Покажем, что $F(t)$ является непрерывной функцией на отрезке $[a,b]$. Достаточно проверить ее непрерывность при $t\in\Delta$. При $t=t_s$ имеем

$$\lim_{u\to t+0}F(u)=F(t),\ \lim_{u\to t-0}F(u)=\sum_{0<t_k<t_s}f(t_k)-\rho_\Delta(t_s)f(t_s)=F(t_s)=F(t).$$

Таким образом, функция $F(t)$ является первообразной от $-(\rho'_\Delta(t)f(t)+\rho_\Delta(t)f'(t))$. Кроме того, $F(a)=G(a)$. Следовательно, для любого t из отрезка $[a,b]$ справедливо равенство $F(t)=G(t)$.

Теорема доказана.

Теорема 2. *Пусть функция $f(t)$ имеет непрерывную вторую производную на отрезке $[a,b]$. Тогда для любого $b>a$ имеем*

$$\sum_{a<t_k\leqslant b}f(t_k)=-\int\limits_a^b\rho'_\Delta(t)f(t)\,dt+\rho_\Delta(b)f(b)-\rho_\Delta(a)f(a)-\sigma_\Delta(b)f'(b)+\sigma_\Delta(a)f'(a)+\int\limits_a^b\sigma_\Delta(t)f''(t)\,dt. \quad (2)$$

Доказательство теоремы. В формуле (1) проинтегрируем по частям интеграл

$$\int\limits_a^b\rho_\Delta(t)f'(t)\,dt=\int\limits_a^b f'(t)\,d\sigma_\Delta(t).$$

Подставив найденное выражение, получим искомую формулу (2).

Автор приносит благодарность профессору В. Н. Чубарикову за постановку задачи.

Поступила в редакцию
18.05.2010

УДК 512.552.2

ГРАДУИРОВАННЫЕ ВАРИАНТЫ ТЕОРЕМЫ ГОЛДИ

А. Л. Канунников[1]

Доказываются градуированные варианты теоремы Голди о существовании, строении и совпадении классического и полного правых колец частных полупервичного (первичного) правого кольца Голди (теоремы 10, 11, 13). Основная трудность — существование в каждом gr-существенном правом идеале однородного регулярного элемента — преодолевается наложением дополнительных требований на группу, по которой градуировано кольцо, или на однородные компоненты кольца.

Ключевые слова: градуированные кольца Голди, градуированные кольца частных.

We prove the graded variants of Goldie's theorem of existence, structure and coincidence of right classical and maximal quotient rings of a semiprime (prime) right Goldie's ring (Theorems 10, 11, 13). The main problem, the existence of a homogeneous regular element in each gr-essential right ideal, is solved by posing some additional requirements onto the group grading the ring or onto the homogeneous components of the ring.

Key words: graded Goldie's rings, graded quotient rings.

В классической теории колец известен следующий результат [1, 2].

Теорема 1 (Голди). *Для ассоциативного кольца R с единицей следующие условия равносильны:*

(1) *R — полупервичное правое кольцо Голди;*

(2) *в R множество всех существенных правых идеалов совпадает с множеством всех правых идеалов, содержащих хотя бы один регулярный элемент (т.е. неделитель нуля);*

[1] *Андрей Леонидович Канунников* — асп. каф. высшей алгебры мех.-мат. ф-та МГУ; e-mail: andrew.kanunnikov@gmail.com.

(3) *R имеет классическое правое кольцо частных Q_{cl}, которое является вполне приводимым кольцом.*

При выполнении этих условий Q_{cl} совпадает с полным правым кольцом частных кольца R.

Кроме того, R — первичное правое кольцо Голди тогда и только тогда, когда кольцо Q_{cl} вполне приводимо и просто.

Строение вполне приводимых колец описывает теорема Ваддербарна–Артина [1–3].

Теорема 2 (Ваддербарн–Артин). *Пусть R — ассоциативное кольцо с единицей. Тогда*

1) *R вполне приводимо и просто тогда и только тогда, когда R изоморфно кольцу матриц над телом;*

2) *R вполне приводимо тогда и только тогда, когда R изоморфно конечному прямому произведению вполне приводимых простых колец.*

Фактически теорема Голди обобщает теорему Ваддербарна–Артина, поскольку вполне приводимые кольца являются кольцами Голди и совпадают со своими кольцами частных.

Данная работа посвящена градуированным аналогам теоремы Голди. Сначала приведем все обозначения и определения, которые нам понадобятся.

Далее везде G — группа с единицей e, $O(g)$ — порядок элемента $g \in G$, $R = \bigoplus_{g\in G} R_g$ — G-градуированное ассоциативное кольцо с единицей 1, $\operatorname{Supp}(R) = \{g \in G \mid R_g \neq 0\}$ — его носитель, $H(R) = \bigcup_{g\in G} R_g$ — множество его однородных элементов, $S = S(R)$ — множество его однородных регулярных элементов, $Q^{\text{gr}}_{\text{cl}} = Q^{\text{gr}}_{\text{cl}}(R) = RS^{-1}$ — его градуированное классическое правое кольцо частных, $Q^{\text{gr}} = Q^{\text{gr}}(R)$ — его градуированное полное правое кольцо частных (см. [4]). Все R-модули правые унитальные и G-градуированные. Стандартные градуированные аналоги понятий из теории колец обозначаются приставкой gr-. Например, градуированный модуль $M \neq 0$ называется gr-униформным, если всякий ненулевой градуированный подмодуль в M gr-существен (элемент $a \in H(M) = \bigcup_{g\in G} M_g$, такой, что модуль aR gr-униформный, также называется gr-униформным); gr-конечномерное справа кольцо (т.е. не содержащее бесконечных прямых сумм градуированных правых идеалов) с условием максимальности для правых gr-аннуляторов (градуированных правых идеалов вида $r_R(S) = \{a \in R \mid Sa = 0\}$) называется правым gr-кольцом Голди. Кольцо R называется h-точным слева (справа) (в англоязычной литературе используется термин faithful), если

$$\forall g \in G\ \forall x \in R_g \setminus 0\ \exists x' \in H(R)\ \ 0 \neq x'x \in R_h \qquad (\forall g \in G\ \forall x \in R_g \setminus 0\ \exists x' \in H(R)\ \ 0 \neq xx' \in R_h).$$

Существование кольца $Q^{\text{gr}}_{\text{cl}}$ равносильно выполнению правого условия Оре для однородных элементов:

$$\forall r \in H(R)\ \forall s \in S\ \exists r' \in H(R)\ \exists s' \in S\ \ rs' = sr'$$

(следует из леммы 8.1.1 работы [4]).

Градуированный аналог теоремы Ваддербарна–Артина доказан в [4] для gr-простых gr-артиновых колец и в [5] для gr-артиновых колец с нулевым градуированным радикалом Джекобсона $J^g(R)$ [4, п. 2.9] (или, что равносильно, для gr-вполне приводимых колец).

Теорема 3. *Верны утверждения:*

1) *кольцо R gr-артиново и gr-просто тогда и только тогда, когда $R = M_n(D)(g_1, \dots, g_n)$ для некоторых $n \in \mathbb{N}$, $g_1, \dots, g_n \in G$ и некоторого G-градуированного тела D, где $M_n(D)_h(g_1, \dots, g_n) = (D_{g_i^{-1}hg_j})^n_{i,j=1}$, $h \in G$;*

2) *кольцо R gr-артиново с $J^g(R) = 0$ тогда и только тогда, когда R изоморфно конечному прямому произведению gr-артиновых gr-простых колец.*

Градуированный вариант теоремы Голди для gr-первичных колец изучался в работах [4, 6], а для gr-полупервичных — в работах [4, 7, 8].

Теорема 4 [4, теорема 8.4.4; 6]. *Если группа G абелева и G-градуированное кольцо R gr-первично, то кольцо $Q^{\text{gr}}_{\text{cl}}$ существует, gr-артиново и gr-просто.*

Теорема 5 [7, предложение 9.2.3]. *Пусть $R = \bigoplus_{n\in\mathbb{Z}} R_n$ — $\mathbb{Z}$-градуированное gr-полупервичное правое gr-кольцо Голди. Обозначим $R^+ = \bigoplus_{n\geqslant 0} R_n$, $R_+ = \bigoplus_{n>0} R_n$. Пусть выполнено хотя бы одно из условий:*

(1) *R_+ содержит центральный однородный регулярный элемент;*

(2) *$R = R^+$ и каждый gr-первичный идеал в R не содержит R_+;*

(3) *$R = R^+$ и R_+ содержит однородный регулярный элемент;*

(4) *все элементы в $H(R^+)$ нильпотентны.*

Тогда существует и gr-вполне приводимо кольцо $Q^{\text{gr}}_{\text{cl}}$.

Теорема 6 [8]. *Если кольцо R e-точно справа и R_e — полупервичное правое кольцо Голди, то R — gr-полупервичное правое кольцо Голди, $I \cap S_e \neq \varnothing$ для всякого gr-существенного правого идеала I кольца R, кольцо $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}} = RS^{-1}$ существует, gr-вполне приводимо, $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}} = RS_e^{-1}$, $(Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}})_e = R_eS_e^{-1}$.*

Теорема 7 [4, теорема 8.4.9]. *Если R — gr-полупервичное правое gr-кольцо Голди, сильно градуированное конечной группой G, то R_e — полупервичное правое кольцо Голди, кольцо $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$ существует, сильно градуировано, gr-вполне приводимо и $(Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}(R))_e = Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}(R_e) = R_eS_e^{-1}$.*

Также в [4, 6, 7] приведен пример gr-полупервичного коммутативного кольца Голди, градуированное классическое кольцо частных которого не является gr-артиновым.

Пример 1 [4, пример 8.4.7; 6; 7, пример 9.2.2]. Пусть k — поле, кольцо $R = k[x, y]/(xy)$ градуировано группой $\mathbb{Z}$:

$$R_n = \begin{cases} kx^n, & n > 0; \\ k, & n = 0; \\ ky^{-n}, & n < 0. \end{cases}$$

Легко видеть, что $R = Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$ не является gr-артиновым (и тем более gr-вполне приводимым) и что (x, y) — gr-существенный идеал, состоящий из делителей нуля.

Мы докажем градуированный вариант теорем Голди в значительно более слабых предположениях, чем в теореме 7 (теоремы 11 и 13), а также покажем (на примере кольца из примера 1), что полное правое градуированное кольцо частных gr-полупервичного правого gr-кольца Голди может не совпадать с его градуированным классическим кольцом частных, но всегда является gr-вполне приводимым (теорема 10). Отметим, что вопросы строения *уже существующего* кольца $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$ (теорема 8), кольца Q^{gr} (теорема 10), а также их совпадения (теорема 9) решаются аналогично неградуированному случаю. В общем градуированный вариант теоремы Голди распадается на несколько теорем.

Теорема 8. *Если кольцо $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$ существует, то оно gr-вполне приводимо (и gr-просто) тогда и только тогда, когда $I \cap S \neq \varnothing$ для каждого gr-существенного правого идеала I кольца R (и R gr-первично).*

Доказательство аналогично неградуированному случаю [2, с. 221, п. 10.10].

Теорема 9. *Если кольцо R gr-конечномерно справа и $I \cap S \neq \varnothing$ для каждого gr-существенного правого идеала I кольца R, то $Q^{\mathrm{gr}} = Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$.*

Доказательство аналогично неградуированному случаю [3, с. 180–181].

Теорема 10. *Верны утверждения:*

1) *R — gr-полупервичное правое gr-кольцо Голди тогда и только тогда, когда R — gr-полупервичное gr-несингулярное справа gr-конечномерное справа кольцо;*

2) *если кольцо R gr-несингулярно справа, gr-конечномерно справа, то кольцо Q^{gr} gr-вполне приводимо. Если к тому же кольцо R gr-первично, то кольцо Q^{gr} gr-просто.*

Доказательство аналогично неградуированному случаю [2, п. 6.32, условия 1 и 2, п. 14.14]. Вторая часть п. 2 следует из того, что градуированное кольцо частных T (всякое необязательно полное правое) gr-первичного кольца R gr-первично, поскольку если I — ненулевой правый градуированный идеал в T, то $I \cap R$ — ненулевой правый градуированный идеал в R.

Например, для кольца R из примера 1 непосредственно проверяется, что

$$Q_n^{\mathrm{gr}} = kx^n \oplus ky^{-n} \ (= k \oplus k \text{ при } n = 0), n \in \mathbb{Z}, \text{ и } Q^{\mathrm{gr}} = k[x, x^{-1}] \oplus k[y, y^{-1}] \ (\neq Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}} = R)$$

— прямое произведение градуированных полей.

Заметим, что $Q_0^{\mathrm{gr}} \cong k \oplus k \ncong k \cong R_0$ (имеет место вложение колец $R_0 \hookrightarrow Q_0^{\mathrm{gr}}$: $k \ni a \mapsto (a, a) \in k \oplus k$).

Перейдем к вопросу о существовании однородных регулярных элементов в gr-существенных правых идеалах.

Лемма 1 [4, лемма 8.4.3; 6]. *Пусть R — gr-полупервичное правое gr-кольцо Голди. Тогда если $0 \neq a \in H(R)$ — gr-униформный элемент, то правый gr-аннулятор $r_R(a)$ — максимальный среди правых gr-аннуляторов ненулевых однородных элементов из R.*

Лемма 2. *Пусть R — gr-полупервичное правое gr-кольцо Голди. Тогда для любого $s \in H(R)$ равносильны условия: (1) $s \in S$; (2) $r_R(s) = 0$; (3) sR — правый gr-существенный идеал кольца R.*

Доказательство аналогично неградуированному случаю [1, следствие 2 леммы 7.2.1, лемма 7.2.3].

Лемма 3. *Пусть кольцо R e-точно справа. Тогда*

1) *если I — существенный правый идеал в R_e, то IR — существенный правый идеал в R;*

2) *если K — gr-существенный идеал в R, то K_e — существенный правый идеал в R_e.*

Доказательство. 1. Пусть $0 \neq K$ — градуированный правый идеал в R. Тогда $K_e \neq 0$ ввиду e-точности справа кольца R, и так как I существен в R_e и K_e — правый идеал в R_e, то $0 \neq I \cap K_e \subseteq IR \cap K$.

2. Пусть $0 \neq I$ — правый идеал в R_e. Тогда $0 \neq IR$ — правый градуированный идеал в R, и так как K gr-существен в R, то $IR \cap K \neq 0$. Ввиду e-точности справа кольца R имеем $0 \neq (IR \cap K)_e = I \cap K_e$.

Лемма доказана.

Теорема 11. *Пусть R — e-точное справа* gr*-полупервичное правое* gr*-кольцо Голди, кольцо R_e полупервично. Тогда*

1) *всякий ненулевой правый градуированный идеал I кольца R содержит ненильпотентный* gr*-униформный элемент в компоненте I_e;*

2) *$I_e \cap S \neq \varnothing$ для всякого правого* gr*-существенного идеала I кольца R;*

3) *кольцо $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$ существует и e-точно справа;*

4) *$Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$* gr*-вполне приводимо;*

5) *$Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$* gr*-просто $\Leftrightarrow R$* gr*-первично;*

6) *$Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}} = Q^{\mathrm{gr}}$;*

7) *R_e — правое кольцо Голди;*

8) *$Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}(R) = RS_e^{-1}$, где $S_e = S \cap R_e$;*

9) *$(Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}(R))_e = Q_{\mathrm{cl}}(R_e) = R_e S_e^{-1}$.*

Доказательство. 1. Так как R gr-конечномерно и e-точно справа, то найдется gr-униформный элемент $a \in I_e$. Поскольку R_e полупервично, то $aba \neq 0$ для некоторого $b \in R_e$. Элемент ba ненильпотентен: иначе $(ba)^n = 0, (ba)^{n-1} \neq 0$ для некоторого $n \geqslant 2$, и так как $r_R(a) \subseteq r_R((ba)^{n-1})$, то по лемме 1 имеем $r_R(a) = r_R((ba)^{n-1}) \ni ba$, откуда $aba = 0$, что неверно. Следовательно, $ab \in I_e$ — ненильпотентный gr-униформный элемент.

2. Найдем gr-униформный ненильпотентный элемент $a_1 \in I_e$. Пусть уже построены gr-униформные ненильпотентные элементы $a_1, \ldots, a_m \in I_e$, такие, что $a_i \in \bigcap_{j=1}^{i-1} r_R(a_j), 1 \leqslant i \leqslant m$, и $\bigcap_{j=1}^{m} r_R(a_j) \neq 0$. Так как I — правый gr-существенный идеал, то $I \cap \bigcap_{j=1}^{m} r_R(a_j) \neq 0$ и, согласно п. 1, существует ненильпотентный gr-униформный элемент $a_{m+1} \in I_e \cap \bigcap_{j=1}^{m} r_R(a_j)$. По построению и в силу gr-униформности элементов a_i имеем $a_i \in r_R(a_j) = r_R(a_j^2), i > j$, откуда легко следует, что сумма $\sum_{i \geqslant 1} a_i R$ прямая и, значит, конечна, поэтому существует $n \in \mathbb{N}$: $\bigcap_{i=1}^{n} r_R(a_i) = 0$. Тогда $r_R(a) = \bigcap_{i=1}^{n} r_R(a_i) = 0$ и элемент $a = a_1 + \ldots + a_n \in I_e$ регулярный по лемме 2.

3. Из п. 2 следует выполнение правого условия Оре в $H(R)$ (аналогично неградуированному случаю [1, теорема 7.2.1]). Далее, пусть $rs^{-1} \in Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}} \setminus 0$, $r \in H(R) \setminus 0$. Тогда, так как R e-точно справа, $rr' \in R_e \setminus 0$ для некоторого $r' \in H(R)$ и $rs^{-1}sr' = rr'$, поэтому $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$ также e-точно справа.

Пункты 4 и 5 следуют из теоремы 8, а п. 6 — из теоремы 9.

7. В силу теоремы 1 достаточно показать для всех правых идеалов J кольца R_e равносильность: J существен $\Leftrightarrow J$ содержит регулярный (в R_e) элемент.

Необходимость. По лемме 3 правый идеал JR gr-существен в R, а значит, $\varnothing \neq (JR)_e \cap S = J \cap S$ по п. 2.

Достаточность. Пусть элемент $s \in J$ регулярен в R_e. Тогда $r_R(s) = 0$ ввиду e-точности кольца R, и, согласно лемме 2, $s \in S$ и правый идеал sR gr-существен в R, значит, правый идеал JR ($\supseteq sR$) gr-существен в R, поэтому правый идеал $J = (JR)_e$ существен в R_e по лемме 3.

8. Если $s \in S$, то по лемме 2 правый идеал sR gr-существен и по п. 2 имеем $sa = t \in S_e$ для некоторых $a, t \in H(R)$. Тогда $a = s^{-1}t \in S^{-1}S$, $s^{-1} = at^{-1}$ в $Q_{\mathrm{cl}}^{\mathrm{gr}}$, при этом $t^{-1} \in S_e^{-1}$.

9. Следует из п. 8, так как $(RS_e^{-1})_e = R_e S_e^{-1}$.

Теорема доказана.

Теорема 12 [4, теорема 2.11.4]. *Пусть R —* gr*-полупервичное кольцо с конечным носителем. Тогда R e-точно слева и справа, R_e полупервично и $g \in \mathrm{Supp}\,(R) \Leftrightarrow g^{-1} \in \mathrm{Supp}\,(R)$ для всех $g \in G$.*

Следствие 1 (из теоремы 11). *Если R —* gr*-полупервичное правое* gr*-кольцо Голди с конечным носителем, то выполнены все утверждения теоремы* 11.

Доказательство. По теореме 12 для кольца R выполнены все условия теоремы 11.

Теорема 13. *Пусть R —* gr*-полупервичное правое* gr*-кольцо Голди, группа G периодична. Тогда R_e-точно слева и справа, R_e — полупервичное правое кольцо Голди, и поэтому выполнены все утверждения теоремы* 11.

Доказательство. 1. Пусть I — ненулевой правый градуированный идеал кольца R. Найдем gr-униформный элемент $a \in I$. Пусть $a \in I_g$, $g \in G$. Так как R gr-полупервично, то найдутся такие $h \in G$ и $b \in R_h$, что $aba \neq 0$. Тогда элемент $ba \in R_{hg} \setminus 0$ ненильпотентен, иначе $(ba)^n = 0, (ba)^{n-1} \neq 0$ для некоторого $n \geqslant 2$, и поскольку $r_R(a) \subseteq r_R((ba)^{n-1})$, то по лемме 1 имеем $r_R(a) = r_R((ba)^{n-1}) \ni ba$, откуда $aba = 0$, что неверно. В силу периодичности группы G имеем $O(gh) \in \mathbb{N}$ и $(ab)^{O(gh)} \in I_e$ — ненильпотентный gr-униформный элемент.

2. Пусть $x \in H(R) \setminus 0$. Тогда по п. 1. правый градуированный идеал xR содержит ненильпотентный gr-униформный элемент $xy \in (xR)_e \setminus 0$. Отсюда следует, что кольцо R e-точно справа, а также слева, поскольку $yx \neq 0$ (иначе $(xy)^2 = 0$).

3. Теперь так же, как в п. 7 теоремы 11, доказывается, что R_e — полупервичное правое кольцо Голди. Значит, для кольца R выполнены все условия теоремы 11. Теорема доказана.

Заметим, что в теореме 7 пп. 2–4, 7–9 нашей теоремы 11 доказаны в предположениях более сильных, чем предположения следствия 1, а также теоремы 13: сильноградуированное кольцо точно во всех компонентах, а конечная группа периодична.

Автор выражает глубокую благодарность А. В. Михалеву, В. Т. Маркову и И. Н. Балабе за внимание к работе и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Херстейн И.* Некоммутативные кольца. М.: Мир, 1972.
2. *Туганбаев А.А.* Теория колец. Арифметические модули и кольца. М.: МЦНМО, 2009.
3. *Ламбек И.* Кольца и модули. М.: Факториал Пресс, 2005.
4. *Nastasescu C., Oystaeyen F. van.* Graded ring theory. Amsterdam, North-Holland, 2004.
5. *Liu Shaoxue, Beattie M., Fang Hongjin.* Graded division rings and the Jacobson density theorem // J. Boijing Normal Univ. (Natural Science). 1991. **27**, N 2. 129–134.
6. *Goodearl K., Stafford T.* The graded version of Goldie's theorem // Contemp. Math. 2000. **259**. 237–240.
7. *Nastasescu C., Oystaeyen F. van.* Graded and Filtered Rings and Modules // Lect. Notes Math. Springer, 1979.
8. *Nastasescu C., Oystaeyen F. van.* Arithmetically graded rings revisited // Communs Algebra. 1986. **14**, N 10. 1991–2018.

Поступила в редакцию
18.10.2010

УДК 511.37 + 511.36

ОБОБЩЕНИЕ РАЗЛОЖЕНИЯ ОППЕНХАЙМА ДЛЯ ПРЯМОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ПОЛЕЙ С НЕАРХИМЕДОВСКИМ НОРМИРОВАНИЕМ

И. Ю. Сухарев[1]

Известный алгоритм разложения Оппенхайма в поле $\mathbb{Q}_p$ обобщается на кольцо $\mathbb{Q}_g$, где $g = p_1 \cdot \ldots \cdot p_N$. Исследованы метрические свойства цифр этого разложения, а также метрические свойства коэффициентов некоторых разложений полиадических чисел.

Ключевые слова: разложение Оппенхайма, p-адические числа, полиадические числа.

The well-known Oppenheim expansion algorithm in the field $\mathbb{Q}_p$ is generalized to the ring $\mathbb{Q}_g$, where $g = p_1 \cdot \ldots \cdot p_N$. The metric properties of the digits of this expansion and also the metric properties of the coefficients of some expansions of polyadic numbers are studied.

Key words: Oppenheim expansion, p-adic numbers, polyadic numbers.

В 1972 г. А. Оппенхайм в [1] предложил алгоритм разложения положительных действительных чисел в виде ряда. Это разложение обобщает известные разложения Энгеля, Сильвестра, Люрота, Кантора. Я. Галамбош в статье [2] изучил эргодические свойства знаменателей в разложении Оппенхайма, Ю. Ву [3, 4] исследовал некоторые метрические свойства цифр разложения Оппенхайма и его частных случаев.

В 1989 г. А. и Дж. Кнопфмахеры в статье [5] предложили аналог указанного разложения в поле $\mathbb{Q}_p$. Его называют p-адическим разложением Оппенхайма. В [6] исследованы метрические свойства некоторых разложений p-адических чисел, а в [7] — метрические свойства цифр p-адического разложения Оппенхайма.

[1] *Сухарев Иван Юрьевич* — асп. каф. математического анализа мех.-мат. ф-та МГУ; e-mail: ivan.suharev@gmail.com.