

УДК 666:539.5

**Варламов А.А.** – кандидат технических наук, профессор

E-mail: mgrp@mgn.ru

**Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова**

Адрес организации: 455000, Россия, г. Магнитогорск, пр. Ленина, д. 38

### Модели упругого поведения бетона

#### Аннотация

На основе двухкомпонентной модели материала «матрица-дефекты» построена модель упругой работы бетона. Проведен анализ поведения модели в зависимости от количества и распределения дефектов по телу бетонной призмы. Рассмотрены вопросы роста дефектов в процессе работы призматического бетонного образца и их влияния на прочностные и деформативные свойства бетона. Модели прошли проверку сравнением с компьютерными моделями и экспериментами на стандартных призматических образцах.

**Ключевые слова:** двухфакторная модель, заполнитель, матрица, модуль упругости, свойства бетона.

Рассмотрим расположение заполнителя в определенном объеме. Форму заполнителя примем в виде шара. В принципе можно принять любую другую форму, что не скажется на дальнейших выводах. Предполагается, что материал имеет фиксированную структуру (старый бетон). Рассмотрим размещение заполнителя в виде шаров одного размера (диаметр  $d$ ) в определенном образце (кубик) [1, 2]. Это означает, что образец имеет стенки и заполнитель попадает только внутрь образца. Разделим объем образца на  $n$  частей, в которые могут помещаться только два заполнителя (размер ячейки  $1,707d$ ). Ячейки имеют стенки. Вероятность попадания одного заполнителя в одну из ячеек равна  $n/n$ , второго заполнителя в свободную ячейку  $(n-1)/n$  и так далее, последнего заполнителя в последнюю свободную ячейку  $1/n$ . Далее, вероятность попадания следующего заполнителя в заполненную ячейку изменяется от  $n/n$  и далее до последней возможной ячейки до  $1/n$ . При заполнении  $m$  ячеек вероятность попадания в них заполнителя составляет  $m/n$ , в этом случае вероятность попадания в свободную ячейку составляет  $(n-m)/n$ .

Примем за критерий заполнения вероятность 0,5 – заполнение идет в сторону большей вероятности заполнения. При заполнении половины ячеек, считая, что заполнитель в ячейке расположился так, что позволяет расположиться в ней второму шару, получаем среди заполненных ячеек 50 % пустот и вероятность попадания следующего шара в свободную клетку определяется  $0,5/(0,5+0,25) = 0,67$ . Поэтому свободные ячейки продолжают заполняться до занятия шарами 67 % из них. После этого заполняться начинают и свободные и заполненные одним шаром ячейки, причем, заполненные одним шаром ячейки заполняются вторым быстрее, чем свободные первым, вплоть до заполнения всего поля шарами. Однако этот случай заполнения маловероятен, так как попадание шара в ячейку так, что остается свободное место для попадания в ячейку второго шара, мала. Для упрощения подсчетов разобьем ячейку на дополнительные клетки со стороной  $0,05d$  и предположим, что центр шара может находиться только в одной из этих клеток, тогда вероятность попадания второго шара в эту ячейку составляет 0,005, а вероятность заполнения вначале всех пустых ячеек возрастает до 99 %.

Аналогично, при разделении общей площади (плоское сечение) на ячейки по четыре шара (размер ячейки  $2d$ ), при принятии условия деления ячейки на клетки: вероятность заполнения такой ячейки одним шаром – 1, двумя шарами – 0,044; тремя шарами – 0,00081 (что уже маловероятно); четырьмя шарами – 0,00000145. Увеличение раздвижки зерен (уменьшение диаметра заполнителя до 0,95 от первоначального размера, приводит к увеличению количества растворной части в 1,36 раза) увеличивает вероятность попадания двух шаров до 0,097, четырех до 0,000256.

В реальном материале структура создается, количество заполнителя и растворной части дозируется.

На рис. 1а. показан квадрат единичной площади, в котором расположено два зерна заполнителя соприкасающихся между собой. Внутри квадрата показана площадь равная

вероятности попадания двух соприкасающихся зерен в площадь квадрата. Очевидно, что при уменьшении диаметра зерен вероятность попадания их в этот квадрат возрастает, а увеличение расстояния между зернами уменьшает вероятность их попадания в квадрат. Следовательно, при свободном попадании в квадрат наиболее вероятно, что зерна будут образовывать кучки. В отличие от этого случая, при перемешивании заполнителя в матрице искусственного материала хаотичность расположения стараются уменьшить, энергия тратится на уменьшение энтропии и структурирование материала. В этом случае расположение заполнителя происходит равномерно по объему. Тогда, разделяя объем образца на меньшие одинаковые объемы, должны получать в этих меньших объемах одинаковое количество заполнителя. Например, разделяя прямоугольную пластину на две одинаковые части по вертикали, затем получившиеся части на две одинаковые по горизонтали и т.д.: получаем в конце деления наименьшую ячейку, в которой сохраняется равномерность объемов (рис. 1б). Однако, в этом случае, предыдущая ячейка должна быть симметричной относительно одной из осей деления.

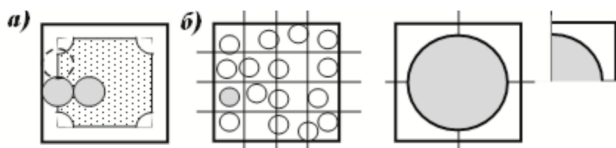


Рис. 1. Расположение заполнителя в матрице

Поэтому идеально равномерное распределение должно быть при таком разделении также симметрично относительно осей деления, а в случае объемного деления – плоскостей деления.

Выводы:

1. В отличие от статистического заполнения объема смеси искусственные материалы создаются под нужную структуру и заполнитель вынужден размещаться в определенном ему объеме, где он уже смещается в соответствии со случайными процессами.

2. Идеально однородная модель должна быть симметрична относительно выбранных осей;

3. Существует минимальная ячейка в идеальной модели, разделяя которую мы получаем ячейку с неоднородным распределением материала;

4. В реальной модели надо рассматривать два вида неоднородностей – неоднородность между ячейками и неоднородность внутри ячейки.

Определенно на настоящий момент [3, 4, 5] невозможно описать простыми формулами соотношения напряжение – деформация – время – температура (определяющие уравнения) реального бетона, поэтому путем идеализации его поведения необходимо получить простые физические уравнения. Наиболее простые модели разнородных материалов, показаны на рис. 2. Представленные модели двухфакторные: заполнитель и матрица. В качестве заполнителя возможно рассматривать или реальный заполнитель, имеющий соответствующий модуль деформации или дефекты матрицы для которых принимаем модуль равным нулю.

На приведенных моделях рис. 2 графики зависимости « $\epsilon$ - $\sigma$ » построены в относительных единицах для материалов, составляющих модель (матрица и заполнитель). Промежуточные графики моделей построены в зависимости от соотношения количества составляющих материалов (1:0,5; 1:1; 1:2). Для схемы б (рис. 2) все графики имеют вид, показанный на рис 2е. Схема неоднородности по рис. 2б не способствует перераспределению напряжений и деформаций и поэтому не может быть взята за основу при моделировании двухкомпонентного бетона. С другой стороны элементы схемы б могут встречаться в реальном бетоне.

Для «грубо» неоднородных материалов, каким является бетон, использование приведенных схем (рис. 2) не рационально, так как не позволяет учесть неоднородность напряжений и деформаций. Но надо и здесь отметить, что речь идет об определенных размерах элементов и их соотношении. Говорить о деформациях бетона, как материала, возможно при достаточном усреднении деформаций.

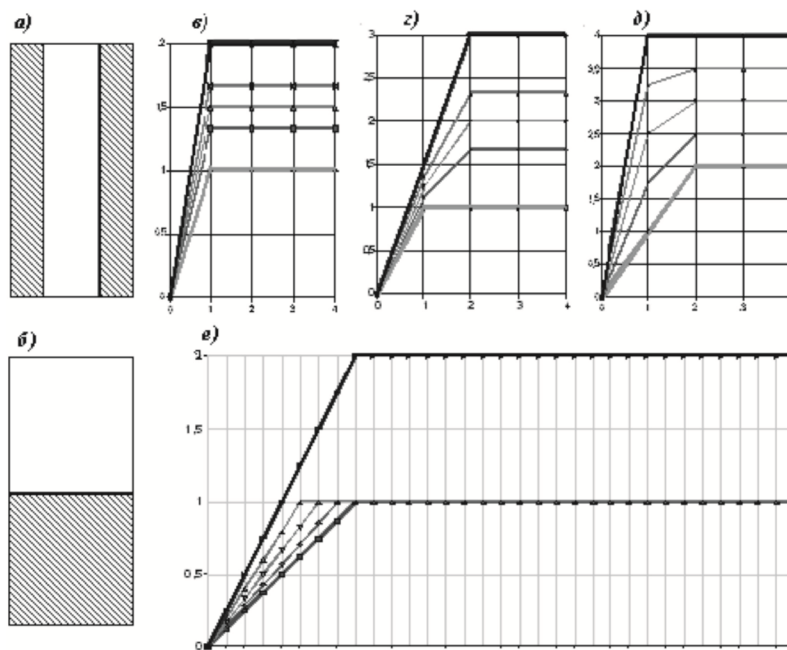


Рис. 2. Возможные диаграммы поведения разнородного материала:  
а), б) схемы разнородности материала; в), г), д) варианты диаграмм для схемы а в зависимости от структуры и характеристик материала неоднородности;  
е) диаграммы для схемы б

То есть речь идет о достаточно больших элементах, смещения которых можно усреднить. Например, измеряя деформации на базе равной размеру заполнителя, получим величины деформаций заметно зависящие от расположения этой базы относительно заполнителя. Выделяемый элемент должен быть достаточно большим, чтобы можно было определить средний градиент смещения, но и достаточно малым, чтобы в нем не было скачков градиента смещения. Для примера разобьем призму на отдельные неоднородные части (уже отмечалось, что во всех рассматриваемых моделях будем использовать два компонента).

На рис. 3 I показаны схемы разбивки призмы. На схеме рис. 2 I, а показана грубая разбивка на неоднородные компоненты, которая больше отвечает структуре обычного бетона. На схеме рис. 2 Iб неоднородные компоненты статистически равномерно расположены по объему призмы, компонент связывающий (на данной схеме светлый и имеющий больший объем), назовем матрицей. Заполнитель по рис. 2 Iб имеет меньший объем. Для схемы неоднородности по рис. 2 I, а характерно обратное соотношение. В дальнейшем схемы по рис. 2 I, а и б примем за основные. Схему по рис. 2 Iб представим в видоизмененном виде схемами на рис. 2 Iв и 2 Iг. На схеме рис. 2 Iв все частицы заполнителя смещены по горизонтали к правой стенке призмы, на схеме рис. 2 Iг – проведено ранжирование частиц схемы по рис. 2 Iв. На схеме рис. 2 Id все частицы заполнителя смещены по вертикали к нижней стенке призмы, на схеме рис. 2 Iе – проведено ранжирование частиц схемы по рис. 2 Id. Вид распределения заполнителя, показанный на рис. 2 Iг, е соответствуют статистическим кривым распределения заполнителя в матрице.

Анализ приведенных на рис. 3 I схем, показывает:

1) из рассмотренных выделяются три схемы: равно распределённая (рис. 3 Iб), матрица с включением заполнителя (рис. 3 Ia), грубая (рис. 1);

2) первая схема – равно распределённая (рис. 3 Iб) характерна для растворной части бетона, при этом, если принять двух линейную схему работы материала, то равно распределённую схему при анализе работы материала на продольные деформации можно представить в упрощенном виде, изображенном на рис. 3 Iв как для среднего распределения материала или в виде схемы по рис. 3 Iг как для статистического распределения материала по высоте призмы;

3) схемы можно рассматривать и как схемы дефектов в однородном материале;

4) вторая схема (рис. 3 Ia) характерна для бетона и в отличие от схемы рис. 2 на ее поведение уже значительное влияние оказывает не только количество заполнителя, но и его размер и распределение заполнителя в объеме, т.е. как и в каком виде концентрируются частицы;

5) третья схема (рис. 3 Ib), полезна при анализе движения материала во времени.

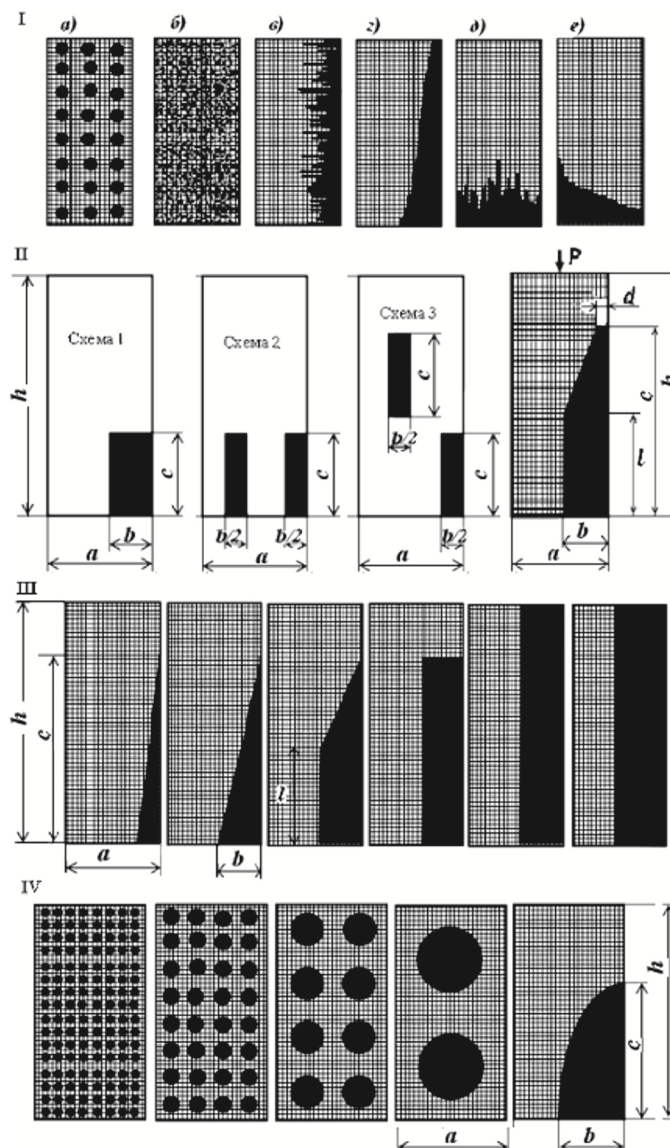


Рис. 3. Схемы распределения дефектов структуры в призме:

I – разбивка призмы на однородные компоненты;

II – расчетные схемы распределения материала в призме;

III – последовательность изменения дефектов структуры;

IV – расчетная схема для шаровидного заполнителя

Исходя из вышеизложенного, предлагается:

1) использовать третью схему для описания поведения бетона при пластическом деформировании. Здесь учитываются и результаты моделирования роста трещины в бетонной призме [6], которые показали незначительное влияние на продольные деформации бетона вертикальных трещиноподобных дефектов;

2) поведение бетона (изменение модуля упругости) описывать второй схемой;

3) первую схему использовать для описания работы растворной части бетона и в дальнейшем полученные результаты для описания поведения матрицы во второй схеме.

В первой схеме распределение заполнителя не играет существенной роли, поэтому при дальнейшем анализе поведения материала по этой схеме используем её как плоскую.

Рассмотрим простейшие схемы распределения материала, представленные на рис. 3П. Темной зоной на представленных схемах показан материал, который не сопротивляется внешнему воздействию. Материал светлой зоны работает упруго (модуль  $E$ ). Светлый материал не изменяет своих свойств в зависимости от внешнего воздействия. Рассматриваем плоскую призму нагруженную силой  $P$ . Запишем формулы деформации для призмы:

$$\text{Схема 1 и Схема 2} - \Delta l = (h - c) \frac{P}{aE} + c \frac{P}{(a-b)E} = \frac{Ph}{E} \frac{1 - c/h + c/a - b/a}{a-b} = \frac{Ph}{Ea} \left( 1 + \frac{c/h + b/a}{1 - b/a} \right);$$

$$\text{Схема 3} - \Delta l = \frac{Ph}{E} \frac{1 + c/h + b/a - b/2a}{a - b/2} = \frac{Ph}{Ea} \left( 1 + \frac{c/h + b/a}{1 - b/2a} \right).$$

Аналогично можно разделить темную зону  $b \times h$  на другое количество элементов, сохраняя ее площадь, при этом характер полученных зависимостей не изменится. Анализ, проведенный по полученным зависимостям, показал, что увеличение темной зоны в высоту (увеличение множителя перед  $a$  в знаменателе в выражении по схеме 3) уменьшает деформации и тем самым затраты энергии на сжатие призмы. Это позволяет сделать следующий вывод: в однородном материале направление роста зон разрушения (темная зона) идет в сторону направления деформации, а только потом в сторону ее расширения. Аналогичный вывод дает и исследование расширения темной зоны. Внешняя энергия затрачивается на рост зоны дефектов. С увеличением размера темной зоны  $b \times h$  увеличиваются деформации. Следовательно, по мере роста числа дефектов, увеличиваются и энергозатраты на их дальнейший рост [7]. Или по-другому: с увеличением энергозатрат на пластические деформации увеличиваются затраты и на упругое деформирование призмы до достижения упругими деформациями предельной величины. Надо здесь же отметить, что приведенные выводы относятся к рассматриваемым схемам.

Еще один вывод из анализируемых схем – упругие деформации призмы зависят не только от количества дефектов, но и от их распределения. Поэтому для дальнейшего анализа запишем деформации призмы для трапециевидальной расчетной схемы, показанной на рис. 3П:

$$\delta = \frac{\sigma h}{E} \left( 1 + \frac{c/h}{2a/d + b - 1} - l/h \frac{d-b}{(a-b)(2-d+b/a)} \right) \quad (1)$$

Перепишем последнее уравнение:

$$\frac{\delta E}{\sigma h} = \frac{E_0}{E'} = \left( 1 + \frac{c/h}{2a/d + b - 1} \right). \quad (2)$$

В результате построения зависимости факторы разделились: на относящиеся непосредственно к свойствам материалов (левая часть формулы) и структурные факторы (правая часть формулы (2)). Отношение начального модуля упругости материала ( $E_0$ ) к текущему ( $E'$ ) определено только от структурных параметров модели. Здесь имеется ввиду, что в начальном состоянии в материале нет дефектов (черной зоны) и в этом случае деформации призмы будут определяться только модулем матрицы  $E = E_0$ .

Из полученных результатов видно, что при  $b/a \rightarrow 0$  получаем трещиноподобный дефект, который не влияет на продольные деформации призмы. Если призма имеет дефекты одной ширины  $c/b = \text{const}$ , то первым начнет расти более короткий дефект (в рассматриваемой схеме не учтены поперечные деформации элементов). Учитывая предыдущий анализ, для рассматриваемой модели получаем: если в начале нагружения мы имели треугольную зону дефектов, то постепенно она переходит в трапециевидную и затем в прямоугольную. После этого прямоугольная зона расширяется до достижения в не дефектной зоне предельных деформаций. Для старого бетона (долго работающего под осевой нагрузкой) вполне возможно изначально предположить прямоугольную эпюру дефектов.

Рассмотрим табл. 1 [табл. 2.1-4 СП 52-101-03 Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры].

Таблица 1

| Значения начального модуля упругости бетона при сжатии и растяжении $E_b$ , МПа $10^3$ ,<br>при классе бетона по прочности на сжатие |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 10                                                                                                                                   | 15   | 20   | 25   | 30   | 35   | 40   | 45   | 50   | 55   | 60   |
| 19,0                                                                                                                                 | 24,0 | 27,5 | 30,0 | 32,5 | 34,5 | 36,0 | 37,0 | 38,0 | 39,0 | 39,5 |
| 2,08                                                                                                                                 | 1,64 | 1,44 | 1,32 | 1,22 | 1,14 | 1,10 | 1,07 | 1,04 | 1,01 | 1    |

В последней строчке таблицы дано соотношение модуля упругости текущего бетона по отношению к модулю бетона класса В60.

Проанализируем таблицу как для призм из однородного материала имеющего разное количество дефектов и, соответственно, разную прочность. Для бетона В60 примем бездефектную структуру ( $E_0/E' = 1$ ). Для дальнейшего качественного анализа это не очень существенно, зная, что начальный модуль упругости бетона при дальнейшем увеличении его класса, увеличивается незначительно. Для самого слабого бетона примем прямоугольную форму дефектов (как для сечения, наиболее ослабленного дефектами). Тогда для него  $\frac{E_0}{E'} = \left(1 + \frac{1}{a/b - 1}\right) = 2,08$ , отсюда получаем  $a/b = 1,926$ . Рассматривая дальше прямоугольную форму дефектов получим соответственно для значений  $a/b = 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10$  значения  $E_0/E' = 1,5; 1,33; 1,25; 1,2; 1,17; 1,14; 1,12; 1,11$ . Для бетона с треугольной зоной дефектов получим соответственно  $E_0/E' = 1,2; 1,14; 1,11; 1,09; 1,08; 1,07; 1,06; 1,05$ . Сравнение полученных результатов с соотношениями модулей, приведенных в таблице, в какой то степени подтверждает переход от треугольной (или близкой к ней) зоны к прямоугольной (или близкой к ней).

Далее рассмотрим изменение модуля деформаций для последовательности изменения дефектов по схемам рис. 3П. Общий относительный объем дефектов  $\Omega$  увеличивается слева направо в последовательности 0,08 **ah**; 0,16 **ah**; 0,24 **ah**; 0,32 **ah**; 0,4 **ah**; 0,48 **ah**.

Для каждой схемы запишем уравнения (исходя из (1) слева направо):  
 $\frac{E_0}{E'} = 1 + \frac{0,8}{2 \times 5 - 1} = 1,089$ ;  $\frac{E_0}{E'} = 1 + \frac{0,8}{2 \times 2,5 - 1} = 1,2$ ;  
 $\frac{E_0}{E'} = 1 + \frac{0,8}{2 \times 2,5 - 1} - 0,4 \frac{-0,4}{(0,6)(2-0,4)} = 1,367$ ;  $\frac{E_0}{E'} = 1 + \frac{0,8}{2 \times 1,25 - 1} = 1,53$ ;  
 $\frac{E_0}{E'} = 1 + \frac{1}{2 \times 1,25 - 1} = 1,667$ ;  $\frac{E_0}{E'} = 1 + \frac{1}{2 \times 1,042 - 1} = 1,923$  и для  $\Omega = 0,56$  **ah**:  
 $\frac{E_0}{E'} = 1 + \frac{1}{2 \times 0,893 - 1} = 2,272$ .

Графики, полученные с использованием выполненных расчетов, показаны на рис. 4.

По горизонтальной оси рис. 4. отложено относительное количество дефектов в модели  $\Omega$ .

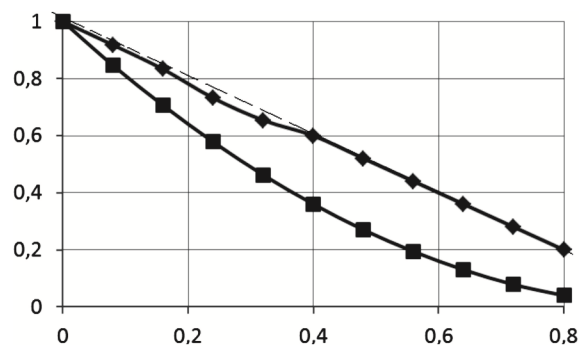


Рис. 4. Изменение прочности и деформативности модели материала от относительного числа дефектов

По вертикальной оси: верхний график – относительное изменение начального модуля деформации модели, нижний график – относительное изменение прочности модели  $\frac{R_0}{R'}$ . Зависимость относительного изменения прочности модели получена на основе формулы Фере:

$$\frac{R_0}{R'} = \frac{R_{\Pi}}{R_M} = \frac{(\alpha d_0^n)_{\Pi}}{(\alpha d^M)_{\Pi}} = \frac{\alpha((1-\Omega)^2)}{\alpha(1^2)} = (1-\Omega)^2.$$

При использовании формулы Фере предполагали, что коэффициент  $\alpha$  одинаков на всем исследуемом диапазоне (как для одного и того же материала), коэффициент  $n=2$  принят согласно предложению Фере. По приведенным графикам видно, что модуль деформации модели в зависимости от числа дефектов изменяется практически линейно.

Небольшое отклонение от линейной зависимости (отклонение при  $\Omega = 0,24$  составляет  $0,732/0,74 = 0,989$  или менее 1,1 %) происходит в области трапецевидной эпюры дефектов. Однако, судя по виду графика, связь деформативности и количества дефектов можно принять линейной вне зависимости от эпюры дефектов. Вид полученного графика  $E_0/E^* = 1 - \Omega$ . Рассмотрение двухкомпонентной модели показывает, что изменение модуля упругости [8] является прямым показателем увеличения количества дефектов или уменьшения ожидаемой прочности материала.

Для схемы по рис. 4 запишем выражения аналогичные (1)-(2) для образцов имеющих разные модули упругости темной и светлой зон. Для светлой зоны  $E_M$  (матрица), для темной зоны  $E_3$  (заполнитель). Модуль для призмы обозначим  $E_{\Pi}$ .

Общий вид зависимости:

$$\frac{E_M}{E_{\Pi}} = 1 - c/h + \frac{2(c/h - l/h)}{2 + (E_3/E_M - 1)(d/a + b/a)} + \frac{l/h}{1 + (E_3/E_M - 1)b/a}, \quad (3)$$

для однородного распределения материала  $d = b$ :

$$\frac{E_M}{E_{\Pi}} = \frac{1}{1 + (E_3/E_M - 1)b/a}.$$

Приведенные выше зависимости отражают влияние на модуль деформаций материала неоднородности его структуры и свойств его структурных составляющих. По мере упрощения схемы упрощаются и получаемые зависимости.

Рассмотрим зависимость для схемы, показанной на рис. 3 Ia. и 3 IV. В схемах, показанных на рис. 3 IV, слева направо увеличивается диаметр заполнителя при сохранении его общей доли в объеме призмы. В случае однородных деформаций (отсутствие концентрации напряжений) и упругой работы материалов схемы, показанные на рис. 3 IV, дают одинаковое выражение (4):

$$\frac{E_M}{E_{\Pi}} = 1 - c/h \left[ 1 - \frac{1}{1 + \pi/4 (b/a) (E_3/E_M - 1)} \right] \text{ или } \frac{E_M}{E_{\Pi}} = 1 - 2 \sqrt{\frac{\theta}{\pi}} \left[ 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\theta}{\pi}} (E_3/E_M - 1)} \right], \quad (4)$$

где  $\theta$  – относительная площадь заполнителя в сечении.

В выражении (4)  $c = nd$ ,  $b = md$ , где  $n$  и  $m$  количество заполнителя на ширине  $b$  и высоте призмы  $h$  соответственно,  $d$  – диаметр заполнителя.

По аналогичному принципу были построены плоские и объемные модели бетона с шаровидными и эллипсоидными заполнителями (8 моделей). Модели прошли проверку сравнением с компьютерными моделями и экспериментами на стандартных призматических образцах [9]. Модель (4) показала одни из наилучших результатов. Рассмотрение плоской модели объясняется и более простым определением размера и количества заполнителя по срезу материала. При обеспечении равномерного деформирования призмы (например, при испытании призмы в поршневой установке) формула (4) справедлива и для грубо разнородного распределения заполнителя.

### Список библиографических ссылок

1. Ахвердов И.Н. Основы физики бетона. – М.: Стройиздат, 1981. – 464 с.
2. Круциляк Ю.М., Варламов А.А. Выделение основных факторов поведения бетона // Актуальные проблемы строительства: монография. – Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2013. – С. 93-102.
3. Гениев Г.А. Обобщенный критерий длительной прочности тяжелых бетонов // Известия ГТУ. – Орел, 2007, № 2/14(530). – С. 17-24.
4. Бондаренко В.М. Фрагменты теории сопротивления бетона и железобетона. – М.: ИПЦ МИКХиС, 2005.
5. Римшин В.И., Ларионов Е.А., Василькова Н.Т. Энергетический метод оценки устойчивости сжатых железобетонных элементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений, 2012, № 2. – С. 77-81.
6. Пирадов К.А., Гузеев К.А. Расчет железобетонных элементов по критерию «работа энергия» // Бетон и железобетон, 1998, № 5. – С. 17.
7. Варламов А.А. Общий энергетический подход к оценке деформаций бетона // Бетон и железобетон, 2012, № 3. – С. 27-30.

8. Люльчак Е.С., Варламов А.А. К структурной модели неоднородного материала «Строительство-2012» // Материалы Международной науч. практ. конф. – Ростов-н/Д.: Рост. гос. строит. ун-т, 2012. – С. 139-141.
9. Галустов К.З. К вопросу об упруго-мгновенных деформациях в теории ползучести бетона // Бетон и железобетон, 2008, № 5. – С. 11-15.

**Varlamov A.A.** – candidate of technical sciences, professor

E-mail: mgrp@mgn.ru

**Magnitogorsk State Technical University of Nosov**

The organization address: 455000, Russia, Magnitogorsk, Lenin st., 38

### Model of elastic behavior of concrete

#### Resume

To build a model of elastic behavior of the concrete model is adopted «matrix-filler». Model for probabilistic analysis conducted organize filler in the body of the matrix. Result: 1. Placeholder in the model is placed in a certain amount of it; 2. Filler shifted in accordance with stochastic processes; 3. There is minimum cell, where we get the inhomogeneous distribution of material; 4. Real model considers two types of heterogeneity – heterogeneity and heterogeneity between cells within a cell.

Based on the analysis of the simplest models proposed three basic options for models. Distributed matrix with inclusions, rough. Aggregate – real or filler matrix defects. Using the model analyzed growth defects in the concrete (including cracks). Obtained a linear dependence of the number of defects due and initial modulus of elasticity of concrete  $E_0/E_0' = 1 - \Omega$ .

Received different versions of dependencies: binding elastic properties of concrete ( $E_b$ ), aggregate ( $E_s$ ) and matrix ( $E_M$ ). One of the most effective offered flat model:

$$\frac{E_M}{E_n} = 1 - 2\sqrt{\frac{\theta}{\pi}} \left[ 1 - \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\pi}{\theta} (E_s/E_n - 1)}} \right],$$

where  $\theta$  – in the relative area of the filler section of the prism.

**Keywords:** two-factor model, aggregate, matrix, the modulus of elasticity.

#### References list

1. Akhverdov I.N. Foundations of physics Concrete. – M.: Stroiizdat, 1981. – 464 p.
2. Krutsilyak Y.M., Varlamov A.A. Isolation of the major factors of behavior of concrete // Actual problems of building: monograph. – Magnitogorsk: Magnitogorsk State Technical University of Nosov, 2013. – P. 93-102.
3. Geniev G.A. Generalized criterion of long-term strength of heavy concrete // Izvestia GTU. – Orel., 2007, № 2/14 (530). – P. 17-24.
4. Bondarenko V.M. Fragments of the theory of concrete and reinforced concrete resistance. – M.: IPC MIKHiS, 2005.
5. Rimshin V.I., Larionov E.A., Vasyilkova N.T. Energy method for assessing the stability of compressed concrete elements // Stroitel'naja mehanika inzhenernykh konstrukcij i sooruzhenij, 2012, № 2. – P. 77-81.
6. Piradov K.A., Guzeev K.A. Calculation of reinforced concrete elements by «energy work» // Beton i zhelezobeton, 1998, № 5. – P. 17.
7. Varlamov A.A. Overall energy approach to the evaluation of strains of concrete // Beton i zhelezobeton, 2012, № 3. – P. 27-30.
8. Lyulchak E.S., Varlamov A.A. By structural model inhomogeneous material // «Construction-2012»: Proceedings of the International scientific. pract. conf. – Ростов-Н/Д.: Rostov height. Reg. builds. University, 2012. – P. 139-141.
9. Galustov K.Z. To the question of the elastic instantaneous deformations in the theory of concrete creep // Beton i zhelezobeton, 2008, № 5. – P. 11-15.