

журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2016. № 2. С. 182–185.

25. Щенников А.Н. Неопределенность и комплементарность // Славянский форум. 2018. № 4 (22). С. 85–90.

26. Лютий А.А. Язык карты: сущность, система, функции. – 2-е изд. – М.: ГЕОС, 2002. 327 с.

27. Floridi, L., Semantic Conceptions of Information

<http://plato.stanford.edu/entries/information-semantic> дата обращения 12.06.2019.

28. Tsvetkov V.Ya. Information Units as the Elements of Complex Models // Nanotechnology Research and Practice. 2014. N. 1 (1). P. 57–64.

29. Цветков В.Я. Паралингвистические информационные единицы в образовании // Перспективы науки и образования. 2013. № 4.С. 30–38.

30. Kratzer A. Facts: Particulars or information units? // Linguistics and philosophy. 2002. V. 25. N. 5. P. 655–670.

31. Болбаков Р.Г. Философия информационных единиц // Российский технологический журнал. 2014. № 4 (5). С. 76–88.

32. Hill F.C., Treibitz A. Method for presenting information units on multiple presentation units : пат. 6091408 США. 2000.

33. Цветков В.Я. Информационные единицы как средство построения картины мира // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2014. Ч. 4. № 8. С. 36–40.

34. Tajima K. et al. Discovery and Retrieval of Logical Information Units in Web // Wows. 1999. P. 13–23.

35. Chakraborty A., Hsu L.H. Method and apparatus for extracting anchorable information units from complex PDF documents : пат. 7013309 США. 2006.

36. Иванников А.Д. Проблема информационных языков и современное состояние информатики // Российский технологический журнал. 2014. № 4 (5). С. 39–62.

Сведения об авторе

Евгений Евгеньевич Чехарин

Заместитель начальника центра информатизации МИРЭА, Старший преподаватель кафедры инструментального и прикладного программного обеспечения Института информационных технологий

РТУ МИРЭА

Россия, Москва

Эл. почта: tchekharin@mirea.ru

Information about author

Evgenii Evgen'evich Cheharin

Deputy Head of the Center of Information Technologies MIREA, Senior lecturer of the Department

Institute of Information Technology

RTU MIREA

Moscow, Russia

E-mail: tchekharin@mirea.ru

УДК 510.6., 004.421, 523.21

ГРНТИ 28.29.53

А.Н. Щенников

РТУ МИРЭА

КОМПЛЕМЕНТАРНОСТЬ И СИМПЛЕКС МЕТОД

Статья исследует комплементарность при решении оптимизационных задач и управлении. Базой сравнения выбрана задача линейного программирования и симплекс метод. Раскрывается содержание симплекс метода для последующего сравнения с методом комплементарной оптимизации. Показано сходство и различие между симплекс методом и комплементарной оптимизацией. Показано, что геометрически применение симплекс метода сводится к нахождению точки касания или пересечения выпуклого многоугольника ограничений линией, которая соответствует функции полезности. Раскрывается содержание линейной комплементарной проблемы. Показано, что при комплементарной оптимизации отсутствует функция полезности. Показано, что геометрически решение линейной комплементарной проблемы сводится к нахождению параметрической системы координат, в которой фиктивная и основная переменная ортогональны. Автор вводит понятие статической (оптимизационной) и динамической (управляющей) комплементарной оптимизации. Дается сравнение между астатическим

управлением решением задачи динамической комплементарной оптимизации. Отмечена недостаточность исследования влияния барометрической системы координат на результат оптимизации.

Ключевые слова: оптимизация, задачи линейного программирования, симплекс метод, линейная комплементарная задача, комплементарность, динамическая комплементарность.

A.N. Shchennikov
RTU MIREA

COMPLEMENTARITY AND SIMPLEX METHOD

The article explores complementarity in solving optimization problems and management. The linear programming problem and the simplex method are chosen as the base of comparison. The paper reveals the contents of the simplex method for comparison with the method of complementary optimization. The similarities and differences between the simplex method and complementary optimization are described in the article. The geometric model for the application of the simplex method describes finding the point of tangency or the intersection of a polygon and a line. The polygon is built on the conditions of restrictions. The line describes the utility function in the parameter space. The article describes the content of a linear complementary problem. The article notes that with complementary optimization there is no utility function. The geometric model for applying the linear complementary problem describes finding a parametric coordinate system. This coordinate system fulfills the condition of orthogonality of the fictitious and main variables. The author introduces the concepts of static (optimization) and dynamic (control) complementary optimization. The article compares astatic control and the solution of the dynamic complementary optimization problem. paper states the insufficiency of the study of the influence of the barometric coordinate system on the optimization result.

Keywords: optimization, linear programming problems, simplex method, linear complementary problem, complementarity, dynamic complementarity.

Введение

Комплементарность в словаре делового английского языка связывают с принципом дополнительности [1]. Можно сделать вывод, что комплементарность создает согласованность, упорядоченность, системность и взаимность. Комплементарность информационных ресурсов [1, 2] уменьшает информационную неопределенность [3, 4]. Это приводит к применению комплементарности для оценки оптимизации [6] и как инструмента оптимизации.

Комплементарность применяют в биологии [7, 8], в образовании [9, 10], в медицине [11]. Комплементарный подход, как согласованный подход, применяют при оценке рынка [12] и инвестиционной деятельности [13, 14]. Комплементарность параметров информационных взаимодействий повышает эффективность процесса взаимодействия [15, 16]. Комплементарность между частями модели [17] или системы [18] повышает устойчивость модели или системы. Комплементарность вычислений повышает эффективность вычислительных процессов [16, 19]. Комплементарные отношения между помехой и сигналом снижают влияние помехи. Комплементарность как метод вызывает улучшение свойств систем и повышение качества информационных процессов. Можно констатировать многообразие применения этого понятия и в то же время недостаточное исследование применения этого термина. Это делает актуальным исследование содержания комплементарности и особенно в новых областях, где оно может быть применено и принесет определенный положительный эффект.

Общая задача линейного программирования

Общая задача линейного программирования (ЗЛП) формулируется следующим образом. Дана система m линейных уравнений и неравенств с n переменными

$$\sum a_{ij} x_j \leq b_i \quad (i=1...k)$$

$$\sum a_{ij} x_j = b_i \quad (i=k+1...m) \quad (1)$$

и линейная функция

$$F = \sum c_j x_j$$

Необходимо найти такое решение $X_0 (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ системы, при котором $x_j \geq 0$ и линейная (целевая) функция F принимает оптимальное значение. Такое решение $X_0 (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ называют оптимальным (или опорным планом).

Если система (1) состоит из неравенств и уравнений, то такая задача линейного программирования называется общей. Если система (1) состоит из одних неравенств, то такая задача линейного программирования называется стандартной. Если система (1) состоит из одних уравнений, то такая задача линейного программирования называется канонической. Любая задача линейного программирования может быть сведена к общей, канонической или стандартной задаче. ЗЛП имеет два основных свойства [20].

1. Если ЗЛП имеет оптимальное решение, то линейная (целевая) функция принимает экстремальное значение в одной из точек выпуклого многоугольника решений системы.

Если целевая функция принимает оптимальное значение более чем в одной точке, то она принимает его в любой точке, которая является линейной выпуклой комбинацией этих точек.

2. Каждому допустимому базисному решению ЗЛП соответствует угловая точка многоугольника решений и наоборот, каждой угловой точке многоугольника решений соответствует допустимое базисное решение.

Линией уровня (изолинией) называют линию, вдоль которой целевая функция принимает одно значение [20]. Изолинии достаточно широко применяются в различных областях исследований. Это изотермы, изобары, изокорреляты и т.д. Для линейной целевой функции двух переменных линия уровня – прямая в плоскости, для трех переменных – прямая в трехмерном пространстве, для n – переменных линейная целевая функция – прямая в n -мерном пространстве.

Свойство линий уровня. При параллельном смещении линии уровня в одну сторону значение целевой функции либо только возрастает, либо только убывает. Для определения направления возрастания либо убывания изображают две линии и определяют значение F . Геометрический метод решения ЗЛП заключается в нахождении такой линии уровня, которая пересекает выпуклый многоугольник ограничений в крайней точке (или во множестве точек), определяемой условиями минимума или максимума.

Функция F качественно может отражать два качества полезность и потери. Это дает основание ввести две качественно разные функции при решении ЗЛП. Функция $F1$ может описывать свойство полезности, в этом случае ее называют функцией полезности и ЗЛП сводится к нахождению максимума функции. Функция $F2$ может описывать потери, в этом случае ее называют функцией потерь, а ЗЛП сводится к нахождению минимума этой функции. Возможны ситуации существования двух функций $F1$ и $F2$. В этом случае отношения между $F1$ и $F2$ должны быть комплементарны и необходимо решать задачу комплементарности. В этом случае одно решение ЗЛП не является оптимальным. Схема решения ЗЛП графическим методом включает следующие этапы

1. Формулировка задачи
2. Составление экономико–математической модели
3. Построение многоугольника решений.
4. Задание двух значений целевой функции.
5. Определение направления возрастания или убывания целевой функции.
6. Выбор вершин многоугольника решений для данной целевой функции.
7. Выбор соседних вершин многоугольника решений для проверки оптимальности решения.

Для иллюстрации метода рассмотрим одну из типичных задач линейного программирования «Задачей об использовании ресурсов». Рассмотрим геометрический метод.

Условно для изготовления двух видов продукции $P1$ и $P2$ используют четыре вида ресурсов $S1, S2, S3, S4$, запасы каждого ресурса различны. Прибыль, получаемая от единицы продукции равны соответственно для $P1$ – 2 тысячи рублей и для $P2$ – 3 тысячи рублей. Полные данные представлены в таблице 1. Поскольку речь идет о прибыли, то имеем дело с функцией полезности

Таблица 1. Исходные данные для решения задачи о ресурсах

Вид ресурса	Запас ресурса	Число единиц ресурсов на единицу продукции $P1$	Число единиц ресурсов на единицу продукции $P2$
$S1$	18	1	3
$S2$	16	2	1
$S3$	5		1
$S4$	21	3	

Составим экономико-математическую модель задачи. Обозначим через x_1 , x_2 - число единиц продукции. Представленные в таблице данные позволяют составить четыре неравенства.

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 &\leq 18 & (I) \\ 2x_1 + x_2 &\leq 16 & (II) \\ x_2 &\leq 5 & (III) \\ 3x_1 &\leq 21 & (IV) \end{aligned} \quad (2)$$

Они задают область существования решения. Поскольку решение должно быть неотрицательным данную систему неравенств дополняем еще двумя

$$x_1 \geq 0; x_2 \geq 0. \quad (3)$$

Целевая функция определяется как прибыль, получаемая от выпуска продукции. Она имеет линейный вид.

$$F = 2x_1 + 3x_2$$

Условия задачи: Найти такой план выпуска продукции $X(x_1, x_2)$, удовлетворяющий системе (2) и условию (3), при котором целевая функция F принимает максимальное значение. На рис.1. поясняется процесс решения. Каждое из неравенств (1) (2) преобразуется в прямую. Совокупность пересекающихся отрезков прямых определить многоугольник допустимых решений.

Зададим x_1 , x_2 значения равные нулю. Для этого случая $F=0$. Зададим x_1 , x_2 значения равные 10. Для этого случая $F=50$. Следовательно, целевая функция возрастает при ее смещении от начала координат вправо вверх. Перемещая прямую, соответствующую целевой функции (рис.1) до пересечения с вершиной многоугольника решений находим оптимальное решение. Оно соответствует точке пересечения линий I и II.

$$x_1 = 6; x_2 = 4.$$

Формулируем решение задачи. Для вершины многоугольника $C(6,4)$, соответствующей пересечению отрезков прямых I и II достигается оптимальное решение. Оно обеспечивает максимум прибыли ($F=24$) при плане выпуска продукции первого вида $P_1=6$ и второго вида $P_2=4$

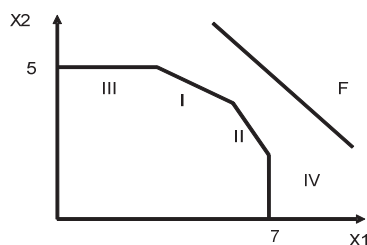


Рис.1. Геометрическая интерпретация ЗЛП в задаче о ресурсах

Сущность геометрического метода в том, что линия функции полезности должна касаться границы области существования. На рис.1 функция полезности есть прямая, граница области существования решения, которой представляет собой линейную полилинию. Оптимальное решение получается в точке касания линии F выпуклого многоугольника на пересечении отрезков прямых I и II.

Частный случай при числе видов продукции два позволяет представить решение в геометрической наглядной форме. В общем случае число видов продукции может быть значительно больше чем 2. Это приводит к необходимости представления и решения задачи в аналитической форме. В общем виде задача формулируется следующим образом. Фирма располагает m видами ресурсов для выпуска n видов продукции. Обозначим

- P_j – виды выпускаемой продукции,
- x_j ($j=1,2,3,\dots,n$) – число единиц выпускаемой продукции P_j ,
- b_i ($i=1,\dots,m$) – запас ресурсов S_i ,
- a_{ij} – число единиц ресурса S_i , затрачиваемого на изготовление единицы продукции P_j . (a_{ij} – называют технологическим коэффициентом),
- c_j – прибыль от реализации единицы продукции P_j .

Подводя итог, следует отметить, что по существу симплекс метод является эвристическим методом, в котором ищется касание функции оптимальности с областью существования решения. Граница задается наборами прямолинейных отрезков со скачками производных в точках стыковки отрезков.

Схема симплекс-метода

Если задача линейного программирования имеет оптимальное решение, то оно соответ-

ствуется хотя бы одной точке многогранника решений (рис.1) и совпадает, по крайней мере, с одним из допустимых базисных решений системы ограничений. Для нахождения оптимального решения необходимо перебрать базисные решения и выбрать то, на котором целевая функция принимает экстремальное значение. Геометрический подход упрощает процесс перебора. Число перебираемых базисных решений можно сократить, если перебирать не произвольно, а согласно некоторому алгоритму, добиваясь, чтобы каждое последующее решение было бы лучше предыдущего. Идея последовательного улучшения решения легла в основу универсального метода решения ЗЛП - симплекс метода.

Геометрический смысл симплекс метода состоит в последовательном переходе от одной вершины выпуклого многоугольника решений к соседней вершине, в которой целевая функция принимает лучшее (или не худшее) значение. Переход завершается при достижении экстремального значения целевой функции, что определяет оптимальный опорный план (решение). Для реализации симплекс - метода необходимо освоить три основных элемента [20]:

- способ определения первоначального допустимого базисного решения;
- правило перехода не к худшему решению;
- критерий проверки оптимальности решения.

Для использования симплекс метода ЗЛП должна быть приведена к каноническому виду, т.е. все неравенства должны быть заменены уравнениями. Основные этапы решения следующие:

1. Ввод дополнительных (фиктивных, слабых) неотрицательных переменных.
2. Нахождение первоначального базисного решения.
 - 2.1. Разбиение переменных на основные и не основные переменные.
 - 2.2. В качестве основных переменных на первом шаге следует выбрать (если это возможно) такие m переменных, каждая из которых входит только в одно из n уравнений системы ограничений, и при этом нет таких уравнений системы, в которые не входит ни одна из этих переменных.
3. Выразить основные переменные через неосновные переменные
4. Приравнять неосновные переменные нулю и получить базисное решение, проверить его на допустимость.
5. Определить вид целевой функции через неосновные переменные. Проверить его на оптимальность. Для достижения максимума в выражении линейной целевой функции, выраженной через неосновные переменные должны отсутствовать положительные коэффициенты.
6. Увеличить неосновную переменную переходом к новым основным переменным. В случае альтернативы выбирать неосновную переменную с большим коэффициентом в целевой функции. Учесть ограничения на рост переменной, которая выбирается в качестве основной.
7. Выбрать разрешающее уравнение
8. Выразить новые основные переменные через неосновные переменные.
9. Приравнять неосновные переменные нулю и получить базисное решение.
10. Определить значение целевой функции через неосновные переменные
11. Сравнить значения целевых функций для двух последовательных шагов.
12. Проверить решение на оптимальность и продолжить процесс в случае отсутствия оптимальности решения.

Курсивом выделены этапы, которые свойственны комплементарной проблеме. Следует отметить, что двойственность многих ЗЛП обусловлена применением барометрической системы координат, о которой обычно экономическая литература умалчивает.

Комплементарность как альтернатива симплекс методу

Проблема линейной комплементарности (LCP) входит в подкласс математического программирования с ограничениями равновесия (МРЕС). В математической теории оптимизации проблема линейной комплементарности (LCP) часто возникает в вычислительной механике и охватывает хорошо известное квадратичное программирование как частный случай. Это было предложено Коттлом и Данцигом в 1968 году. В LCP нет целевой функции для оптимизации.

Для вещественной матрицы M и вектора q задача линейной комплементарности LCP (M , q) ищет векторы z и w , которые удовлетворяют следующим ограничениям:

$$w, z \geq 0,$$

то есть каждый компонент этих двух векторов неотрицателен

$$z^T w = 0 \text{ или эквивалентно}$$

Это условие комплементарности, так как оно подразумевает, что для всех i не более одного из w_i а также z_i может быть положительным.

$$w = Mz + q$$

Достаточным условием существования и единственности решения этой проблемы является то, что M симметрично положительно определен.

Если M таково, что $LCP(M, q)$ имеет решение для каждого q , то M является Q -матрицей.

Если M таково, что $LCP(M, q)$ имеет единственное решение для каждого q , то M является P -матрицей.

Обе эти характеристики являются достаточными и необходимыми [22]. Вектор w является фиктивной переменной (*slack variable*), [23] и поэтому обычно отбрасывается после того, как найден z . Таким образом, проблема также может быть сформулирована как:

(условие комплементарности)

При поиске оптимальных решений говорят о комплементарной системе. Это не совсем корректно, так как условие оптимальности и само оптимальное решение – разные сущности. Комплементарную систему описывают при помощи уравнений и условий, задающих область существования решения. Простая комплементарная система включает два уравнения (3) (4) и условия (5), (6), (7).

$$\frac{dx}{dt}(t) = f(x(t), u(t)), \quad (3)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)), \quad (4)$$

Выражения (3), (4) описывают следующую ситуацию: $x(t)$ – n -мерная переменная состояния, $u(t) \in R^k$ – входной вектор, $y(t) \in R^k$ – выходной вектор. В этом формализме комплементарную систему задает триада [24] «вход – состояние – выход». В симплекс методе это описание имеет вид «переменные – состояние – функция полезности». Выражение (1–3) интерпретируется так: изменение состояния определяется суперпозицией текущего состояния и входного вектора. Выражение (4) означает, что выходной вектор определяется суперпозицией текущего состояния и входного вектора. Уравнения (3), (4) являются достаточно общими и описывают разные процессы. Для привязки их к комплементарной системе необходимо добавить условие стандартного отношения комплементарности, которое выглядит как скалярное произведение и имеет два варианта

$$\langle u | y \rangle = 0 \quad (5)$$

$$\langle u | y \rangle = \min \quad (6)$$

В выражениях (5), (6) применяется скобочное обозначение векторов, введенное А.П. Дираком. Оно позволяет различать ковариантные и контрвариантные вектора и достаточно просто описывает скалярно произведение и показывает какой вектор контрвариантный а какой ковариантный. При описании скалярного произведения в виде круглых скобок такая информация отсутствуют.

Выражение (5) означает жесткое условие комплементарности. выражение (6) означает «мягкое» условие комплементарности. В общепринятых методах используют (5). Кроме того существует условие положительности переменных

$$0 \leq y(t) \wedge u(t) \geq 0 = 1. \quad (7)$$

Выражение (3–5) векторное, выражение (7) логически целочисленное. Выражение (5), (7) используют также в симплекс методе, но в силу традиции там их формулируют словесно. Функция состояния $f(x)$ – выполняет роль переходной функции.

Дискуссия

Можно говорить о статическом (оптимизационном) и динамическом (управляющем) методах комплементарной оптимизации. Большая часть работ по проблеме комплементарности связана с теории оптимизации состояния или стационарного решения. Но затем область приме-

нения сужается до подкласса математического программирования с ограничениями равновесия (МРЕС). Особенность применения метода по новому назначению состоит в условии

$$\langle u|y \rangle = \min \quad (6)$$

и трактовке переменных

Заключение

В информационном моделировании комплементарность является информационным ресурсом [29]. Она позволяет повышать эффективность моделирования. Комплементарность является многоаспектным понятием и нельзя одним термином охватывать все области его применения. Комплементарность для систем и процессов повышает качество и надежность. В теории оптимизации комплементарность является средством получения оптимальных решений для статических и динамических задач. Существует логическая комплементарность, которая является оппозиционной алогизмам. Логическая комплементарность позволяет решать задачи согласованности и непротиворечивости структур и алгоритмов. Оптимизационная комплементарность может быть рассмотрена как развитие идей симплекс метода для других условий. Общим в обоих методах являются фиктивные переменные. Различие в целевых функциях и условиях оптимизации. Оба метода дополняют друг друга и расширяют возможности получения оптимальных решений. Метод линейной комплементарности (LCP) применяют в биматричных играх, что позволяет анализировать чистые и стохастические стратегии. Следует также отметить, недостаточные исследования в области применения барометрической системы координат и влияние изменения систем координат на результаты оптимизации. Данной направление находится в состоянии развития и требует дальнейших исследований.

Литература

1. <https://www.merriam-webster.com/dictionary/complementarity> data view 22.05.2019.
2. Цветков В.Я. Комплементарность информационных ресурсов // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2016. № 2. С. 182–185.
3. Щенников А.Н. Комплементарность при обработке информации // ИТНОУ: Информационные технологии в науке, образовании и управлении. 2019. № 1. С. 24–30.
4. Цветков В.Я. Информационная неопределенность и определенность в науках об информации // Информационные технологии. 2015. № 1. С. 3–7.
5. Щенников А.Н. Неопределенность и комплементарность // Славянский форум. 2018. № 4 (22). С. 85–90.
6. Cottle R. W. Linear complementarity problem linear complementarity problem // Encyclopedia of Optimization. – Springer US, 2008. P. 1873–1878.
7. Betel D. et al. The microRNA. org resource: targets and expression // Nucleic acids research. 2008. M. 36. N. suppl_1. P. D149–D153.
8. Vallurupalli P., Kay L.E. Complementarity of ensemble and single-molecule measures of protein motion: a relaxation dispersion NMR study of an enzyme complex // Proceedings of the National Academy of Sciences. 2006. M. 103. N. 32. P. 11910–11915.
9. Щенников А.Н. Комплементарность в образовательных технологиях // Современное дополнительное профессиональное педагогическое образование. 2018. № 4. С. 3–14.
10. Brunello G. Labour market institutions and the complementarity between education and training in Europe // Education, training and labour market outcomes in Europe. – Palgrave Macmillan, London, 2004. P. 188–210.
11. Tom Xu K., Farrell T.W. The complementarity and substitution between unconventional and mainstream medicine among racial and ethnic groups in the United States // Health services research. 2007. V. 42. N. 2. P. 811–826.
12. Xian W., Yuzeng L., Shaohua Z. Oligopolistic equilibrium analysis for electricity markets: a nonlinear complementarity approach // IEEE Transactions on Power Systems. 2004. V. 19. N. 3. P. 1348–1355.
13. Kazempour S.J., Conejo A.J., Ruiz C. Strategic generation investment using a complementarity approach // IEEE Transactions on Power Systems. 2011. T. 26. N. 2. P. 940–948.
14. Богутдинов Б.Б., Цветков В.Я. Применение модели комплементарных ресурсов в инвестиционной деятельности // Вестник Мордовского университета. 2014. Т. 24. № 4. С. 103–116.
15. Tsvetkov V.Ya. Information interaction // European researcher. 2013. N. 11-1 (62). P. 2573–2577.

16. Цветков В.Я., Щенников А.Н. Подход к развитию методов комплементарной обработки информации // Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. 2019. № 1 (67). С. 92–98.
17. Щенников А.Н. Модели и комплементарность // Славянский форум. 2019. № 1 (23). С. 14–19.
18. Цветков В.Я. Отношения комплементарности и соответствия в информационных системах // Образовательные ресурсы и технологии. 2018. № 4 (25). С. 66–74.
19. Щенников А.Н. Комплементарность сложных вычислений // Славянский форум. 2018. № 2 (20). С. 118–123.
20. Цветков В.Я. Математические методы анализа в экономике. – М.: МАКС Пресс, 2001. 56 с.
21. R.W. Cottle and G.B. Dantzig. Complementary pivot theory of mathematical programming. // Linear Algebra and its Applications, 1968. 1:103–125.
22. Murty, Katta G. On the number of solutions to the complementarity problem and spanning properties of complementary cones // Linear Algebra and Its Applications. 1972. January. N. 5 (1): 65–108
23. Taylor, Joshua Adam (2015), Convex Optimization of Power Systems, Cambridge University Press, p. 172, ISBN 9781107076877
24. Цветков В.Я. Триада как интерпретирующая система // Перспективы науки и образования. 2015. № 6. С. 18–23.
25. Цветков В.Я., Щенников А.Н. Астатическое управление подвижными объектами // Славянский форум. 2019. № 1 (23). С. 53–59.
26. Вагущенко Л.Л., Цымбал Н.Н. Системы автоматического управления движением судна. – Одесса: Латстар, 2002. 310 с.
27. Смирнов М.Н., Федорова М.А. Компьютерное моделирование системы астатической стабилизации курса морского судна // Процессы управления и устойчивость: Труды 41-й международной научной конференции аспирантов и студентов. –СПб.: Издат. Дом С.Пб. ун-та, 2010. С. 495–500.
28. Веремей Е.И., Сотникова М.В. Многоцелевая структура законов управления морскими подвижными объектами // XII всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ. 2014. С. 3289–3300.
29. Tsvetkov V.Ya. Information Models and Information Resources // European Journal of Technology and Design, 2016. N. 2 (12). P. 79–86.
DOI: 10.13187/ejtd.2016.12.79www.ejournal4.com.

Сведения об авторе

Алексей Николаевич Щенников

Дир. Института информационных технологий и автоматизированного проектирования
РТУ МИРЭА

Россия, Москва,

Эл. почта: anschennikov@mirea.ru

Information about author

Alexey Nikolaevich Shchennikov

Director of the Institute of Information Technologies and
Computer-Aided Design
RTU MIREA

Moscow, Russia.

E-mail: anschennikov@mirea.ru