ного класса арифметических графов (вершины смежны, если их сумма есть простое число) сформулируем следующие недоказанные гипотезы:

1) диаметр всех графов при $n \geq 5$ равен трем;

2) графы четных порядков являются гамильтоновыми;

3) графы нечетных порядков содержат гамильтонову цепь;

4) множество вершин графа можно разбить на пары смежных.

Автор статьи:

Бирюков
Альберт Васильевич
- докт. техн. наук, проф.,
зав. каф. высшей математики

УДК 519.21

К.И. Гурьянов

ГРАФЫ НА ДИАГРАММАХ ВОРОНОГО

Пусть на плоскости задано случайное множество точек F. Требуется для точки A этого множества найти область, все точки которой являются ближайшими к точке A по сравнению с другими точками множества F. Эта область является пересечением полуплоскостей, т.е. выпуклым многоугольником, а точка A – его центром. Совокупность таких многоугольников, число которых равно числу точек множества F, и представляет собой диаграмму Вороного. Отметим, что некоторые из областей диаграммы могут быть незамкнутыми.

При компьютерном моделировании диаграмм вороного случайным образом выбирались N точек с координатами, принадлежащими единичному квадрату.

Вершины и ребра полигонов (за исключением границы квадрата) образуют односвязный граф. Рассмотрим следующие его характеристики: n – число вершин; m – число ребер; H – энтропия графа, характеризующая алгоритмическую сложность его описания.

Для определения энтропии графа рассмотрим все его подграфы третьего порядка, число которых равно $A=n(n-1)(n-2)/6$. Среди них неизоморфными являются лишь 4 подграфа: цикл, цепь из двух звеньев, ребро и вершина (несмежная с концами ребра), три попарно несмежные вершины. Обозначим через A_i $(i=1, 2, 3, 4)$ число подграфов каждого из этих типов и найдем отношение $P_i=A_i/A$. При этом энтропию графа определим неотрицательным числом

$$H = -\left(\sum_{i=1}^{4} P_i \log_2 P_i \right) / 2.$$

Из определения энтропии следует, что $H \in [0;1]$. Наибольшее её значение $H=1$ соответствует случаю, когда все числа P_i одинаковы и равны 1/4. Нулевой энтропией обладает граф, для которого одно из чисел P_i равно единице, а остальные – нулю. Отметим, что при $P_i=0$ соответствующее слагаемое суммы в определении энтропии также равно нулю, что следует из предельного перехода. В частности, $H=0$ для полного и для пустого (без ребер) графов.

Компьютерное моделирование диаграммы вороного, выполнено для $N=($20, 40, 60, 80,100, 150, 200,300). Результаты вычислений приведены в табл. 1.

Из приведенных данных видно, что с увеличением числа

Таблица 2

N	P1	P2	P3	P4
20	0,03	0	0,33	0,63
40	0	0	0,14	0,86
60	0	0	0,09	0,91
80	0	0	0,06	0,93
100	0	0	0,05	0,95
150	0	0	0,03	0,97
200	0	0	0,02	0,98
300	0	0	0,02	0,98

Таблица 1

N	*n*	*M*	*H*
20	19	23	0,56
40	55	74	0,31
60	91	126	0,23
80	126	175	0,18
100	164	231	0,15
150	247	349	0,11
200	345	494	0,08
300	541	784	0,05

Таблица 3

N	3	4	5	6	7	8	9	10	11
20	1			2	2				
40		2	7	8	3				
60		7	8	11	7		1		1
80	2	4	14	17	9	4			
100	1	4	16	29	6	7	2		
150		10	30	31	22	9			
200	3	13	45	44	27	13	3	1	
300	1	32	69	59	55	18	10		

полигонов энтропия, характеризующая геометрический хаос разбиения, монотонно убывает. Этот факт иллюстрируют данные табл. 2, из которой видно, что одна из частот P_i, а именно P_4, стремится к единице, т.е. возрастает относительное количество трёх попарно несмежных вершин.

Этот факт также подтверждает табл. 3, в которой приведено распределение многогранников по числу вершин. Относительно небольшое количество ребер графа $m \approx 1,4n$ и значительное число пяти и шестиугольников порождают преобладание трех попарно несмежных вершин.

Для N=40 были проведены 10 параллельных испытаний:

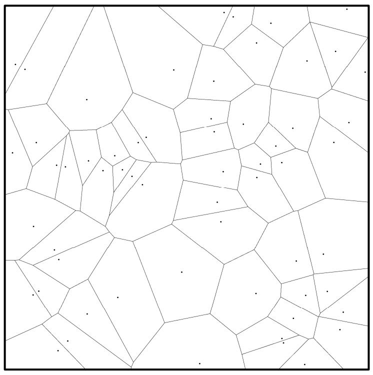
Таблица 4

n	m	H
58	79	0,31
59	79	0,30
61	83	0,29
57	77	0,30
55	76	0,32
57	55	0,31
60	83	0,30
55	72	0,31
59	80	0,30
52	71	0,33

$M(n)=57,3; D(n)=6,61; W(n)=0,04; M(m)=75,5; D(m)=61,25; W(m)=0,1; M(H)=0,31; D(H)=0,0001; W(H)=0,03,$

где M – математическое ожидание случайной величины, D – дисперсия, W – коэффициент вариации случайной величины.

Отсюда видно, что случайная вариация энтропии графа



практически равна нулю.

На рисунке приведена диаграмма вороного с параметрами N=60, n= 91, m=126, H= 0,22.

Автор статьи:
Гурьянов Кирилл Иванович – аспирант каф. высщей математики

УДК 519.6

В. А. Ковалевская, В. М. Кубрак

ЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ВЕРОЯТНОСТНО-АЛЬТЕРНАТИВНОМУ ПРОГНОЗУ МНОГОФАКТОРНЫХ ПРОЦЕССОВ

Методы распознавания образов позволяют эффективно решать задачи классификации, прогноза и управления многофакторными процессами и принятия в заданных условиях наиболее рационального решения, в тех случаях, когда есть опыт прошлого (обучающая выборка). К таким задачам относятся: прогноз безопасности технологического процесса; состояния, надежности и долговечности приборов и систем; технико-экономических показателей работы предприятия; прогноз качества продукции; распознавания звуковых образов и изображений; задачи социологии, военного дела, теории связи и др.[1- 7].

Подавляющее большинство известных алгоритмов теории распознавания образов [1-3] базируются на гипотетическом или экспериментально-статистическом факте независимости факторов. Но реальные процессы и системы характеризуются сложными взаимосвязями влияющих на выходной показатель факторов. Поэтому разработка алгоритмов распознавания и многофакторного прогноза по комплексу зависимых факторов является актуальной научно-практической задачей, позволяющей повысить надёжность и экономическую эффективность методов многофакторного прогноза и принятия решений.

Решающей функцией в логических алгоритмах является конъюнкция: сочетание значений факторов или интервалов значений факторов. Так, например, в медицине широко известны под понятием "синдром", сочетания двух, трех и более факторов при диагностике какого-либо заболевания или при дифференциализации одного заболевания от другого. Аналогичные сочетания можно рассчитать в распознаваемых классах объектов любой природы.

При этом ищутся и используются только такие сочетания (r-номер сочетания) , которые встречаются максимальное число раз в своем классе и минимальное число раз- в "чужом . Примером диагностического сочетания в медицинской диагностике может служить "возраст" (X_1) более 50 лет при нижней величине артериального давления (X_2) менее 80.

Математически это сочетание значений двух факторов опишется конъюнкцией: $X_1 > 50 \wedge X_2 < 80$. Можно перейти к булевым переменным, задав