

МЕТАЛЛУРГИЯ ЧЕРНЫХ, ЦВЕТНЫХ И РЕДКИХ МЕТАЛЛОВ / METALLURGY OF FERROUS, NON-FERROUS AND RARE METALS

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.148.3>

К ВОПРОСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МНОГОАППАРАТНЫХ СХЕМ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ ГИДРОМЕТАЛЛУРГИИ

Научная статья

Дюнова Д.Н.<sup>1\*</sup>, Нурмагомедов Т.Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ORCID : 0000-0002-0707-5334;

<sup>2</sup> ORCID : 0000-0003-1323-8133;

<sup>1,2</sup> Академия гражданской защиты МЧС России, Химки, Российская Федерация

\* Корреспондирующий автор (dunova\_dn[at]mail.ru)

**Аннотация**

В настоящее время рынок цинка показывает достаточный интенсивный рост. Повышающийся спрос на высококачественный металл и продукцию на его основе обусловлен развитием новых сфер потребления и областей применения. Модернизация имеющихся производственных мощностей, реализация современных технологических решений, планирование новых технологических процессов сопряжены, в том числе с оценением характеристик работы оборудования и расчета материального баланса. В данной работе рассмотрена специфика расчета материального баланса производственно-технологической подсистемы кислого выщелачивания гидрометаллургического производства цинка на основе его топологической модели в виде материального потокового графа.

**Ключевые слова:** производство цинка, кислое выщелачивание, топологическая модель, материальный баланс, циклический потоковый граф.

TO THE ISSUE OF MATHEMATICAL MODELLING OF MULTI-APPARATUS SCHEMES OF PRODUCTION-TECHNOLOGICAL HYDRAULIC METALLURGY SYSTEMS

Research article

Dyunova D.N.<sup>1\*</sup>, Nurmagomedov T.N.<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ORCID : 0000-0002-0707-5334;

<sup>2</sup> ORCID : 0000-0003-1323-8133;

<sup>1,2</sup> Civil Defence Academy EMERCOM of Russia, Khimki, Russian Federation

\* Corresponding author (dunova\_dn[at]mail.ru)

**Abstract**

Currently, the zinc market is showing sufficient intensive growth. Increasing demand for high quality metal and products based on it is caused by development of new spheres of consumption and areas of application. Modernization of existing production facilities, implementation of modern technological solutions, planning of new technological processes are associated, among other things, with evaluation of equipment performance and calculation of material balance. This work examines the specifics of calculating the material balance of the production-technological subsystem of acid leach of hydrometallurgical zinc production on the basis of its topological model in the form of material flow graph.

**Keywords:** zinc production, acid leach, topological model, material balance, cyclic flow graph.

**Введение**

Развитие предприятий цветной металлургии в настоящее время осуществляется в условиях внедрения инновационных технологий, цифровизации, активного наращивания производства, изменений в сферах сырьевых рынков и рынка сбыта продукции. Технологии производства цветных металлов гидрометаллургическим способом, реализующих комплексное и селективное извлечение ценных компонентов, продолжают оставаться одними из эффективных экономически и приемлемых экологически способов переработки рудного полиметаллического сырья.

Основным процессом гидрометаллургии, в значительной мере определяющим технико-экономические показатели получаемых продуктов и их производств, является выщелачивание [1]. Материальную основу получения металлов гидрометаллургическим способом составляют производственно-технологические комплексы, реализующие совокупность физико-химических процессов по переработке сырья с целью получения товарного продукта требуемого качества [2]. Уменьшение запасов руд с высоким содержанием ценных компонентов, вовлечение в переработку труднодоступных материалов и сложного по составу сырья с различным сочетанием компонентов определяет необходимость адаптации существующих технологий переработки с целью соответствия необходимому уровню технической и экономической эффективности и синтеза эффективных систем управления [3], [4], [5].

Технологии получения металлов гидрометаллургическим способом, базирующиеся на реакции взаимодействия полиметаллического рудного сырья с растворами неорганических кислот, как правило, реализуются в каскадах аппаратов большой единичной мощности. Протекающие процессы связаны с формированием химически агрессивных сред. Управление такими объектами осуществляется в условиях неопределенности, а иногда на основе опыта и интуиции [6], [7]. Специфика данных объектов в сочетании с инерционностью, ограниченным объемом информации об их параметрах и характеристиках, многостадийностью, стохастической природой обуславливает необходимость

применения специального подхода к анализу и управлению ими. Общей задачей, объединяющей эти объекты, является необходимость получения математического описания, позволяющего решать задачи анализа, оптимизации параметров и показателей производственного оборудования, улучшения качества управления. К нему относятся балансовые модели производственно-технологических систем, которые, с позиций системного анализа, в контексте решения сформулированных задач являются основой формализованного представления и отдельного элемента, и сложного объекта в целом. Так, математическое описание сернокислотного выщелачивания на основе уравнений кинетики и материального баланса для единичного аппарата с механическим перемешиванием может быть использовано в системе автоматического управления процессом [8]. Анализ функционирования действующих гидрометаллургических систем, решение вопросов по установлению расходных норм по сырью, технологическим показателям и определению неучтенных потерь компонентов сырья в условиях промышленной эксплуатации может быть выполнено на основе регрессионной математической модели сернокислотного выщелачивания [9]. Основу математической модели каскада аппаратов выщелачивания цинка из огарка, характеризующей взаимосвязь степени использования серной кислоты и извлечение цинка [4], позволяющей решать задачи оптимального управления и прогнозирования, также составляют, в том числе соотношения материального баланса. Эффективным инструментом построения моделей, учитывающих влияние основных параметров процесса выщелачивания в аппаратах каскада, причинно-следственные связи между ними, является методы теории графов [10]. В настоящей работе рассмотрена реализация подхода к построению математической модели процесса кислого выщелачивания гидрометаллургического производства цинка для установившегося режима на основе использования методов циклических графов.

### Основная часть

Основная нагрузка по извлечению цинка приходится на кислую ветвь процесса. Назначение данной стадии заключается в обеспечении возможно более полного извлечения ценного компонента в раствор и ограничения обратного перехода в раствор осажденных примесей. Сгущенный полупродукт нейтральной стадии выщелачивания направляют в каскад аппаратов с воздушным перемешиванием (пачуки) кислой ветви. Выщелачивание производят отработанным электролитом. Полупродуктами кислого выщелачивания и последующего сгущения являются верхний слив кислых сгустителей (ВСКС) и нижний слив кислых сгустителей, цинковый кек (НСКС). В первый аппарат (окислительный пачук) подают растворы цеха пылей и окислов (ЦПО), полупродукт фильтровально-сушильного отделения – фильтрат (Ф). Во второй кислый пачук направляю сгущенную пульпу нейтрального выщелачивания (НСНС). Кислотность на выходе этого аппарата (3 – 5 г/л) поддерживают путем подачи отработанного электролита (ОЭ). В последнем пачуке кислотность устанавливают в зависимости от условий работы нейтральной стадии процесса и качественного состава перерабатываемого концентрата (1–1,5 г/л). Из последнего пачука кислой ветви пульпу откачивают в гидроциклон, где производят ее классификацию. Верхний слив направляют в кислые сгустители, нижний слив (песковая фракция) – на доизмельчение и довыщелачивание в галечной мельнице. Кислотность пульпы на выходе из мельницы поддерживают в пределах (5 – 10 г/л) путем подачи ОЭ. В аппаратах сгущения происходит отстаивание пульпы до Ж:Т = 3-2:1. Верхний слив кислых сгустителей (ВСКС) с содержанием серной кислоты (0,5 – 1,5 г/л) направляют на смыв огарка. Нижний слив кислых сгустителей направляют в отделение фильтрации. Для установившегося режима функционирования технологической схеме кислого выщелачивания, отличающейся сложностью топологии и значительной взаимосвязанностью элементов, можно поставить в соответствие материальный потоковый граф одного типа физических потоков исследуемого объекта (рис. 1)

$$G = G(N, T),$$

где  $N, T$  – соответственно множество вершин и множество дуг материального потокового графа.

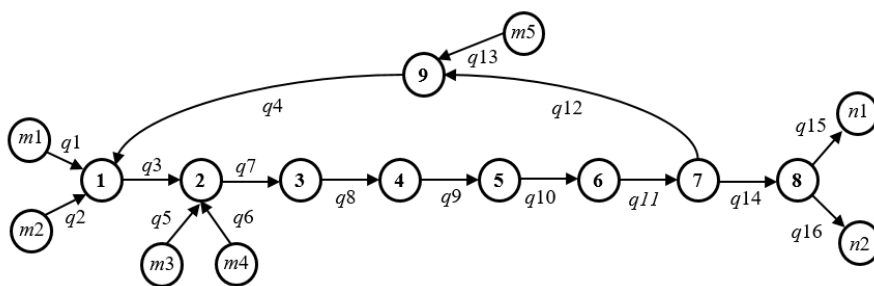


Рисунок 1 - Материальный потоковый граф  $G(N, T)$  процесса кислого выщелачивания по общему расходу технологических потоков

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.148.3.1>

Вершинам графа отвечают аппараты технологической схемы, источники и стоки объекта, дугам – совокупность физических потоков материальных сред (см. табл. № 1). В табл. 2 приведены физические потоки исследуемой технологической системы и соответствующим им дуги потокового графа.

Таблица 1 - Элементы, источники и стоки технологической схемы и вершины потокового графа процесса кислого выщелачивания

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.148.3.2>

№ п/п	Элемент схемы	Вершины потокового графа	№ п/п	Элемент схемы	Вершины потокового графа
1	Пачуки	1-6	6	Источник Ф	m2
2	Гидроциклон	7	7	Источник ОЭ	m3, m5
3	Сгуститель	8	8	Источник НСНС	m4
4	Мельница	9	9	Сток ВСКК	n1
5	Растворы ЦПО	m1	10	Сток НСКК	n2

Таблица 2 - Физические потоки и дуги потокового графа потокового графа процесса кислого выщелачивания

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.148.3.3>

№ п/п	Физические потоки технологической схемы	Дуги потокового графа
1	Фильтрат	q1
2	Растворы ЦПО	q2
3	Кислая пульпа	q3, q4, q7 - q11
4	НСНС	q5
5	Нижний продукт гидроциклона (пески)	q12
6	ОЭ	q6, q13
7	НСКС	q14
8	Верхний продукт гидроциклона	q15
9	ВСКС	q16

Расчет материального баланса процесса кислого выщелачивания выполнен в соответствии с алгоритмом на основе циклического потокового графа [11]. Для исследуемого объекта на основе материального потокового графа по общему расходу технологических потоков посредством объединения всех вершин-источников и вершин-стоков в общую вершину (0) получен циклический материальный потоковый граф  $G^*(V,B)$ . Являющийся связным граф  $G^*(V,B)$  соответствует потоковому графу  $G(N,T)$  и имеет число вершин ( $v=k+1=10$ ), число дуг ( $e=b=16$ ) и ранг  $\rho=k=9$  (рис. 2). Потоки, отвечающие хордам графа  $Q_s$  – свободные, их значения устанавливают на основе информации о зоде технологического процесса. Базисные потоки  $Q_b$  определяют на основе свободных:

$$[Q_b] = [Z][Q_s],$$

где  $[Z]$  – цикломатическая матрица, элементы которой находят из зависимости:

$$Z_{ij} = \begin{cases} +1, & \text{если поток } q_i \text{ принадлежит фундаментальному циклу } j, \\ 0, & \text{если поток } q_i \text{ не принадлежит фундаментальному циклу } j, \\ -1, & \text{если поток входит в цикл } j \text{ противоположно направленным.} \end{cases}$$

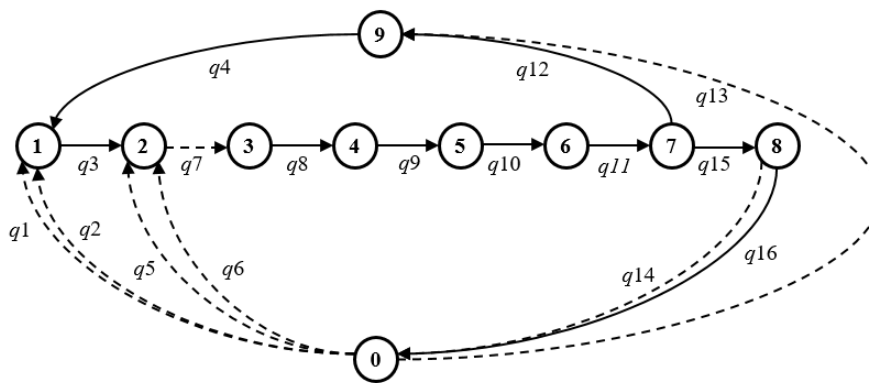


Рисунок 2 - Циклический материальный потоковый граф  $G^*(V,B)$  процесса кислого выщелачивания и его формальное дерево

DOI: <https://doi.org/10.60797/IRJ.2024.148.3.4>

Для определения материальной нагрузки на элементы технологической схемы в циклическом графе определено формальное дерево с числом ветвей  $e_{S_T} = \rho = 9$ , которое не имеет замкнутых циклов. При построении дерева учитывалось, что автоматически контролируемые расходы материальных сред входят в совокупность дуг  $e - \rho = 16 - 9 = 7$ , представляющих собой хорды графа. Количество хорд графа соответствует количеству свободных потоков объекта; потоки в ветвях формального дерева относятся к множеству свободных потоков. В качестве свободных потоков графа приняты:  $q_1, q_2, q_5, q_6, q_{13}, q_7, q_{16}$ . Последовательное присоединение хорд дерева к его ветвям в порядке возрастания номеров, позволило выделить фундаментальные циклы [12]. Соответствующая цикломатическая матрица  $[Z] = \frac{[E]}{[F]}$  порядка  $[e \times (e - \rho)] = [16 \times 7]$  ранга  $r_c = e - \rho = e_{S_T} = 7$  определена как отношение единичной матрицы  $[E]$  порядка  $[(e - \rho) \times (e - \rho)] = [7 \times 7]$  к матрице  $[F]$  порядка  $[\rho \times (e - \rho)] = [9 \times 7]$ :

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad F^T = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Система уравнений материального баланса для процесса кислого выщелачивания, полученная в виде соотношений между базисными и свободными потоками исследуемого объекта путем суммирования элементов строк цикломатической матрицы графа, имеет вид:

$$\begin{cases} q_3 = q_7 - q_5 - q_6 \\ q_4 = q_7 - q_5 - q_6 - q_1 - q_2 \\ q_8 = q_9 = q_{10} = q_{11} = q_7 \\ q_{12} = q_7 - q_2 - q_5 - q_6 - q_{13} \\ q_{14} = q_1 + q_2 + q_5 + q_6 + q_{13} - q_{16} \\ q_{15} = q_1 + q_2 + q_5 + q_6 + q_{13} \end{cases}$$

**Заключение**

Исследование сложных технологических систем в большинстве случаев сопряжено с трудностями вычислительного характера. Применение топологической модели в виде циклического потокового графа позволяет значительно упростить процесс получения математической модели кислой ветви процесса выщелачивания цинкового производства для установившегося режима функционирования. Измерительная информация об автоматически контролируемых параметрах объекта является полезной и определяет эффективность данного подхода к исследованию сложных производственно-технологических систем гидрометаллургии.

**Конфликт интересов**

Не указан.

**Рецензия**

Все статьи проходят рецензирование. Но рецензент или автор статьи предпочли не публиковать рецензию к этой статье в открытом доступе. Рецензия может быть предоставлена компетентным органам по запросу.

**Conflict of Interest**

None declared.

**Review**

All articles are peer-reviewed. But the reviewer or the author of the article chose not to publish a review of this article in the public domain. The review can be provided to the competent authorities upon request.

**Список литературы / References**

1. Снурников А.П. Гидрометаллургия цинка / А.П. Снурников. — Москва: Metallurgija, 1981. — 384 с.
2. Казанбаев Л.А. Гидрометаллургия цинка / Л.А. Казанбаев. — Москва: Руда и Металлы, 2006. — 176 с.
3. Дюнова Д.Н. Математическая модель процесса нейтрального выщелачивания и сгущения в производстве цинка / Д.Н. Дюнова // Вестник ЮУрГУ. Серия «Металлургия». — 2013. — № 1. — С. 40-45.
4. Дюнова Д.Н. Моделирование процесса кислого выщелачивания в производстве цинка / Д.Н. Дюнова // Теоретическая и прикладная наука. — 2014. — № 2 (10). — С. 9-11.
5. Дюнова Д.Н. Анализ надежности технологической топологии процесса кислого выщелачивания гидрометаллургического производства цинка / Д.Н. Дюнова // Теоретическая и прикладная наука. — 2022. — № 6 (110). — С. 248-251.
6. Агеев Н.Г. Моделирование процессов и объектов в металлургии / Н.Г. Агеев. — Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2016. — 110 с.
7. Головкин Ф.П. Совершенствование процесса электролиза цинка на АООТ ЧЭЦЗ / Ф.П. Головкин // Цветные металлы. — 2000. — № 5. — С. 23-26.
8. Леонов Р.Е. Математическая модель агитатора для сернокислотного выщелачивания цинка как объекта управления / Р.Е. Леонов // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал). — 2021. — № 11-1. — С. 366-373.
9. Мамяченков С.В. Оценка процесса сернокислотного выщелачивания цинка из труднообогатимой окисленной цинковой руды с позиций математического моделирования / С.В. Мамяченков // Комплексное использование минерального сырья. — 2016. — № 3 (298). — С. 63-66.
10. Дюнова Д.Н. Моделирование сложных технологических схем гидрометаллургических производственных комплексов / Д.Н. Дюнова, Т.Н. Нурмагомедов // Международный научно-исследовательский журнал. — 2023. — № 2 (128). — С. 1-4.
11. Белов В.В. Теория графов / В.В. Белов — Москва: Высшая школа, 1976. — 392 с.
12. Кафаров В.В. Принципы математического моделирования химико-технологических систем / В.В. Кафаров — Москва: Химия, 1974. — 400 с.

**Список литературы на английском языке / References in English**

1. Snurnikov A.P. Gidrometallurgija tsinka [Hydrometallurgy of zinc] / A.P. Snurnikov. — Moskva: Metallurgija, 1981. — 384 p. [in Russian]
2. Kazanbaev L.A. Gidrometallurgija tsinka [Hydrometallurgy of zinc] / L.A. Kazanbaev. — Moskva: Ruda i Metally, 2006. — 176 p. [in Russian]
3. Djunova D.N. Matematicheskaja model' protsessa nejtral'nogo vyschelachivaniija i sghuschenija v proizvodstve tsinka [Mathematical model of the neutral leaching and thickening process in zinc production] / D.N. Djunova // Vestnik JuUrGU. Serija "Metallurgija" [Bulletin of the South Ural State University. Series "Metallurgy"]. — 2013. — № 1. — P. 40-45. [in Russian]
4. Djunova D.N. Modelirovanie protsessa kislogo vyschelachivaniija v proizvodstve tsinka [Simulation of acid leaching process in zinc production] / D.N. Djunova // Teoreticheskaja i prikladnaja nauka [Theoretical & Applied Science]. — 2014. — № 2 (10). — P. 9-11. [in Russian]
5. Djunova D.N. Analiz nadezhnosti tehnologicheskoi topologii protsessa kislogo vyschelachivaniija gidrometallurgicheskogo proizvodstva tsinka [Analysis of the reliability of the technological topology of the acid leaching process of hydrometallurgical zinc production] / D.N. Djunova // Teoreticheskaja i prikladnaja nauka [Theoretical & Applied Science]. — 2022. — № 6 (110). — P. 248-251. [in Russian]
6. Ageev N.G. Modelirovanie protsessov i ob'ektov v metallurgii [Modeling of processes and objects in metallurgy] / N.G. Ageev. — Yekaterinburg: Ural University Press, 2016. — 110 p. [in Russian]
7. Golovko F.P. Sovershenstvovanie protsessa elektroliza tsinka na AOOT ChETsZ [Improving the zinc electrolysis process at JSC ChEZP] / F.P. Golovko // Cvetnye metally [Non-ferrous metals]. — 2000. — № 5. — P. 23-26. [in Russian]
8. Leonov R.E. Matematicheskaja model' agitatora dlja sernokislotnogo vyschelachivaniija tsinka kak ob'ekta upravlenija [Mathematical model of agitator for sulfuric acid leaching of zinc as a control object] / R.E. Leonov // Gornyj informacionno-analiticheskij bjulleten' (nauchno-tehnicheskij zhurnal) [Mining Informational and Analytical Bulletin (Scientific and Technical Journal)]. — 2021. — № 11-1. — P. 366-373. [in Russian]
9. Mamjachenkov S.V. Otsenka protsessov sernokislotnogo vyschelachivaniija tsinka iz trudnoobogatimoi okislennoj tsinkovoi rudy s pozitsij matematicheskogo modelirovanija [Assessment of the process of sulfuric acid leaching of zinc from refractory oxidized zinc ore from the standpoint of mathematical modeling] / S.V. Mamjachenkov // Kompleksnoe ispol'zovanie mineral'nogo syr'ja [Integrated use of mineral raw materials]. — 2016. — № 3 (298). — P. 63-66. [in Russian]
10. Djunova D.N. Modelirovanie slozhnyh tehnologicheskikh shem gidrometallurgicheskikh proizvodstvennykh kompleksov [Modeling of complex technological schemes of hydrometallurgical production complexes] / D.N. Djunova, T.N. Nurmagomedov // Mezhdunarodnyj nauchno-issledovatel'skij zhurnal [International Scientific Research Journal]. — 2023. — № 2 (128). — P. 1-4. [in Russian]
11. Belov V.V. Teoriya grafov [Graph theory] / V.V. Belov — Moskva: Vysshaja shkola, 1976. — 392 p. [in Russian]
12. Kafarov V.V. Printsipy matematicheskogo modelirovanija himiko-tehnologicheskikh sistem [Principles of Mathematical Modeling of Chemical and Technological Systems] / V.V. Kafarov — Moskva: Himija, 1974. — 400 p. [in Russian]