УЧЕНЫЕ ЗАПИСКИ КАЗАНСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Том 153, кн. 3 Физико-математические науки *2011*

УДК 519.4:539.12

КАЛИБРОВОЧНЫЕ ПОЛЯ И ГРАВИТАЦИЯ

Н.П. Коноплева

Аннотация

В связи с проблемой энергии в теории элементарных частиц, астрофизике и космологии обсуждается роль концепции локальной симметрии в теоретической физике и ее влияние на структуру теории калибровочных полей. Общая теория относительности Эйнштейна рассматривается как частный случай этой теории, когда калибровочное поле задается симметричным тензором второго ранга. Показано, что локализация группы симметрии теории приводит к изменению формы соответствующих законов сохранения. В частности, локализация группы сдвигов приводит к превращению обычного закона сохранения тензоров энергии-импульса в ковариантный закон сохранения. В рамках лагранжева формализма для бесконечных групп Ли, разработанного автором в 1967 г., такой закон сохранения является записью тождеств Нетер, вытекающих из ее второй теоремы. В данном случае тождества Нетер порождаются общековариантными преобразованиями пространственно-временных координат, рассматриваемых как локальные сдвиги. В теории калибровочных полей не существует проблемы псевдотензора энергии-импульса гравитационного поля. Появление структур типа псевдотензора свидетельствует о локализации группы симметрии теории и характерно для изменения формы всех законов сохранения. Новая форма законов сохранения (ковариантные законы сохранения) определяется тождествами Нетер ее второй теоремы для каждой конкретной локальной симметрии. Именно эти тождества позволяют геометрически трактовать взаимодействие и указывают, каким образом это следует делать. Динамические константы получаются интегрированием соответствующих дифференциальных ковариантных законов сохранения. В этом процессе необходимо использовать классификации римановых пространств, построенных А.З. Петровым.

Ключевые слова: геометрия, глобальные и локальные симметрии, гравитация, теория калибровочных полей, проблема энергии.

Введение

Проблема энергии в теории тяготения вновь привлекла внимание ученых в последние годы. Это вызвано большими расхождениями между предсказаниями современных астрофизических и космологических моделей с наблюдениями за развитием процессов во Вселенной. Для приведения расчетов в соответствие с наблюдениями предлагается множество новых моделей, предполагающих существование невидимой «темной материи» и ни с чем не взаимодействующей «темной энергии». Утверждается, что эти новые сущности могут занимать большую часть объема Вселенной. Здесь уместно напомнить об известном логическом правиле – «бритве Оккама». Оно звучит примерно так: «Не создавайте сущностей без необходимости!»

В общей теории относительности (ОТО) Эйнштейна роль такой сущности, возникшей (как казалось) без необходимости, играла ковариантная производная в законе сохранения тензора энергии-импульса материи, стоявшего в правой части уравнений Эйнштейна. Ковариантная производная левой части уравнений Эйнштейна тождественно обращалась в нуль вследствие геометрических свойств тензора Риччи. Для того чтобы убрать «лишние» члены и получить закон сохранения в обычной форме, содержащей обычные производные по координатам пространства-времени, многие авторы, начиная с самого Эйнштейна, предлагали добавлять «руками» к тензору энергии-импульса, полученному из лагранжиана, некое выражение, названное псевдотензором энергии-импульса $t_{\mu\nu}$. В научной литературе долгое время велись дискуссии по поводу того, чей псевдотензор лучше [1–3]).

Эта величина не имела какого-либо определенного тензорного закона преобразования и поэтому могла становиться равной или не равной нулю в зависимости от выбора системы координат. Ее появление было связано только с тем, что в теории гравитации Эйнштейна закон сохранения энергии-импульса изучаемой физической системы выражается через ковариантную, а не через обычную дивергенцию. Некоторые авторы приписывали псевдотензору энергии-импульса $t_{\mu\nu}$ физический смысл плотности энергии-импульса самого гравитационного поля без материи. А.З. Петров надеялся решить эту проблему в рамках единой теории гравитационного и электромагнитного полей, которой он занимался в последние годы своей жизни [4].

Решение пришло с другой стороны, а именно из физики элементарных частиц. В 60–70-е годы XX в. была создана единая теория фундаментальных взаимодействий элементарных частиц, включая гравитацию. Это была теория калибровочных полей [5–8]. Электромагнитным взаимодействиям в рамках этой теории отвечала абелева 1-параметрическая калибровочная группа. Чрезвычайная простота этой группы не позволяет увидеть специфические черты законов сохранения, связанных с локальной симметрией. В электродинамике они описываются векторами в 4-мерном пространстве-времени, для которых дивергенции, выраженные через обычные и ковариантные производные, почти совпадают. Поэтому процедуры интегрирования дифференциальных законов сохранения в плоском и римановом пространствах мало отличаются друг от друга. Полученные путем интегрирования динамические константы представляют собой числа, характеризующие движение физической системы и предназначенные для сравнения с аналогичными числами, полученными экспериментальным путем. Энергия является одной из таких динамических констант.

Для интегрирования тензорного закона сохранения энергии-импульса, возникающего в ОТО, пришлось искать новую процедуру, использующую теорему Гаусса лишь частично [9, 10]. Для определения этой процедуры оказались важны свойства симметрии риманова пространства-времени как целого. Произвольное риманово пространство такими свойствами не обладает, так как задается лишь локально. Вообще говоря, движение в таком пространстве-времени невозможно. Классификация пространств Эйнштейна по группам движений, полученная А.З. Петровым, позволяет математически строго перенести на пространства ОТО определения тех динамических констант, которые могут быть измерены экспериментально. Нам кажется, что современный кризис в космологии связан, в том числе, и с недостаточно строгой математикой, используемой при строительстве моделей. Выдающиеся исследования А.З. Петрова могут помочь внести ясность в некоторые проблемы современной космологии и астрофизики.

Заметим, что если в рамках ОТО мы хотим получить пространство-время с 10-параметрической группой движений (для того чтобы сохранить число динамических констант, имеющихся в пространстве Минковского), то для вакуумных решений уравнений Эйнштейна $R_{\mu\nu} = 0$ единственным пространством-временем, удовлетворяющим этому требованию, окажется пространство Минковского. При наличии космологической константы в правой части уравнений Эйнштейна решениями будут пространства постоянной ненулевой кривизны [4, 11]. Но те динамические константы, которые в них можно будет построить, по своему физическому смыслу будут отличаться от набора интегралов движения плоского пространства-времени.

Если мы будем искать менее симметричное вакуумное решение уравнений Эйнштейна, то следующим по степени симметрии за пространством Минковского окажется пространство с метрикой Шварцшильда. Оно сферически симметрично. В силу теоремы Биркгофа из сферической симметрии вытекает статичность этой метрики. Группа движений пространства-времени с такой метрикой 4-параметрическая. Она содержит 3-мерные пространственные вращения и сдвиги по времени [11].

В таком пространстве-времени можно построить набор только из 4 динамических констант. Благодаря сдвигам по времени одним из них будет энергия (или гамильтониан). В сущности, единственным пространством Эйнштейна, в котором релятивистские эффекты были вычислены и успешно сопоставлены с экспериментом, является именно пространство с метрикой Шварцшильда. Массивная планета Меркурий рассматривается в этом подходе как пробное тело, не искажающее гравитационного поля, создаваемого Солнцем. Масса Солнца в данном случае считается *источником* гравитационного поля, характеризуемого вакуумной метрикой Шварцшильда. Поле рассматривается в области пространства *вне источника*.

Появление структур типа ковариантной дивергенции тензора энергии-импульса гравитационного поля говорит о локализации группы симметрии и характерно для изменения формы всех законов сохранения в теории калибровочных полей. ОТО Эйнштейна может рассматриваться как частный случай этой теории, когда калибровочное поле задается симметричным тензором второго ранга [12]. Локализация группы симметрии теории всегда приводит к изменению формы соответствующих законов сохранения. Появление ковариантного закона сохранения тензора энергии-импульса в ОТО вместо обычного закона сохранения вызвано локализацией группы сдвигов координат пространства-времени. Эти преобразования координат называют также общековариантными преобразованиями. В рамках лагранжева формализма для бесконечных групп Ли, разработанного нами в 1967 г. [12], можно показать, что ковариантный закон сохранения в ОТО является записью тождеств Нетер, вытекающих из ее второй теоремы. В данном случае ковариантная форма закона сохранения является математически необходимой и неизбежной, в отличие от псевдотензора $t_{\mu\nu}$, представляющего собой сущность, изобретенную без необходимости.

Все локальные неабелевы калибровочные группы порождают в законах сохранения нетензорные добавки, физический смысл которых не вполне ясен. Но никто не предлагает убирать их с помощью искусственных конструкций, подобных псевдотензору энергии-импульса в гравитации. Считается, что они являются следствием нелинейности теории. Это правда, но не вся и не главная правда. Пример закона сохранения тензора энергии-импульса в ОТО указывает именно на это. Группа сдвигов пространства Минковского является абелевой, как и в электродинамике, где абелева группа 1-параметрических локальных фазовых преобразований волновой функции не порождает нетензорных добавок. Однако локализация группы пространственно-временных сдвигов изменяет закон сохранения тензора энергии-импульса таким образом, что в нем появляются нетензорные добавки. Поэтому главной причиной изменения формы законов сохранения является локализация группы симметрии теории.

В неабелевых калибровочных теориях для нахождения интегральных сохраняющихся величин, как и в ОТО, необходимо переопределять процедуры интегрирования с учетом свойств симметрии пространства-времени как целого. С геометрической точки зрения в случае неабелевой калибровочной группы пространство-время становится расслоенным пространством [6, 7]. Таким образом, теория калибровочных полей показывает, что проблемы псевдотензора $t_{\mu\nu}$ как самостоятельной физической проблемы не существует. Но существует проблема интегрирования и движения в неоднородных пространствах.

1. Симметрии и законы сохранения

Как известно, законы сохранения, которые описывают поведение физических систем, получаются с помощью первой теоремы Нетер [13]. Эта теорема применяется к интегралам действия, инвариантным относительно преобразований некоторой конечной группы Ли G_r. Непрерывная группа Ли G_r называется конечной, если ее преобразования зависят от r числовых параметров. До создания общей теории относительности в физике использовались только такие группы симметрии. Группы Галилея и Пуанкаре относятся именно к этому типу групп.

Группы Галилея и Пуанкаре описывают симметрию пространства-времени, в котором движется изучаемое физическое тело. В качестве свойств этого тела механика рассматривает только те, которые сохраняются в процессе его движения. Если имеется несколько движущихся тел, которые могут сталкиваться между собой, интеграл действия должен описывать всю систему тел. Набор динамических констант, полученных интегрированием законов сохранения, будет в этом случае характеризовать движение системы тел как целого. Такие величины, как энергия, импульс, момент вращения, спин, представляют собой динамические константы, возникающие при интегрировании дифференциальных законов сохранения в классической и релятивистской механиках [14, 15]. Общим с ОТО является предположение об отсутствии влияния собственных гравитационных полей движущихся тел на свойства пространства-времени, в котором они движутся.

Если пространство симметрично относительно преобразований какой-либо конечной группы Ли G_r, оно называется однородным пространством. Преобразования симметрии, образующие группу Ли G_r, переводят это пространство в себя. Искривленное пространство может быть однородным, если оно симметрично как целое. Примерами пространств такого рода могут служить пространства Лобачевского и де Ситтера. Однако механика в таких пространствах должна строиться на основе наборов динамических констант, соответствующих алгебрам групп движения Лобачевского и де Ситтера, которые отличаются от групп движения евклидовых пространств.

Например, 4-мерная группа де Ситтера не содержит 4-мерной абелевой инвариантной подгруппы, аналогичной группе 4-мерных сдвигов, входящих в состав группы Пуанкаре. Поэтому в пространстве де Ситтера не существует отдельно сохраняющихся компонент 3-импульса и энергии. Таких динамических констант построить в пространстве де Ситтера нельзя. Несмотря на то что полное число динамических констант равно 10, то есть совпадает с числом динамических констант в пространстве Минковского, эти константы являются величинами другой природы. Они образуют алгебру 5-мерной группы вращения [9]. Таким образом, в пространстве де Ситтера не существует прямолинейных движений. Поскольку сдвиги неотделимы от вращений, все движения становятся винтовыми. Поэтому вместо привычных законов сохранения энергии и импульса в пространстве де Ситтера мы должны построить сохраняющуюся величину из компонент энергии, 3-импульса, момента и спина. Отсутствие независимых сдвигов по времени ставит под вопрос возможность построения гамильтониана как инвариантной величины (со всеми вытекающими отсюда последствиями).

2. Законы сохранения в римановом пространстве-времени

Риманово пространство-время общей теории относительности не является, вообще говоря, симметричным как целое. Оно строится от точки к точке посредством задания локального 4-мерного интервала (элемента длины) ds^2: $ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu$, где dx^μ, dx^ν – дифференциалы координат x^μ, x^ν; $g_{\mu\nu}$ – компоненты метрического тензора, μ, $\nu = 0, 1, 2, 3$.

Глобальные свойства симметрии риманова пространства относительно движений его как целого, так же как и его топологию, необходимо исследовать отдельно. Движения пространств Эйнштейна как частного случая римановых пространств изучал А.З. Петров со своими учениками в 50–70-е годы XX в. Классификации пространств Эйнштейна по группам движений посвящены две его монографии и множество статей. Кроме того, А.З. Петров построил классификацию пространств Эйнштейна по алгебраическим свойствам тензора кривизны. Без знания результатов работ А.З. Петрова и его группы невозможно правильно строить механику и физику элементарных частиц с учетом гравитационного взаимодействия, тем более в масштабах Вселенной. Работы А.З. Петрова высоко ценил С. Вайнберг, получивший в 1979 г. вместе с А. Саламом и Ш. Глэшоу Нобелевскую премию за единую калибровочную теорию электромагнитных и слабых взаимодействий элементарных частиц. Он даже включил некоторые результаты А.З. Петрова в свою книгу «Гравитация и космология» [16].

Группой симметрии пространств Эйнштейна является так называемая группа общековариантных преобразований координат 4-мерного риманова пространства-времени V_4:

$$x^{\mu\prime} = f^\mu(x^\nu),$$

где f^μ – произвольные непрерывные функции координат. Эти преобразования можно представить в виде:

$$x^{\mu\prime} = x^\mu + \xi^\mu(x^\nu),$$

где $\xi^\mu(x^\nu)$ – произвольные непрерывные функции координат.

Будучи представленными таким образом, общековариантные преобразования превращаются в локализованные преобразования сдвигов (сдвиги, зависящие от точки). Такие сдвиги образуют 4-параметрическую *бесконечную* группу Ли $G_{\infty 4}$. Группа Ли называется бесконечной, если ее преобразования зависят от конечного числа функций $r(x)$. Она обозначается как $G_{\infty r}$.

При замене r числовых параметров конечной группы Ли G_r функциями точки $r(x)$, то есть при локализации симметрии, законы сохранения, о которых шла речь в предыдущем разделе, как правило, исчезают или тривиализируются. Именно поэтому при переходе от специальной теории относительности к общей исчезает обычный закон сохранения энергии-импульса. Но вместо старых законов сохранения инвариантность теории относительно локальной симметрии $G_{\infty r}$ порождает r тождественных соотношений между уравнениями движения или поля ($\equiv$ экстремалями интеграла действия) и их производными. Этим новым соотношениям можно придать форму ковариантных законов сохранения. Их вид определяется второй теоремой Нетер. Наличие таких соотношений уменьшает на r число независимых переменных в теории. Часть переменных оказывается функциями остальных.

На первый взгляд кажется, что достаточно подобрать некие дополнительные условия, устраняющие «лишние» переменные, превратить ковариантные производные в обычные, и жизнь вернется в обычное русло. Но это иллюзия! В некоторых тривиальных ситуациях (например, абелева калибровочная симметрия $G_{\infty 1}$ в электродинамике) ковариантные законы сохранения могут совпасть с обычными. Но в общем случае ковариантно сохраняются *другие* величины, не совпадающие с фигурирующими в обычных законах сохранения при G_r-инвариантности теории. На экстремалях соответствующие им выражения обращаются в нуль, тогда как обычные сохраняющиеся величины остаются отличными от нуля [12].

Итак, если G_r-симметрия теории с помощью первой теоремы Нетер дает возможность найти динамические константы, то $G_{\infty r}$-симметрия позволяет строить дифференциальные инварианты теории, к которым относится, в частности, интеграл действия. Нами было показано, что если в качестве локальной симметрии выбирается группа общековариантных преобразований, а в качестве полевой переменной – симметричный тензор второго ранга (например, метрический тензор), то интеграл действия теории в низшем порядке по производным совпадает с интегралом действия Гильберта – Эйнштейна. Разумеется, к нему можно добавить интеграл по объему, не содержащий производных метрического тензора. Варьируя этот интеграл действия по полевой переменной, мы получим в качестве уравнений поля уравнения Эйнштейна (с космологической постоянной или без нее в зависимости от наличия интеграла по объему). Этот результат на уровне теоремы говорит о том, что теория Эйнштейна является единственно возможной, вытекающей из только двух постулатов: 1) полевая переменная – симметричный тензор второго ранга и 2) симметрия теории – общековариантные преобразования координат. Заметим, что этот результат не зависит от того, будем ли мы интерпретировать симметричный тензор второго ранга как метрику пространства-времени V_4 или как поле в плоском пространстве [12, 17].

3. Заряды и масса

Калибровочные группы симметрии не являются, вообще говоря, пространственно-временными симметриями. Они связаны с так называемыми внутренними степенями свободы элементарных частиц. Природа внутренних симметрий до сих пор не ясна. Но в случае электродинамики ее градиентная инвариантность связана с электрическим зарядом. Электрический заряд считается источником электрического поля. По аналогии с электродинамикой в теории слабых взаимодействий и в хромодинамике (теории ядерных сил) с $SU(2)$ и $SU(3)$ калибровочными симметриями связывают «слабые» и «сильные» заряды, которые считаются источниками соответственно слабых и сильных взаимодействий элементарных частиц.

Является ли масса одним из зарядов? По своей форме закон Ньютона совпадает с законом Кулона с точностью до замены массы на электрический заряд. Но как далеко простирается эта аналогия? Уже на первом шаге, взяв два заряда и две массы, мы обнаруживаем принципиальную разницу между тяготением и электрическим взаимодействием. Любая масса может быть только положительной величиной, а электрический заряд может быть как положительным, так и отрицательным. В электродинамике одноименные заряды отталкиваются, а в гравитационной теории Ньютона они притягиваются. В специальной теории относительности утверждается эквивалентность массы и энергии: $E = mc^2$. Но нет пока такой теории, где утверждалась бы эквивалентность энергии и какого-либо заряда. В теории сверхпроводимости, когда электромагнитное поле выталкивается из сверхпроводника, говорят, что безмассовый фотон в приграничном слое сверхпроводника обрастает массой. О какой массе здесь идет речь? Может ли эта масса быть источником гравитационного поля? Попытки распространить механизм образования «массы» фотона в сверхпроводниках на все виды физических взаимодействий и все виды материи вызывают удивление.

Заряды можно рассматривать как константы связи, но массу так рассматривать нельзя. В теории тяготения Эйнштейна все массивные тела движутся по одним и тем же геодезическим линиям риманова пространства-времени. В этом проявляется универсальность гравитации. Масса не входит как параметр в уравнения геодезических. Но заряд, наряду с массой, входит как параметр в лоренцевы уравнения движения заряженных частиц.

Для того чтобы понять, какой именно массы и чего еще не хватает космологам и астрофизикам для интерпретации наблюдательных данных, кажется совершенно необходимым проанализировать различные определения массы. Язык науки должен быть сохранен для того, чтобы не потерять уже накопленные человечеством знания.

Заключение

Теория калибровочных полей позволила построить единую картину всех фундаментальных взаимодействий, включая гравитацию [18]. Поэтому появились различные сценарии рождения Вселенной [19], расчеты в которых делаются в рамках так называемой Стандартной модели взаимодействий элементарных частиц. Тем самым процессы космических масштабов оказываются связанными с поведением частиц в микромире. Это, конечно, огромный шаг вперед в познании мира. Но Природа, которая «в сущности проста», все-таки проста не до такой степени, чтобы оказаться примитивной и позволить закончиться физике. Продвигаясь вперед в ее познании, мы обнаруживаем все новые стороны физических явлений. Природа предстает перед нами все более разнообразной и загадочной. Кризис в теоретической физике отражает остроту стоящих перед ней задач и огромные потоки информации, ставшие доступными благодаря достижениям современной техники. Информационная революция, кажется, сметает все на своем пути. Но «Великое не терпит суеты». Нужно остановиться и подумать, что же мы пропустили в своей спешке? Нам помогут в этом великие ученые, жившие до нас и рядом с нами [20, 21]. В том числе и А.З. Петров.

Summary

N.P. Konopleva. Gauge Fields and Gravity.

In connection with the energy problem in the elementary particle theory, astrophysics and cosmology, the local symmetry conception in theoretical physics and its influence on the structure of the gauge field theory are under discussion here. Einsteinian General Relativity is considered as a special case of the gauge theory, when the gauge field is given by the symmetric tensor of rank two. It is shown that the symmetry group localization leads to modification of the conservation law form. In particular, in consequence of the translation group localization the energy-momentum conservation law written in usual form becomes covariant one. Within the Lagrangian formalism for infinite Lie groups (which we worked out in 1967), this conservation law is Noether's identities corresponding to her second theorem. In the case of GR, Noether identities are generated by generally covariant transformations of the space-time coordinates considered as the local translations. In the gauge field theory the problem of the gravity energy-momentum pseudotensor does not exist. Appearance of the pseudotensor-type structures points to localization of the symmetry group of the present theory. This phenomenon characterizes modifications of all conservation law forms. A new form of the conservation laws (covariant conservation laws) is given by the identities of Noether's second theorem for each particular local symmetry. These very identities make it possible to treat geometrically the interactions of elementary particles and show in which way it must be done. The dynamical constants are obtained by integration of the corresponding differential covariant conservation laws. In this process, Petrov's classification of Riemannian spaces ought to be used.

Key words: geometry, global and local symmetries, gravity, gauge field theory, energy problem.

Литература

1. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов: в 4 т. – М.: Наука, 1966. – Т. 2. – 878 с.
2. *Ландау Л.Д., Лившиц Е.М.* Теория поля. – М.: Физматгиз, 1960. – 400 с.
3. *Меллер К.* Теория относительности. – М.: Атомиздат, 1975. – 400 с.
4. *Петров А.З.* Новые методы в общей теории относительности. – М.: Наука, 1966. – 496 с.
5. Элементарные частицы и компенсирующие поля / Под ред. Д.Д. Иваненко. – М.: Мир, 1964. – 300 с.
6. *Коноплева Н.П.* Геометрическое описание взаимодействий: Дис. ... канд. физ.-матем. наук. – М.: ФИАН, 1969. – 145 с.
7. *Коноплева Н.П.* Геометрическое описание калибровочных полей // Тр. Междунар. семинара «Векторные мезоны и электромагнитные взаимодействия» / Под ред. А.М. Балдина. – Дубна: ОИЯИ, 1969. – С. 55–84.
8. *Коноплева Н.П., Попов В.Н.* Калибровочные поля. – М.: Атомиздат, 1972. – 240 с.
9. *Синг Дж.Л.* Общая теория относительности. – М.: Изд-во иностр. лит., 1963. – 432 с.
10. *Коноплева Н.П.* Об интегральных законах сохранения в общей теории относительности // Докл. АН СССР. – 1970. – № 6. – С. 1070–1073.
11. *Петров А.З.* Пространства Эйнштейна. – М.: Физматлит, 1961. – 243 с.
12. *Коноплева Н.П.* Вариационный формализм для бесконечных групп и теория поля // Гравитация и теория относительности. – Казань: Казан. гос. ун-т, 1968. – Вып. 4–5. – С. 67–77.
13. *Nöther E.* Invariante Variation probleme // Nach. von der Kön. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen, Math.-Phys. Kl. – 1918. – H. 2. – S. 235–258.
14. *Вейль Г.* Теория групп и квантовая механика. – М.: Наука, 1986. – 496 с.
15. *Дирак П.А.М.* Принципы квантовой механики. – М.: Физматгиз, 1960. – 434 с.
16. *Вайнберг С.* Гравитация и космология. – М.: Мир, 1975. – 696 с.
17. *Коноплева Н.П.* Гравитационные эксперименты в космосе // Усп. физ. наук. – 1977. – Т. 123, Вып. 4. – С. 537–563.
18. *Утияма Р.* К чему пришла физика (От теории относительности к теории калибровочных полей). – М.: Знание, 1986. – 224 с.
19. *Вайнберг С.* Первые три минуты. – М.: Энергоиздат, 1981. – 208 с.
20. *Станюкович К.П.* Гравитационное поле и элементарные частицы. – М.: Наука, 1965. – 311 с.
21. Поль Дирак и физика XX века: Сб. науч. тр. – М.: Наука, 1990. – 221 с.

Поступила в редакцию
19.06.11

Коноплева Нелли Павловна – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, ФГУП «НПП ВНИИЭМ».

E-mail: *nelly@theor.jinr.ru; vniiem@orc.ru*