и 0 - с (8)-(9) , а работа I имеет степень критичности 0 в соответствии с (5)-(6) и 0,25 - с (8)-(9).

Проанализируем рассчитанные показатели. Как видно, работы A,B,D,G,J,L имеют степень критичности, равную единице. Из них работы A,B,D и L являются критическими при любом наборе возможных длительностей работ, так как они принадлежат всем путям, имеющим ненулевую степень критичности. Кроме того, в зависимости от длительностей будут критическими либо работы G и J либо F и K. Этим работам следует уделить особое внимание при управлении, поскольку задержка их выполнения повлечет за собой задержку выполнения проекта в целом. Работы C, E, F и H имеют обобщенную степень критичности 0, поэтому они не являются критическими при любых возможных ситуациях и имеют резерв.

Выводы. В результате исследований выделено два подхода к определению нечетких множеств критических путей и работ сетевой модели проекта, основанные на путевой и резервной критичности работ. Установлено, что степени критичности путей и работ проекта, полученные при реализации подходов, различны и не в полной мере обеспечивают решение задачи СПУ. Для повышения достоверности и эффективности метода нечеткого критического пути предложено комбинировать два подхода и осуществлять расчеты степеней критичности путей и работ на основе агрегирования путевой и резервной критичности.

ЛИТЕРАТУРА.

1. *Chanas S., Radosinski E.* Time pattern of activities performance in the light of fuzzy sets theory // Problemy organizacji. - 1976. - №2. - С. 68-76.
2. *Prade, H.* Using fuzzy set theory in a scheduling problem: a case study // Fuzzy Sets and Systems. - 1979. - №2. - С. 153-165.
3. *Chanas S., Kuchta D.* Discrete fuzzy optimization / Fuzzy sets in decision analysis, operations research and statistics. Edited by R.Slowinski. - Kluwer Academic Publishers. - 1998. - С. 249-280.
4. *Дюбуа Д., Прад А.* Теория возможностей. Приложения к представлению знаний в информатике. - М.: Радио и связь, 1990. – 208с.
5. Kamburowski J. Fuzzy activity duration times in critical path analysis // Inter. Symp. On Project Management. - New Delphi, 1983. - С. 194-199.
6. Buckley J.J. Fuzzy PERT / Applications of fuzzy set methodologies in industrial engeniring. Edited by G.Evans, W.Karwowski, M.Wilhelm. - Elsevier, 1989. - С. 103-114
7. *Слепцов А.И., Тыщук Т.А.* Метод нечеткого критического пути сетевого планирования и управления проектами на основе мягких вычислений // Кибернетика и системный анализ. - 1999. – Вып. 3. - С. 158-170.

УДК 621.03

В.И. Кодачигов, Н.В. Кодачигова

МАТРИЧНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ И МАТРИЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ АГРЕГИРОВАНИЯ

В очень многих случаях при решение разнородных задач, допускающих графовую интерпретацию, далее рассматриваются только неориентированные не взвешенные графы без кратных ребер. Приходится сталкиваться с задачей агрегирования [1]. К ней сводятся задачи: размещение графов, разрезание (кластеризация графов) и т.д.

Было замечено [1,2], что удачное их решение приводит к графам, характеризующимся матрицами смежности, тождественными исходным, но имеющим специфический вид: возможное наибольшее количество единиц матрицы смежности оказывается вблизи ее главной диагонали, либо внутри ленты заданной ширины, либо внутри блоков заданных размеров.

Обычно решение этих задач производится прямо, т.е. выполняются графовые преобразования. Матрица же используется как структура данных, задающая граф [3].

Известно и обратное решение: преобразуется чисто матрица. Результату преобразования соответствует граф [2,4] .

Интересно, что такая постановка имеет смысл и для неграфовых задач, особенно описывающихся так называемыми разрешенными матрицами [4].

Разряженной называют матрицу, имеющую небольшой процент ненулевых элементов.

В силу указанных выше причин и некоторых других, нас будут интересовать не любые разреженные матрицы, а только разреженные симметричные квадратные матрицы, допускающие тождественные преобразования к ленточной форме, блочной ленточной форме и к некоторым их разновидностям.

Рассмотри более подробно некоторые формы разреженных матриц, интересующие ввиду рассматриваемых задач, и обсудим некоторые подходы к построению алгоритмов непосредственного преобразования их к указанному выше виду.

1. Диагональные блочные формы матрицы. Диагональная блочная форма представляет собой матрицу, у которой для всех $i \neq j$ подматрицы A[i,j] и все диагонали подматрицы A[i,j] являются квадратными подматрицами.

Очевидно, что граф, соответствующий матрице, приведенной к такой форме, состоит из несвязных подграфов, и каждый подграф соответствует отдельному диагональному блоку (рис.1).

В принципе, преобразование матрицы смежности графа к такой форме несложно. Для этого надо, использовав все возможные тождественные преобразования матрицы, выделить среди всех получающихся, при этом матриц, матрицу требуемого типа. Очевидно, что такой подход очень не эффективен.

Ниже описывается три эвристических алгоритма, приводящие матрицу к интересующему нас виду, и оценивается их эффективность. Прежде, чем перейти к их рассмотрению, укажем, какие именно формы разреженных матриц вообще могут нас заинтересовать в связи с выделенными выше задачами.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1							
1	1								
1		1							
			1		1	1			
				1		1			
			1		1	1			
			1	1	1	1			
							1	1	
							1	1	
									1

Рис.1.

На рис. 1 представлена первая из них. Это так называемая полная диагональная блочная форма. Она соответствует случаю, когда исходный граф состоит из полных несвязанных подграфов. Каждый подграф характеризуется блоком по диагонали. Если подграфы связаны, то имеет место неполная диагональная блочная форма. Здесь в диагональных блоках присутствуют ненулевые элементы, а вне них есть и ненулевые (рис.2). Нас интересует случай, когда между блоками будет минимум единичных элементов.

1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	1					1
1		1			1		
1	1	1					
				1			1
			1			1	
	1				1		1
				1			
1			1		1		1

Рис.2.

На рис.3 представлена так называемая полная ленточная матрица. Ширина ее ленты β=7.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	1	1						
1	1	1	1	1					
1	1	1	1	1	1				
1	1	1	1	1	1	1			
	1	1	1	1	1	1	1		
		1	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	1	1	1
				1	1	1	1	1	1
					1	1	1	1	1
						1	1	1	1

Рис.3.

На рис.4 показана неполная ленточная матрица. Здесь β=5. Неполную ленточную матрицу называют обычно просто ленточной матрицей. Нас интересует случай ленточной матрицы с минимально возможной шириной ленты.

1	2	3	4	5	6	7	8
1			1				
	1	1	1	1			
1	1	1	1				
	1	1	1	1	1	1	
			1	1	1	1	
			1		1	1	
			1	1	1	1	1
						1	1

Рис.4.

На рис.5 показана частичная ленточная матрица. В ней единицы присутствуют и вне ленты. Нас интересует так называемая минимальная частичная ленточная матрица, т.е. неполная ленточная матрица, у которой возможное наибольшее число единиц приведено в ленту заданной ширины. Введем в рассмотрение минимум – минимальную матрицу. Это такая минимальная частичная матрица, у которой ширина ленты минимально возможная.

Напомним, что все выделенные виды матриц характеризуют “хорошие” решения таких разновидностей задачи агрегирования, как размещение графов, разрезание графов и т.д. В качестве примера на рис.5 показан результат решения задачи размещения. На рис.5а приведен исходный граф, а на рис. 5б -результирующий. Им соответствуют матрицы, приведенные на рис.6а и 6б соответственно. В качестве алгоритма использован алгоритм [3].

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
							1			1			1	1	
		1	1	1	1		1		1		1			1	1
	1						1					1			1
	1				1	1	1	1							
	1				1	1						1			1
	1		1	1					1						1
		1	1					1	1						
1	1	1	1										1		
			1			1			1						
	1				1	1					1				
1								1			1			1	
	1								1	1			1		
		1		1									1	1	
1							1				1	1			
1	1					1				1		1			
	1	1		1	1										

Рис.5а

5	6	10	7	16	2	4	9	3	8	12	11	13	14	1	15
	1		1	1	1							1			
1		1		1	1	1									
	1		1		1					1					
1		1				1	1								1
1	1				1			1							
1	1	1		1		1	1	1	1	1					
	1		1		1		1		1						
			1		1	1					1				
				1	1				1			1			
					1	1		1					1	1	
		1			1						1		1		
							1			1				1	1
1								1					1		1
									1	1		1		1	
										1	1		1		1
			1								1	1		1	

Рис.5б

Хорошо видно, что ненулевые элементы матрицы смежности, определяющей результирующий граф, по сравнению с матрицей смежности, соответствующей исходному графу, "прижимаются" к главной диагонали.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Браверман Э.М.* и др. Структурные методы обработки эмпирических данных. - М.: Наука, 1982.
2. *Кодачигов В.И., Бондарев А.И.* Минимальные матрицы и некоторые их применения // Автоматизация проектирования, программирования и конструирования. – Таганрог: изд-во ТРТИ, 1982.
3. *Курейчик В.М.* и др. Методы разбиения схем РЭА на конструктивно-законченные части. - М.: Сов. Радио, 1978.
4. *Тьюарсон Д.* Разреженные матрицы. - М.: Мир, 1975.
5. *Курейчик В.М.* Генетические алгоритмы. – Таганрог: изд-во ТРТУ, 1998.