годы существенные достижения имеются в исследовании (экспериментальном и теоретическом) развития разрушения при динамических сжимающих и сдвиговых воздействиях, а также в градиентных подходах к критериям разрушения. Наблюдалось распространение трещин со скоростями, превосходящими скорость поперечных волн в упругой среде. Эти вопросы остались за рамками статьи.

Работа выполнена в соответствии с госзаданием ААА-А17-117021310386-3.

Статья посвящается памяти Роберта Вениаминовича Гольдштейна.

Литература

1. *Karman T.* Festigkeitsversuche unter Allseinigem // Druck. – Ztschr. Vereines Dtsch. Ingr. – 1911. – No. 55. – P. 1749–1757.
2. *Böcker R.* Die Mechanik der Bleibenden Formänderung in Kristallinisch Aufgebauten Körpern: Dissertation. – Berlin: TH Aachen, 1914. – 285 p.
3. *Griffith A.A.* The phenomena of rupture and flow in solids // Philos. Trans. Roy. Soc. Lond. A. – 1921. – V. 221. – P. 163–198.
4. *Goldstein R.V., Osipenko N.M.* Loading history and structure of fracture of material // Proc. Struct. Integr. Spec. Iss. – 2016. – V. 2. – P. 2397–2404.
5. *Martin R.J.* Time-dependent crack growth in quartz and its application to the creep of rocks // J. Geophys. Res. – 1972. – V. 77. – No. 8. – P. 1406–1419.
6. *Гольдштейн Р.В., Ладыгин В.М., Осипенко Н.М.* Модель разрушения слабопористого материала при сжатии и растяжении // ФТПРПИ. – 1974. – № 1. – С. 3–13.
7. *Evans A.G., Fu Y.* The Mechanical Behavior of Alumina // Fracture in Ceramic Materials. – Park Ridge–New York: Noyes Publications, 1984. – P. 56–88.
8. *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* Разрушение и формирование структуры // Докл. АН СССР. – 1978. – Т. 240. – № 4. – С. 829–832.
9. *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* Структуры разрушения. Условия формирования. Эшелоны трещин. – М.: 1978. – 58 с. / Препринт ИПМ АН СССР № 110.
10. *Гольдштейн Р.В., Капцов А.В.* Взаимодействие удаленных трещин и формирование структур разрушения. – М.: 1981. – 66 с. / Препринт ИПМ АН СССР № 179.
11. *Гольдштейн Р.В., Капцов А.В.* Формирование структур разрушения слабо взаимодействующими трещинами // Изв. АН СССР. МТТ. – 1982. – № 4. – С. 157–166.
12. *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* Структуры в процессах разрушения // Изв. РАН. МТТ. – 1999. – № 5. – С. 49–71.
13. *Соболев Г.А., Асатрян Х.О.* Развитие иерархии разрывов при деформировании высокопластического материала // Докл. АН СССР. – 1990. – Т. 315. – № 2. – С. 345–348.
14. *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* Иерархия структур при разрушении // Докл. РАН. – 1992. – Т. 325. – № 4. – С. 735–739.
15. *Sherman S.I.* Destruction of the lithosphere: Faultblock divisibility and its tectonophysical regularities // Geodyn. Tectonophys. – 2012. – V. 3. – No. 4. – P. 315–344.
16. *Гольдштейн Р.В., Панин В.Е., Осипенко Н.М., Деревягина Л.С.* Модель формирования структуры разрушения в слое с упрочненными приповерхностными зонами // Физ. мезомех. – 2005. – Т. 8. – № 6. – С. 23–32.
17. *Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М.* Иницирование разрушения на контакте при сдвиге // Изв. РАН. МТТ. – 2013. – № 4. – С. 72–79.
18. *Brace W.F., Bombolakis E.G.* A note of brittle crack growth in compression // J. Geophys. Res. – 1963. – V. 68. – No. 12. – P. 3709–3713.
19. *Hoek E., Bieniawski Z.* Brittle fracture propagation in rock under compression // Int. J. Fract. Mech. – 1965. – V. 1. – No. 2. – P. 137–155.
20. *Cotterell B.* Brittle fracture in compression // Int. J. Fract. Mech. – 1972. – V. 8. – No. 2. – P. 195–208.
21. *Nemat-Nasser S., Harri H.* Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation, and rockburst // J. Geophys. Res. B. – 1982. – V. 87. – No. 8. – P. 6805–6821.
22. *Kranz R.L.* Microcracks in rocks: A review // Tectonophysics. – 1983. – V. 100. – No. 1–3. – P. 449–480.
23. *Лавров Н.А., Слепян Л.И.* Хрупкое разрушение упругих тел при сжатии // Докл. АН СССР. – 1991. – Т. 316. – № 5. – С. 1098–1102.
24. *Wang E.Z., Shrive N.G.* Brittle fracture in compression: Mechanics, models and criteria // Eng. Fract. Mech. – 1995. – V. 52. – No. 6. – P. 1107–1126.
25. *Одинцов В.Н.* Отрывное разрушение массива скальных горных пород. – М.: Изд-во ИПКОН РАН, 1996. – 167 с.
26. *Bazant Z.P., Planas J.* Fracture and Size Effect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. – New York: CRC Press LLC, 1998. – 616 p.
27. *Dyskin A.V., Germanovich L.N., Ustinov K.B.* Modeling 3D Crack Growth and Interaction in Compression // Proc. 1st Austral-Asian Congress on Appl. Mech. (ACAM-96). – Melbourne: Inst. of Engineers, 1996. – V. 1. – P. 139–144.
28. *Dyskin A.V., Sahouryeh E., Jewell R.J., Joer H., Ustinov K.B.* Influence of shape and locations of initial 3D cracks on their growth in uniaxial compression // Eng. Fract. Mech. – 2003. – V. 70. – No. 15. – P. 2115–2136.
29. *Hu-Dan Tang, Zhen-De Zhu, Ming-Li Zhu, Heng-Xing Lin.* Mechanical behavior of 3D crack growth in transparent rock-like material containing preexisting flaws under compression // Adv. Mater. Sci. Eng. – 2015. – V. 2015. – Article ID 193721 (10 p.).
30. *Рыжак Е.И.* Об эшелонной структуре как форме потери устойчивости горной породы // Изв. АН СССР. МТТ. – 1983. – № 5. – С. 127–136.
31. *Ревуженко А.Ф.* Механика сыпучей среды. – Новосибирск: ЗАО ИПП «ОФСЕТ», 2003. – 373 с.
32. *Бобряков А.П., Ревуженко А.Ф.* Экспериментальное моделирование спиральных линий скольжения в сыпучих материалах // ФТПРПИ. – 2009. – № 2. – С. 3–9.
33. *Santiago S.D., Hilsdorf H.* Fracture mechanisms of concrete under compressive loads // Cement Concrete Res. – 1973. – V. 3. – P. 363–388.
34. *Dyskin A.V., Sahouryeh E., Ustinov K.B.* The Role of Micro-Plasticity in the Mechanisms of Shear Fracture and Splitting in Uniaxial Compression // Tools and Techniques in Rock Mechanics: Proc. 2nd North American Rock Mech. Symp. (NARMS-96). – Rotterdam: Balkema, 1996. – V. 2. – P. 1611–1618.
35. *Goodier J.N.* Concentration of stress around spherical and cylindrical inclusions and flaws // J. Appl. Mech. – 1933. – V. 55. – No. 1. – P. 39–44.
36. *Сковорода А.Р., Сарвазян А.П.* О допустимой степени сжатия мягких биологических тканей при диагностике опухолей // Биофизика. – 1999. – Т. 44. – № 3. – С. 550–554.
37. *Wathmough D.J.* Breast compression to increase the sensitivity of light-scanning for the detection of carcinoma: Potential hazard // J. Biomed. Eng. – 1992. – V. 14. – P. 173–174.
38. *Skovoroda A.R., Goldstein R.V.* The identification of elastic moduli of a stratified layer through localized surface probes, with biomedical

- applications // Comput. Model. Eng. Sci. – 2003. – V. 4. – No. 4. – P. 457–472.
39. Сковорода А.Р. Задачи теории упругости в проблеме диагностики патологий мягких биологических тканей. – М.: Изд. физ.-мат. лит., 2006. – 232 с.
 40. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. О модели разрушения структурированной среды в условиях сжатия // Изв. РАН. МТТ. – 2010. – № 6. – С. 86–97.
 41. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Некоторые модели и эффекты разрушения в условиях сжатия // Актуальные проблемы механики. 50 лет Институту проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. – М.: Наука, 2015. – С. 338–356.
 42. Гольдштейн Р.В. Разрушение при сжатии // Успехи механики. – 2003. – Т. 2. – № 2. – С. 3–20.
 43. Баренблатт Г.И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Общие представления и гипотезы. Осесимметричные трещины // ПММ. – 1959. – Т. 23. – № 3. – С. 434–444.
 44. Barenblatt G.I. Mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture // Adv. Appl. Mech. – 1962. – V. 7. – P. 55–129.
 45. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Равновесие полостей и трещин-разрезов с областями налегания и раскрытия в упругой среде // ПММ. – 1986. – Т. 50. – № 5. – С. 826–834.
 46. Балуева А.В., Гольдштейн Р.В., Завовский А.Ф. Метод расчета смещений поверхностей тонких пространственных полостей // ФТПРПИ. – 1984. – № 6. – С. 3–9.
 47. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Численно-аналитический метод решения пространственных задач теории упругости с неизвестной границей для полостей и трещин. Ч. 1 // Изв. АН СССР. МТТ. – 1988. – № 4. – С. 75–85.
 48. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Анализ равновесия плоской трещины с учетом образования в областях контакта зон скольжения и сцепления при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1978. – № 2. – С. 141–148.
 49. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Напряженное состояние упругой среды, ослабленной эллиптической трещиной со взаимодействиями поверхностями при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1988. – № 1. – С. 126–132.
 50. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Численно-аналитический метод решения пространственных задач теории упругости с неизвестной границей для полостей и трещин. Ч. 2. Сдвиговая задача // Изв. АН СССР. МТТ. – 1988. – № 5. – С. 65–78.
 51. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Анализ процесса скольжения поверхностей трещины с учетом сил трения при сложном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1991. – № 1. – С. 139–148.
 52. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Деформация трещиноватой среды при сдвиговом нагружении // Изв. РАН. МТТ. – 1993. – № 3. – С. 161–168.
 53. Моссаковский В.И., Рыбка В.М. Неосесимметричное сжатие упругого пространства, ослабленного круговой щелью // Гидроаэромеханика и теория упругости. Вып. 23. – Днепропетровск: Изд-во Днепропетровского ун-та, 1976. – С. 149–156.
 54. Гольдштейн Р.В., Спектор А.А. Вариационные оценки решений некоторых смешанных пространственных задач теории упругости с неизвестной границей // Изв. АН СССР. МТТ. – 1978. – № 2. – С. 82–94.
 55. Walsh J.B. The effect of cracks on the uniaxial compression of rocks // J. Geophys. Res. – 1965. – V. 70. – No 2. – P. 399–411.
 56. Беркович А.Е., Моссаковский В.И., Рыбка В.М. Влияние истории внешнего нагружения на напряженно-деформированное состояние трещиноватой среды при наличии трения // Изв. АН СССР. МТТ. – 1977. – № 4. – С. 137–142.
 57. Житников Ю.В., Тулинов Б.М. Деформационные характеристики среды, ослабленной трещинами со взаимодействующими берегами // Изв. АН СССР. МТТ. – 1984. – № 5. – С. 44–54.
 58. Житников Ю.В., Тулинов Б.М. Взаимодействие между берегами разреза в сложнапряженном состоянии // Изв. АН СССР. МТТ. – 1982. – № 4. – С. 168–172.
 59. Гольдштейн Р.В., Савова Л.Н. Об определении раскрытия и коэффициентов интенсивности напряжений для гладкой криволинейной трещины в упругой плоскости // Изв. АН СССР. МТТ. – 1972. – № 2. – С. 69–78.
 60. Collierell B., Rice J.R. Slightly curved or kinked cracks // Int. J. Fracture. – 1980. – V. 16. – No. 2. – P. 155–169.
 61. Андреев А.В., Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Равновесие криволинейных трещин с учетом образования областей налегания, скольжения и сцепления берегов трещин // Изв. РАН. МТТ. – 2000. – № 3. – С. 137–148.
 62. Андреев А.В., Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Эволюция равновесного состояния гладких криволинейных трещин с взаимодействующими с трением поверхностями в процессе нагружения // Изв. РАН. МТТ. – 2003. – № 1. – С. 135–149.
 63. Линьков А.М., Доброскок А.А. О численном моделировании деформирования пород при сжатии // ФТПРПИ. – 2001. – № 4. – С. 36–48.
 64. Дыскин А.В., Салганик Р.А. Модель дилатансии хрупких материалов с трещинами при сжатии // Изв. АН СССР. МТТ. – 1987. – № 6. – С. 169–178.
 65. Гольдштейн Р.В., Житников Ю.В. Деформация многослойной трещиноватой среды // Изв. РАН. МТТ. – 1998. – № 6. – С. 38–49.
 66. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Структуры разрушения в окрестности макроразрыва продольного сдвига // Изв. РАН. МТТ. – 2012. – № 5. – С. 22–34.
 67. Germanovich L.N., Dyskin A.V. Fracture mechanisms and instability of openings in compression // Int. J. Rock Mech. Mining Sci. – 2000. – V. 37. – P. 263–284.
 68. Goldstein R.V., Osipenko N.M. About brittle fracture in the vicinity of filled pores // Continuum Mech. Thermodyn. – 2010. – V. 22. – P. 555–569.
 69. Bazant Z.P., Chau V.T. Recent Advances in Global Fracture Mechanics of Growth of Large Hydraulic Crack Systems in Gas or Oil Shale: A Review // New Frontiers in Oil and Gas Exploration. – Switzerland: Springer, 2016. – P. 435–460.
 70. Haimson B., Lee H. Borehole breakouts and compaction bands in two high-porosity sandstones // Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. – 2004. – V. 41. – P. 287–301.
 71. Mollema P.N., Antonellini M.A. Compaction bands: A structural analog for anti-mode I crack in Aeolian sandstone // Tectonophysics. – 1996. – V. 267. – P. 209–228.
 72. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Структуры разрушения в условиях интенсивного сжатия // Проблемы механики деформированного твердого тела и горных пород. – М.: Физматлит, 2006. – С. 152–166.
 73. Хеллан К. Введение в механику разрушения. – М.: Мир, 1988. – 364 с.
 74. Haimson B.C. Borehole breakouts in Berea sandstone reveal a new fracture // Pure Appl. Geophys. – 2003. – V. 160. – P. 813–831.
 75. Lajtai E.Z. Brittle fracture in compression // Int. J. Fracture. – 1974. – V. 10. – No. 4. – P. 525–536.
 76. Чанышев А.И., Ефименко Л.Л. Математические модели блочных сред в задачах геомеханики // ФТПРПИ. – 2003. – № 3. – С. 73–84.
 77. Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.
 78. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Модель хрупкого разрушения пористых материалов при сжатии // Математическое моделирование систем и процессов. – 2009. – № 17. – С. 47–57.
 79. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. О нарушении адгезии пористой подложки и покрытия при сжатии // Успехи механики сплошных сред. – Владивосток: Наука, 2009. – С. 154–169.
 80. Качанов Л.М. Расслоение стекловолокнистых труб при внешнем давлении // Мех. композ. – 1975. – № 6. – С. 1106–1108.
 81. Качанов Л.М. К вопросу о расслоении композитных материалов // Вест. ЛГУ. – 1976. – № 13. – Вып. 3. – С. 77–81.
 82. Bolotin V.V. Delaminations in composite structures: Its origin, buckling, growth and stability // Composites. B. – 1996. – V. 27. – No. 2. – P. 129–145.
 83. Bolotin V.V. Stability Problems in Fracture Mechanics. – New York: John Wiley and Sons, 1996. – 188 p.

84. Слепня А.И. Механика трещин. – Л.: Судостроение, 1981. – 296 с.
85. Гольдштейн Р.В., Коновалов М.Б. Асимптотический анализ пространственной задачи о трещине-расслоении в двухслойной пластине // Изв. РАН. МТТ. – 1996. – № 3. – С. 62–71.
86. Goldslein R.V., Konovalov M.B. Asymptotic analysis of a delamination in a bi-layered plate // R. Acad. Sci. Paris. Ser. Lib. – 1997. – V. 324. – P. 419–426.
87. Dyskin A.V., Germanouich L.N., Ustinov K.B. Asymptotic analysis of crack interaction with free boundary // Int. J. Solids Struct. – 2000. – V. 37. – P. 857–886.
88. Товстик П.Е. Модель роста трещины в двухслойном материале // Вест. СПбГУ. Сер. 1. – 2000. – Вып. 1. – С. 138–144.
89. Волинский А.А., Чернов И.В., Бакеев Н.Ф. Явление возникновения регулярного микрорельефа при деформировании полимеров, имеющих твердое покрытие // Докл. РАН. – 1997. – Т. 355. – № 4. – С. 491–493.
90. Баженов С.А., Волинский А.А., Воронина Е.Е., Бакеев Н.Ф. Потеря устойчивости упругого покрытия при динамическом сжатии вязкотекучей подложки // Докл. РАН. – 1999. – Т. 367. – № 1. – С. 75–77.
91. Морозов Н.Ф., Паукишто М.В., Товстик П.Е. Устойчивость поверхностного слоя при термонагрузении // Изв. РАН. МТТ. – 1998. – № 1. – С. 130–139.
92. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Об оценке эффективной прочности тел при сжатии // Изв. РАН. МТТ. – 2017. – № 4. – С. 80–93.
93. Timko G.W., Frederking R.M.W. Compressive strength of ice sheets // Cold Reg. Sci. Tech. – 1990. – V. 17. – P. 227–240.
94. Черепанов Г.П. О выпучивании мембран с отверстиями при растяжении // ПММ. – 1963. – Т. 27. – № 3. – С. 275–286.
95. Гузь А.Н., Дышель М.Ш., Кулиев Г.Г., Милованова О.Б. Разрушение и устойчивость тонких тел с трещинами. – Киев: Наукова думка, 1981. – 184 с.
96. Кулиев Г.Г. Разрушение и устойчивость трехмерных тел с трещинами и некоторые родственные проблемы горной и нефтяной механики. – Баку: Элм, 1983. – 132 с.
97. Goldslein R.V., Osipenko N.M. Some Mechanisms of Localized Fracture of Ice Coyer under the Action of Compression // Proc. 8th Int. Conf. (POAC'85). – Narssarsuaq Greenland, 1985. – V. 3. – P. 1170–1188.
98. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. О локализованном хрупком разрушении тонких тел с трещиноподобными дефектами при сжатии со стеснением // Изв. АН СССР. МТТ. – 1987. – № 5. – С. 158–167.
99. Goldslein R.V., Osipenko N.M. Some questions on ice and ice cover fracture in compression // Ice-Structure Interaction. IUTAM-IAHR Symp. – Berlin: Springer-Verlag, 1991. – P. 251–266.
100. Гольдштейн Р.В., Осипенко Н.М. Механика разрушения и некоторые вопросы разрушения льда // Механика и физика льда. – М.: Наука, 1983. – С. 31–62.
101. Goldslein R.V., Osipenko N.M. Some Aspects of Fracture Mechanics of Ice Coyer // Proc. 7th Int. Conf. (POAC'83). – Helsinki, 1983. – P. 132–143.

Поступила в редакцию
28.03.2018 г.

Сведения об авторах

Гольдштейн Роберт Вениаминович, д.ф.-м.н., проф., чл.-корр. РАН
Осипенко Николай Михайлович, к.т.н., снс ИПМех РАН, osipnm@mail.ru