

Lapidus Azariy Abramovich, Honored Builder of the Russian Federation. Laureate of the RF Government Prize in the field of science and technology, Honorary Builder of Russia, Honorary Builder of Moscow, Honorary Worker of Higher Professional Education of the Russian Federation, doctor of technical sciences, professor, head of the department, LapidusAA@mgsu.ru, Russia, Moscow, National Research Moscow State University of Civil Engineering,

Bidov Tembot Khasanbievich, candidate of technical sciences, docent, Director of the Scientific and Educational Center "Designs, Technologies and Organization of Construction", BidovTH@mgsu.ru, Russia, Moscow, National Research Moscow State University of Civil Engineering,

Lotkin Viktor Stanislavovich, student, Victorlotkin@mail.ru, Russia, Moscow, National Research Moscow State University of Civil Engineering

УДК 654.022

DOI: 10.24412/2071-6168-2024-4-242-243

КОНЕЧНЫЕ РАЗНОСТИ И АЛГОРИТМ «ЙИ»

Р.И. Кочубей, М.М. Бычковский, Н.Н. Зайкин, Е.В. Фатьянова, О.В. Чуприков

В статье представлен один из методов конечных разностей, который позволяет проводить моделирования электродинамических процессов в трехмерных областях. Приведены основные уравнения данного метода.

Ключевые слова: электромагнитные поля, метод конечных разностей.

Метод конечных разностей во временной области (КРВО) берет свое развитие от простейшего сеточного метода конечных разностей – одного из первых численных методов, появившегося примерно в одно и то же время, что и метод моментов (ММ). Достоинствами КРВО являются одинаковая легкость его работы и с гармоническими, и с нестационарными источниками, несравнимо большая по сравнению с тем же методом конечных элементов (МКЭ), наглядность и легкость программирования в трехмерном пространстве, возможность моделирования любых сред с любыми параметрами в любых комбинациях, нахождение векторов ЭМП непосредственно в процессе счета, а не в постпроцессорной обработке (как в МКЭ), что исключает операции численного дифференцирования (или интегрирования) и т.п. Несомненно, КРВО, как и все численные методы, является приближенным, но, как и для других методов, степень приближения можно брать сколь угодно близкой к точному решению, всё зависит только от объема оперативной памяти и потраченного времени счета. Разумеется, КРВО имеет и некоторые недостатки, такие как повышенные требования к объему оперативной памяти, ограничивающие общую размерность задачи (относительно длины волны), сложности, возникающие при решении внешних задач электродинамики (объем с моделью также ограничивается расчетной областью, а на границах необходимо ставить поглощающие граничные условия), необходимость достаточно большого числа пройденных временных шагов для получения качественного спектра входных напряжений, сложности при распараллеливании процессов, так как последующий шаг алгоритма всегда зависит от предыдущего, и многое другое.

Данный метод по праву занимает свою нишу в базовом наборе численных методов решения задач электродинамики, обладая своими достоинствами и недостатками. Целесообразность его применения в итоге определяет конечный пользователь, в зависимости от поставленной перед ним задачи.

Основой КРВО являются первые два уравнения Максвелла в дифференциальной форме. Эти уравнения выражаются в линеаризованной форме при помощи математического аппарата центральных конечных разностей. Поля рассчитываются постепенно от временного шага к шагу, ячейки сеточного разбиения могут быть в виде параллелограммов, кубов. Другие виды сеток, в том числе двумерные и одномерные, также возможны.

Для решения любой задачи методом КРВО необходимо осуществить преобразования уравнений Максвелла к виду, пригодному для данного метода [1]. Рассмотрим область пространства с распределенными по нему источниками электромагнитного поля (ЭМП); пространство включает в себя электрические и магнитные материалы с потерями. Для учета магнитных потерь можно определить плотность эквивалентного магнитного тока:

$$M = \rho' H, \quad (1)$$

для учета электрических потерь – плотность эквивалентного электрического тока:

$$J = \sigma E. \quad (2)$$

Здесь ρ' – эквивалентно магнитному сопротивлению в омах на метр, а σ – электрической проводимости в сименсах на метр. Таким образом, можно записать:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} \nabla \times E - \frac{\rho'}{\mu} H; \quad (3)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{1}{\varepsilon} \nabla \times H - \frac{\sigma}{\varepsilon} E. \quad (4)$$

Выведем векторные компоненты данных вихревых уравнений. Они образуют систему из шести скалярных уравнений в трехмерной декартовой системе координат:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - \rho' H_x \right); \quad (5a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - \rho' H_y \right); \quad (5b)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - \rho' H_z \right); \quad (5b)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \right); \quad (5г)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - \sigma E_y \right); \quad (5д)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - \sigma E_z \right). \quad (5е)$$

Данная система из шести дифференциальных уравнений в частных производных является основой для алгоритма КРВО. В случае рассмотрения двумерного или одномерного пространства система (5а-5е) лишается части членов и значительно упрощается.

Одним из алгоритмов КРВО является алгоритм «Йи», который основан на конечно-разностной аппроксимации в пространственной и временной области. Достоинством алгоритма является последовательный во времени расчет всех компонент ЭМП, что делает его фундаментальным для численного анализа электромагнитных полей любой природы. Алгоритм «Йи» чередует E и H -компоненты поля, каждая из которых занимает строгое взаимное расположение в пространстве, для того чтобы удовлетворить законам Фарадея и Ампера.

Центральной частью алгоритма является расчет компонент поля во времени. Так, каждая компонента для поля E вычисляется из рассчитанных перед этим компонент поля H , хранящихся в памяти компьютера, а все компоненты поля H – из компонент поля E , также хранящихся в оперативной памяти. Данный процесс повторяется в течение конечного числа шагов вплоть до некоторого желаемого времени отклика системы, пока не будет достигнуто, например, устойчивое состояние. Метод не содержит больших матриц, систем линейных алгебраических уравнений, как в методе моментов или в методе конечных элементов.

В общем случае имеется четыре степени свободы: три по пространству и одна по времени (рис. 1). На рисунке пространственные координаты выражены через переменные i, j, k :

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z), \quad (6)$$

где $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – измерения пространственной сетки вдоль соответствующих координатных осей [2].

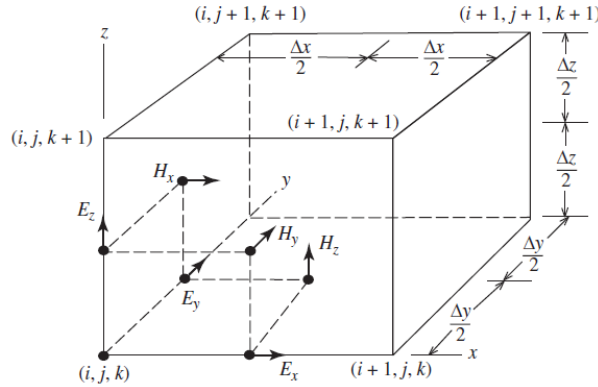


Рис. 1. Позиции компонент электрического и магнитного полей в кубической КРВО-ячейке размером $\Delta x, \Delta y, \Delta z$

Для выражения (5а) имеем:

$$\begin{aligned} & \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta t} = \\ & = \frac{1}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k+1/2) - E_z^n(i, j, k+1/2)}{\Delta y} - \rho' H_x^n(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

а для выражения (5г) по той же схеме:

$$\begin{aligned} & \frac{E_x^n(i+1/2, j+\frac{1}{2}, k) - E_x^{n-1}(i+1/2, j, k)}{\Delta t} = \\ & = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k) - H_z^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2})}{\Delta z} + J_x^{n-1/2}(i+\frac{1}{2}, j, k) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнения для компонент (5б, 5в) и (5д, 5е) получаются аналогично. Приведем выражение (7) к виду, пригодному для программирования [3]. Для этого перенесем переменную по времени в правую часть уравнения, а переменную H_x^n распишем в виде полу суммы:

$$\begin{aligned} & H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = \\ & = \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k+1/2) - E_z^n(i, j, k+1/2)}{\Delta y} - \rho' \left(\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

Отметим, что левая часть уравнения (9) имеется и в правой части, чего быть не должно, поэтому перенесем $H_x^{n+\frac{1}{2}}$ в левую часть, а $H_x^{n-\frac{1}{2}}$ – в правую. Получим:

$$\begin{aligned} & \left(1 + \frac{\Delta t}{\mu} * \frac{\rho'}{2} \right) H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) = \left(1 - \frac{\Delta t}{\mu} * \frac{\rho'}{2} \right) H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) + \\ & + \frac{\Delta t}{\mu} \left[\frac{E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k+1) - E_y^n(i, j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i, j+1, k+1/2) - E_z^n(i, j, k+1/2)}{\Delta y} \right]. \end{aligned} \quad (10)$$

Окончательно разделим обе части на выражение в скобках левой части выражения (10), получим:

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1-\frac{\Delta t}{\mu} \frac{\rho'}{2}}{1+\frac{\Delta t}{\mu} \frac{\rho'}{2}}\right) H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)+ \\ +\frac{\frac{\Delta t}{\mu}}{\left(1+\frac{\Delta t}{\mu} \frac{\rho'}{2}\right)}\left[\frac{E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right)-E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{\Delta z}-\frac{E_z^n\left(i, j+1, k+1 / 2\right)-E_z^n\left(i, j, k+1 / 2\right)}{\Delta y}\right] . \quad (11)$$

В похожей форме можно найти выражения для остальных компонент поля вихревых уравнений. Например, для составляющей E_z итоговое выражение примет вид:

$$E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1-\frac{\sigma \Delta t}{2 \varepsilon}}{1+\frac{\sigma \Delta t}{2 \varepsilon}}\right) E_z^{n-1}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)+ \\ +\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{\left(1+\frac{\sigma \Delta t}{2 \varepsilon}\right)}\left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)-H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j, k+1 / 2\right)}{\Delta x}-\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)-H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}{\Delta y}\right] . \quad (12)$$

Теперь можно сформировать отдельные коэффициенты для электрических и магнитных компонент поля, получим:

$$C_a(i, j, k)=\frac{1-\frac{\sigma \Delta t}{2 \varepsilon}}{1+\frac{\sigma \Delta t}{2 \varepsilon}} ; \quad (13a)$$

$$C_b(i, j, k)=\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon} \Delta s}{1+\frac{\sigma \Delta t}{2 \varepsilon}}, \quad (13b)$$

где $\Delta s=\Delta x=\Delta y=\Delta z$ выбирается исходя из расположения компоненты в кубической ячейке. Для магнитного поля коэффициенты формируются подобным образом как

$$D_a(i, j, k)=\frac{1-\frac{\rho' \Delta t}{2 \mu}}{1+\frac{\rho' \Delta t}{2 \mu}} ; \quad (14a)$$

$$D_b(i, j, k)=\frac{\frac{\Delta t}{\mu} \Delta s}{\left(1+\frac{\rho' \Delta t}{2 \mu}\right)} . \quad (14b)$$

Итоговые выражения для шести компонент поля с учетом выражений (13a, 13b) и (14a, 14b) примут окончательный вид:

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)=D_{a H X}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) H_x^{n-\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)+ \\ +D_{b H X}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{E_y^{n-1}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+1\right)-E_y^{n-1}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)}{+E_z^{n-1}\left(i, j, k+1 / 2\right)-E_z^{n-1}\left(i, j+1, k+1 / 2\right)}\right) ; \quad (15a)$$

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)=D_{a H Y}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) H_y^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)+ \\ +D_{b H Y}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right) * \left(\frac{E_z^{n-1}\left(i+1, j, k+1 / 2\right)-E_z^{n-1}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)}{+E_x^{n-1}\left(i+1 / 2, j, k\right)-E_x^{n-1}\left(i+1 / 2, j, k+1\right)}\right) ; \quad (15b)$$

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)=D_{a H Z}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) H_z^{n-\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)+ \\ +D_{b H Z}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right) * \left(\frac{E_x^{n-1}\left(i+\frac{1}{2}, j+1, k\right)-E_x^{n-1}\left(i+1 / 2, j, k\right)}{+E_y^{n-1}\left(i, j+1 / 2, k\right)-E_y^{n-1}\left(i+1, j+1 / 2, k\right)}\right) ; \quad (15b)$$

$$E_x^n\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)=C_{a E X}\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) E_x^{n-1}\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right)+C_{b E X}\left(i+\frac{1}{2}, j, k\right) \times \\ \times\left(\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)-H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}, k\right)}{+H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k-\frac{1}{2}\right)-H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)}\right) ; \quad (16a)$$

$$E_y^n\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)=C_{a E Y}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) E_y^{n-1}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right)+C_{b E Y}\left(i, j+\frac{1}{2}, k\right) \times \\ \times\left(\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)-H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}\right)}{+H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)-H_z^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k\right)}\right) ; \quad (16b)$$

$$E_z^n\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)=C_{a E Z}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) E_z^{n-1}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right)+C_{b E Z}\left(i, j, k+\frac{1}{2}\right) \times \\ \times\left(\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i+\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)-H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}\right)}{+H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)-H_x^{n+\frac{1}{2}}\left(i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}\right)}\right) . \quad (16b)$$

Таким образом, уравнения (15a-15b) и (16a-16b) применяются для моделирования электродинамических процессов в трехмерных областях. Значения, полученные на предыдущих временных шагах, используются для вычисления текущих. После некоторой модификации становится возможным их применение в двумерных и одномерных областях. Для любого варианта необходимо соблюдать определенные условия сходимости и устойчивости, определяемые размерами ячеек.

Список литературы

1. Stutzman W.L. Antenna Theory and Design / W. L. Stutzman, G. A. Thiele. 3-rd ed. N.Y.: John Wiley & Sons Inc, 2012.
2. Yee K.S. Numerical Solution of Initial Boundary Value Problem Involving Max- well's Equations in Isotropic Media // IEEE Trans. Ant. & Prop. April 1966. Vol. 14. P. 302 - 307.
3. Бородулин Р.Ю. Численные методы электродинамики. СПб-ВАС, 2016. 200 с.

Кочубей Руслан Иванович, преподаватель, kochubey_ri@mail.ru, Россия, Санкт-Петербург, Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного,

Бычковский Михаил Михайлович, кафедры, bichkovskiy.mm@mail.ru, Россия, Санкт-Петербург, Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного,

Зайкин Николай Николаевич, преподаватель, zaykin53@mail.ru, Россия, Санкт-Петербург, Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного,

Фатянова Елена Валентиновна, преподаватель, fatlen77@mail.ru, Россия, Санкт-Петербург, Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного,

Чуприков Олег Валерьевич, преподаватель, chuprikov_ov@mail.ru, Россия, Санкт-Петербург, Военная академия связи имени Маршала Советского Союза С.М. Буденного

FINITE DIFFERENCES AND YT'S ALGORITHM

R.I. Kochubey, M.M. Bychkovsky, N.N. Zaikin, E.V. Fatyanova, O.V. Chuprikov

The article presents one of the finite difference methods that allows modeling electrodynamic processes in three-dimensional regions. The basic equations of this method are given.

Key words: electromagnetic fields, finite difference method.

Kochubey Ruslan Ivanovich, lecturer, kochubey_ri@mail.ru, Russia, St. Petersburg, Military Academy of Communications,

Bychkovsky Mikhail Mikhailovich, lecturer, bichkovskiy.mm@mail.ru, Russia, Saint Petersburg, Military Academy of Communications,

Zaikin Nikolay Nikolaevich, lecturer, zaykin53@mail.ru, Russia, St. Petersburg, Military Academy of Communications,

Fatyanova Elena Valentinovna, lecturer, fatlen77@mail.ru, Russia, Saint Petersburg, Military Academy of Communications,

Chuprikov Oleg Valerievich, lecturer, chuprikov_ov@mail.ru, Russia, St. Petersburg, Military Academy of Communications

УДК 534.134

DOI: 10.24412/2071-6168-2024-4-245-246

АНАЛИЗ ВИБРАЦИИ ПОДВИЖНОГО СОСТАВА ПОД ДЕЙСТВИЕМ АВТОКОЛЕБАНИЙ ВО ВРЕМЯ ДВИЖЕНИЯ В КРИВЫХ МАЛОГО РАДИУСА

С.С. Пригожаев, А. Ю. Портной, А. А. Пыхалов, А. С. Копылов

Представленное экспериментальное исследование построено на гипотезе возникновения высокочастотной широкополосной вибрации вследствие фрикционного взаимодействия в системе "колесо-рельс" при движении электровоза в кривых малого радиуса в сочетании с его движением по подъемам. В этом случае имеет место повышение уровня вибрации в виде упругих колебаний наряду с изменением вектора общей нагрузки, что создает дополнительное сопротивление движению подвижного состава.

Ключевые слова: вибрация, буксовый узел, система "колесо-рельс", бесстыковой путь, кривые малого радиуса.

В настоящее время приоритетной задачей в сфере железнодорожного транспорта [1] является сокращение количества отказов подвижного состава в его эксплуатации с обеспечением возможности повышения скорости поездов, их безопасности и комфортности. Эта задача связана с физическими процессами взаимодействия в системе «колесо – рельс», особенно в кривых малого радиуса. Представленные процессы являются лимитирующим фактором, ограничивающим как скорость движения, так и надежность рельсов и элементов конструкции подвижного состава. В связи со значительным ростом перевозок, изучение процессов вибрационных колебаний высокой интенсивности, влияющих на безотказность работы подвижного состава, остается актуальным научным направлением [2].

Особый интерес представляет исследование вибрационного воздействия в системе «колесо-рельс» подвижного состава при его движении в кривых малого радиуса вследствие малоизученности проблемы. Результаты исследований призваны позволить систематизировать конструктивно-силовые факторы, возникающие при воздействии вибраций на детали подвижного состава, определить границы критического износа колеса и рельса, а также, в дальнейшем, разработать инженерные решения для уменьшения амплитуд вибраций и, соответственно, снижения их влияния на надежность подвижного состава и пути.

Представленное в работе исследование построено на гипотезе о том, что механическое взаимодействие в системе "колесо – рельс" имеет фрикционную составляющую [3], которая обычно рассматривается для прямых участков пути с точки зрения предельно возможной тяги. При этом основным источником динамического воздействия считается периодическое прохождение стыков рельс, а вибрациями от трения пренебрегают вследствие их малости.