

УДК 658.11:338.8+519.876.2:338.8

МОДЕЛИ ОЛИГОПОЛИИ

А.А. Мицель^{1,2}, С.В. Козлов¹

¹Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

²Томский политехнический университет

E-mail: maa@asu.tusur.ru

Рассматриваются модели олигополии, описывающие стратегии фирмы и позволяющие определить оптимальный объем производства продукции и цену для получения максимальной прибыли. На основе моделей Курно и картеля предложена математическая модель нарушения картельного соглашения, проведен сравнительный анализ моделей в статике и в динамике. Проанализированы факторы, оказывающие влияние на выбор стратегии. Сделан вывод о целесообразности использования стратегии «Обман» в зависимости от исходных условий (намерений фирмы на рынке).

Введение

Олигополия — это рыночная структура, при которой в реализации какого-либо товара доминирует очень немного продавцов, а появление новых продавцов затруднено или невозможно. Олигополия является одной из самых распространенных структур рынка в современной экономике. Почти все технически сложные отрасли промышленности — металлургия, химия, автомобилестроение, электроника, судо- и самолетостроение и др., имеют именно такую структуру [1].

Современной экономической теории известно достаточно большое количество моделей описывающих поведение фирмы на олигополистическом рынке.

Олигопольные рынки различают по тому, действуют ли их участники-олигополисты совершенно независимо друг от друга, на свой страх и риск, или же, напротив, они вступают в сговор, который может быть явным, открытым или тайным, скрытым. В первом случае обычно говорят о некооперированной олигополии, а во втором о кооперированной, одной из форм которой является картель.

Очевидно, что при анализе поведения олигополистов, действующих совершенно независимо друг от друга, определяющее значение имеют различия в предположениях относительно реакции соперников. В зависимости от того, выбирает ли олигополист в качестве управляемой переменной величину выпуска или цену, различают олигополию пред-

приятий, устанавливающих величину выпуска, или просто количественную олигополию и олигополию предприятий, назначающих цену, или ценовую олигополию. Существуют модели количественной олигополии Курно и Чемберлена, а также модель Штакельберга, предполагающая ассиметричное поведение олигополистов, и модели ценовой олигополии Бертрана и Эджуорта [1].

Остановимся подробнее на моделях, в которых стратегиями игроков является манипулирование объемами производства.

В данной работе рассматриваются три возможные стратегии взаимодействия фирм на олигополистическом рынке: модель Курно, модель Картеля и модель нарушения картельного соглашения (модель «Обмана»).

Описание двух первых моделей приведено в ряде учебников по теории игр и экономике, однако математическая модель «Обмана» не приводится в литературных источниках и на момент написания работы, описание данной модели с математической точки зрения авторами не встречалось.

На основе статических вариантов моделей, данные стратегии рассматриваются нами с точки зрения повторяющихся игр (динамических игр), которые описывают поведение фирмы на олигополистическом рынке в долгосрочном периоде, когда фирмам приходится принимать решение о выборе своей стратегии ни однократно.

Модель дуополии Курно

Одной из наиболее простых моделей олигополии является модель, сформулированная в 1838 г. французским экономистом О. Курно [2].

Предположим, что отраслевой спрос P задается формулой:

$$P = a - bQ, \quad (1)$$

где Q – общий выпуск продукции; a и b – коэффициенты модели. Предложение осуществляется двумя фирмами 1 и 2 так, что $Q = q_1 + q_2$. Известны функции затрат фирм, $C_i = k_i + c_i q_i$, где $i=1,2$. Здесь k_i , c_i – постоянные и переменные издержки производства. Суть данной функции состоит в том, что каждый из конкурентов определяет множество оптимальных для себя объемов предложения при всевозможных объемах предложения другого. Пересечение обоих множеств выявляет рыночную цену. Объем i -го производителя выражается уравнением:

$$q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2} q_{3-i}, \quad (2)$$

В соответствии с (2) на рис. 1 построены линии реакции дуополистов. Точка их пересечения определяет рыночное равновесие, поскольку указывает на те объемы индивидуального предложения, в изменении которых не заинтересован ни один из конкурентов.

Решив систему из уравнений (2) реакции дуополистов, получим равновесные значения выпуска для первой q_1^* и второй q_2^* фирмы:

$$q_i^* = \frac{a - 2c_i + c_{3-i}}{3b}, \quad \text{где } i=1,2. \quad (3)$$

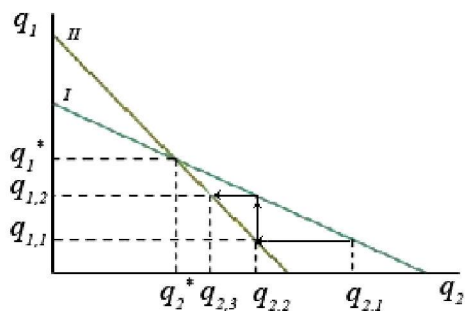


Рис. 1. Равновесие Курно

Подставив равновесные значения q_1^* и q_2^* (3) в функцию отраслевого спроса (1), найдем равновесную цену $P^* = a - bQ^* = a - b(q_1^* + q_2^*)$.

Обобщение модели Курно

На основе предпосылок модели дуополии Курно можно построить модель ценообразования на рынке с любым числом конкурентов n .

Для упрощения примем, что у всех конкурентов постоянные экономические затраты равны нулю, а переменные затраты равны: $C_i = c_i q_i$, $c_i = c$ ($i=1, \dots, n$). Тогда прибыль i -ой фирмы: $\pi_i = P q_i - c q_i$. Поскольку

$$P = a - b \sum_{i=1}^n q_i, \text{ то}$$

$$\begin{aligned} \pi_i &= [a - b(q_1 + \dots + q_n)] q_i - c q_i = \\ &= a q_i - b q_i q_1 - \dots - b q_i^2 - \dots - b q_i q_n - c q_i. \end{aligned}$$

Максимум прибыли найдем из условия

$$\partial \pi_i / \partial q_i = a - b q_1 - \dots - 2b q_i - \dots - b q_n - c = 0.$$

Поскольку $a - b q_1 - \dots - b q_i - \dots - b q_n = P$, то условие максимизации прибыли для отдельной фирмы имеет вид $P = b q_i + c$. Из него следует, что $q_i^* = (P - c) / b$, т. е. в состоянии равновесия все фирмы будут иметь одинаковый объем реализации. Это вытекает из допущения, что у всех фирм одинаковые предельные затраты на производство.

Подставим объем равновесного выпуска отдельной фирмы в функцию отраслевого спроса, тогда $P = a - bQ = a - (nb(P - c)) / b$, откуда следует, что равновесная цена равна: $P^* = (a + nc) / (1 + n)$.

При $n=1$ получаем монопольную цену, а по мере увеличения n цена приближается к предельным затратам.

Равновесие в модели Курно характеризуется тем, что ни одному конкуренту не выгодно менять свое поведение, пока поведение других конкурентов остается неизменным. Такое состояние называется *равновесием Нэша*.

Картель

В случае вступления фирмы в сговор с целью совместного определения выпуска модель Курно выглядят не очень разумной. Если сговор возможен, то фирмам выгоднее выбирать объем выпуска, максимизирующий общую прибыль отрасли, а затем разделить прибыль между собой. Объединение фирм в целях установления таких цен и объема выпуска, которые максимизировали бы общую прибыль отрасли, известно как картель. Картелем называют группу олигополистов, договорившихся об определенных принципах установления цен и/или распределения долей рынка [3].

Таким образом, задача максимизации прибыли для двух фирм состоит в выборе таких объемов выпуска q_1 и q_2 , которые бы максимизировали общую прибыль отрасли: $\pi = \max \{ P(q_1 + q_2) - c(q_1 + q_2) \}$.

Условия оптимальности для данной задачи имеют вид $P^* + (\partial P^* / \partial Q)(q_1^* + q_2^*) - c = 0$, где $P^* = P(q_1^* + q_2^*)$.

Условия оптимальности означают, что предельный доход от добавочной единицы выпуска должен быть одинаковым независимо от того, где он произведен.

Рассчитаем максимальную прибыль картеля для линейной кривой спроса при $c_1 = c_2 = c$. Функция совокупной прибыли картеля будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \pi &= [a - b \cdot (q_1 + q_2) - c](q_1 + q_2) = \\ &= (a - c)(q_1 + q_2) - b \cdot (q_1 + q_2)^2. \end{aligned}$$

Взяв производную и приравняв нулю, получим равенства предельного дохода предельным издержкам: $a - c - 2b(q_1^* + q_2^*) = 0$, а это означает, что

$$q_1^* + q_2^* = \frac{a - c}{2b}.$$

Следовательно, в условиях картеля нет проблем с получением максимальной суммарной прибыли, т. к. информация полная и нет необходимости анализировать разные гипотезы. В то же время возникает другая проблема, связанная со справедливым разделом общей прибыли между участниками картеля.

Это решение показано на рис. 2. Здесь изображены изопрофитные кривые для каждой из фирм и выделено геометрическое место точек их касаний друг с другом. Комбинация выпуска, максимизирующая общую прибыль отрасли (являющаяся решением задачи для картеля), должна лежать на линии, рис. 2.

Фирма, производящая продукцию с большими затратами, будет получать меньше прибыли. Для того, чтобы она не была заинтересована в нарушении договора о единой цене, необходимо определенное перераспределение прибыли между участниками картеля. Сумма перераспределяемой прибыли равна разнице между максимальной прибылью, получаемой фирмой с большими затратами при альтернативных вариантах ее поведения на рынке, и прибылью, получаемой при участии в картеле.

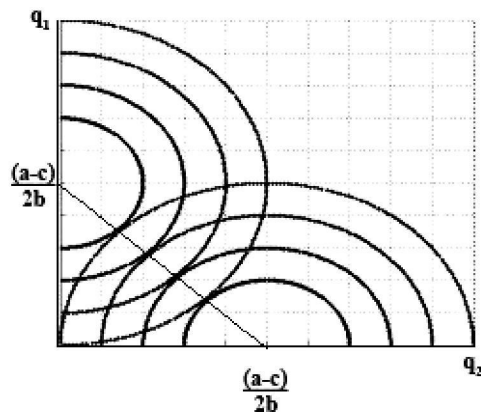


Рис. 2. Изопрофитные кривые

Нарушение картельного соглашения («Обман»)

Проблема с решением вступить в картель состоит в том, что всегда есть искушение нарушить условия соглашения. Рис. 2 иллюстрирует также искушение обмануть, присутствующее в каждом решении задачи максимизации прибыли картеля. В работе [4] указывается на возможность такой ситуации, однако математическая модель не приводится. Рассмотрим, например, точку, в которой две фирмы делят рынок поровну. Представим, что произошло бы, если бы руководство фирмы 1 предположило, что фирма 2 будет поддерживать свой выпуск постоянным. Если бы фирма 1 увеличила свой выпуск, а фирма 2 сохранила постоянный выпуск, то фирма 1 передвинулась бы на более низкую изопрофитную кривую, а это означает, что прибыль фирмы 1 увеличилась бы. Если руководство одной фирмы предполагает, что выпуск другой будет оставаться постоянным, то у нее возникает искушение увеличить свой собственный выпуск, чтобы получить большую прибыль.

Рассчитаем прибыль, которую получит фирма 2, нарушив картельное соглашение с фирмой 1 (считая что $c_1=c_2=c$). Предположим, что фирма 1 придерживается договоренного объема выпуска $q_1=(a-c)/4b$, тогда для фирмы 2 необходимо подобрать такой объем выпуска, чтобы максимизировать прибыль:

$$\begin{aligned}\pi_2 &= (p-c)q_2 = (a-b(q_m+q_2)-c)q_2 = \\ &= aq_2 - bq_mq_2 - bq_2^2 - cq_2 \rightarrow \max.\end{aligned}$$

Прибыль достигает максимума, когда выполняется условие:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - bq_m - 2bq_2 - c = 0.$$

Решая данное уравнение, находим, что объем выпуска, максимизирующий прибыль равен:

$$q_2 = \frac{a-c-bq_m}{2b} = \frac{3(a-c)}{8b}.$$

Можно оценить результаты, сравнив получаемые прибыли. Если фирмы придерживаются картельного соглашения об объемах выпуска, то тогда цена будет равна: $p_1=a-2bq_m$.

Но, если фирма 2 обманула, увеличив объем, то цена равна:

$$p_2 = a - b \left(q_m + \frac{a-c-bq_m}{2b} \right) = \frac{a+c-bq_m}{2}.$$

Следовательно, прибыль, получаемая при картеле, составит:

$$\pi_1 = (a-2bq_m-c)q_m = \frac{(a-c)^2}{8b},$$

а прибыль при обмане составит:

$$\pi_2 = \left(\frac{a+c-bq_m}{2} - c \right) \left(\frac{a-c-bq_m}{2b} \right) = \frac{9(a-c)^2}{64b}.$$

Т. е. дополнительная прибыль при обмане составит:

$$\pi_1 - \pi_2 = \frac{1}{64} \cdot \frac{(a-c)^2}{b}.$$

Многоэтапные модели

Используя рассмотренные статические модели, можно смоделировать ситуацию на олигополистическом рынке в долгосрочном периоде.

Можно выделить три принципиальные возможности поведения фирмы на олигополистическом рынке в долгосрочный период: а) равновесие Курно; б) картель (или сговор) фирм, ориентирующихся не на достижение равновесия Курно, а на долгосрочное монополистическое равновесие с последующим разделом монополистической прибыли (более высокой, чем прибыли олигополистические) между участниками; в) нарушение картельного соглашения («Обман»), т. е. при образовании картеля между фирмами возникает недоверие друг к другу и одна

из фирм решает обмануть другую и в последующие периоды фирмы конкурируют по Курно.

Рассмотрим эти три варианта. Объем выпуска, цена продукции и прибыль, полученные в статических моделях, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Основные показатели моделей

Показатель	Модель		
	Курно	Картель	«Обман»
q	$(a-c)/3b$	$(a-c)/4b$	$3(a-c)/8b$
p	$(a+2c)/3$	$(a+c)/2$	$(3a+5c)/8$
π	$(a-c)^2/9b$	$(a-c)^2/8b$	$9(a-c)^2/64b$

Из табл. 1 видно, что $\pi_{\text{Курно}} < \pi_{\text{Картель}} < \pi_{\text{Обман}}$ и $q_{\text{Курно}} < q_{\text{Картель}} < q_{\text{Обман}}$.

Сразу видно, что равновесие Курно является наиболее нежелательным путем развития для фирм в долгосрочном периоде.

Для анализа двух других путей развития фирм, необходимо более детальное их рассмотрение.

Как было показано ранее в краткосрочном периоде, обман всегда выгоднее, чем поддержание картельного соглашения (для фирмы, которая совершает обман). Но для рассмотрения прибылей, получаемых фирмами в долгосрочном периоде, следует применить теорию дисконтирования, которая заключается в том, что «сегодняшние деньги всегда дороже завтрашних». Т. е. для учета прибыли, получаемой фирмой в будущих периодах, ее необходимо умножить на коэффициент дисконтирования.

Рассмотрим прибыль, получаемую фирмой:

- 1) прибыль, получаемая фирмой, совершившей обман, равна:

$$\pi_o = \pi_{\text{Обман},1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i} \pi_{\text{Курно},i}. \quad (4)$$

Подставляя значения из табл. 1 в (4), получим:

$$\pi_o = \frac{(a-c)^2}{b} \left[\frac{9}{64} + \frac{1}{9} \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i} \right],$$

- 2) в случае соблюдения картеля прибыль каждой фирмы равна:

$$\pi_k = \sum_{i=0}^n \frac{1}{(1+r)^i} \pi_{\text{Картель},i}. \quad (5)$$

Подставляя значения из табл. 1 в (5), получим:

$$\pi_k = \frac{(a-c)^2}{b} \left[\frac{1}{8} \sum_{i=0}^n \frac{1}{(1+r)^i} \right].$$

Приравняем π_k и π_o ; найдем такое n , когда соблюдение картеля и обман приносят для фирмы одинаковые результаты –

$$\frac{1}{8} \sum_{i=0}^n \frac{1}{(1+r)^i} - \frac{1}{9} \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i} = \frac{9}{64}.$$

Преобразовывая, получим $\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i} = \frac{9}{8}$.

Выражение $\sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i}$ представляет собой коэффициент приведения годовой ренты, равный $\frac{1 - (1+r)^{-n}}{r}$. В результате получим уравнение относительно n , из которого найдем:

$$n = \frac{-\ln(1 - r \cdot (9/8))}{\ln(1+r)}, \text{ где } 0 < r < \frac{8}{9}. \quad (6)$$

Рассмотрим пример. Пусть цена задается формулой: $p = a - bQ$, $c = c_1 = c_2$.

Исходные данные: $a=50$; $b=0,1$; $c=35$; $r=0,487$.

Результаты расчета представлены в табл. 2.

Таблица 2. Соотношение прибылей при «Обмане» и при картеле, усл. ед.

T	Прибыль		Накопленная прибыль	
	«Обман»	Картель	«Обман»	Картель
0	316,4063	281,2500	316,4063	281,2500
1	168,1510	189,1699	484,5572	470,4199
2	113,0990	127,2364	597,6563	597,6563
3	76,0708	85,5797	673,7271	683,2359
4	51,1655	57,5612	724,8926	740,7972

При данной ставке процента, накопленная прибыль совпадет во втором периоде (табл. 2, выделено жирным).

На данном примере видно, что обман дал большую прибыль в первый период, но зато в дальнейшем полученная прибыль меньше чем при картеле (рис. 3).

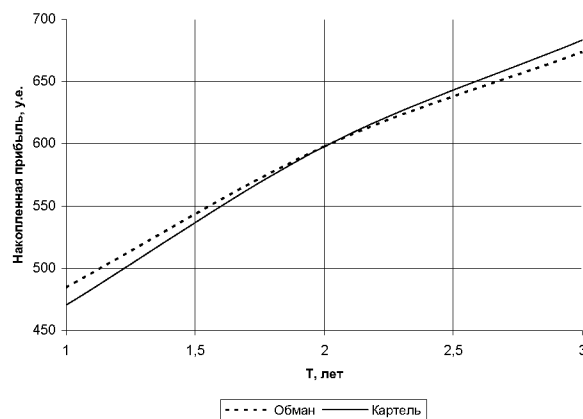


Рис. 3. Накопленная прибыль фирмы

Если рассматривать функционирование фирм на рынке в бесконечном периоде, то при

$$n \rightarrow \infty \quad \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1+r)^i} \rightarrow \frac{1}{r}.$$

Отсюда следует, что

$$\pi_o^\infty = \frac{(a-c)^2}{b} \left[\frac{9}{64} + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{r} \right] = \frac{(a-c)^2 \cdot (64 + 81 \cdot r)}{576 \cdot r \cdot b},$$

$$\pi_k^\infty = \frac{(a-c)^2}{b} \left[\frac{1}{8} + \frac{1}{r} \right] = \frac{(a-c)^2 (8 + r)}{8 \cdot r \cdot b}.$$

Сравнивая π_k^∞ и π_o^∞ , получим:

$$\frac{\pi_k^\infty}{\pi_o^\infty} = \frac{576 + 72 \cdot r}{64 + 81 \cdot r}, \text{ при } r \in \left[0; \frac{8}{9}\right], \quad \frac{\pi_k^\infty}{\pi_o^\infty} \in [9; 4, 71].$$

Выводы

На выбор стратегии поведения фирмы на рынке оказывают влияния два фактора: продолжительность игры (период функционирования фирмы) и ставка дисконтирования.

При рассмотрении деятельности фирм за определенный (ограниченный) период выбор стратегии будет зависеть от того, больше ли данный период,

чем расчетное значение n по формуле (6). Если фирма не собирается закрепиться на этом рынке на длительный период, то у нее есть возможность нарушить картельное соглашение. Формула (6) показывает момент, который определяет, есть ли смысл нарушать картельное соглашение, т. к. накопленная прибыль, получаемая фирмой при «Обмане», до этого момента будет больше, чем накопленная прибыль при поддержании картеля. В бесконечном периоде поддержание картеля всегда выгоднее, чем «Обман», а чем меньше ставка дисконтирования, тем больше будет разница между прибылью при картеле и прибылью при «Обмане».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гальперин В.М. Микроэкономика. Т. 2. — СПб.: Экономическая школа, 1999. — 843 с.
2. Печерский С.Л., Беязева А.А. Теория игр для экономистов. Вводный курс. — СПб.: Изд-во Европ. ун-та в С.-Петербурге, 2001. — 342 с.
3. www.iet.ru/mipt/2/text/curs_micro.htm
4. Макконнелл К.Р., Брю С.Л. Экономикс: Принципы, проблемы и политика. Т. 2. — Бишкек: Туран, 1996. — 400 с.

Поступила 14.11.2006 г.

УДК 338.314.053.4+519.876.2

МАКСИМИЗАЦИЯ МАРЖИНАЛЬНОЙ ПРИБЫЛИ

С.В. Козлов¹, А.А. Мицель^{1,2}

¹Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

²Томский политехнический университет

E-mail: sergey3000k@mail.ru

Приведен формализованный подход формирования прибыли на основе прогнозирования рыночной цены. Представлена функциональная зависимость объема производства и дохода, приносимого продукцией от величины переменных затрат. На основе этой зависимости предложена модель максимизации маржинальной прибыли.

Введение

Большую роль в обосновании управленческих решений в бизнесе играет маржинальный анализ. Его методика базируется на изучении соотношения между тремя группами экономических показателей: издержками (*Total Costs (TC)* — общие затраты), объемом производства (реализации) продукции q и прибылью π , и прогнозировании величины каждого из этих показателей при заданном значении других.

Разница между ценой продукта и прямыми затратами на его производство может быть представлена как потенциальный «взнос» каждого вида продукта в общий конечный результат деятельности предприятия. Или, маржинальная прибыль — это предельная прибыль, которую может получить предприятие от производства и продажи каждого вида продукта [1].

Для перехода на качественно новый уровень управления необходимо максимально полно обосновать управленческие решения и четко оценить их эффективность на всех уровнях управления.

Посредством маржинального анализа можно решать целый ряд производственно-финансовых задач, в том числе определение:

- точки безубыточности;
- объема производства и реализации продукции, требуемого для получения запланированной прибыли;
- ассортимента продукции;
- цены продукции, позволяющей обеспечить спрос и прибыль на запланированном уровне, и ряд других.

Процесс формирования прибыли

Прибыль предприятия характеризует эффективность его деятельности. Она является основным источником финансовых ресурсов предприятия, обеспечивающим его функционирование и развитие. Прибыль — разность между доходами и расходами [1]: