

ФРАКТАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ТАЛОЙ ВОДЫ

© Епанчинцева О.М.*

Кемеровский технологический институт пищевой промышленности,
г. Кемерово

Проведена оценка фрактальных свойств талой воды с использованием вейвлет анализа. Представлены скелетоны описываемых сигналов, показан относительный вклад различных частот в полную энергию сигнала. Фрактальные свойства талой воды оценены с использованием метода модулей максимумов вейвлет-преобразования (ММВП).

Ключевые слова: талая вода, вейвлет анализ, фрактальные свойства.

В настоящее время стало общепризнанным, что имеется огромное количество естественных систем, поведение которых внешне воспринимается как хаотическое, но которые объединяет одно общее свойство. Это свойство – фрактальность. Фрактальные объекты обладают не только самоподобными свойствами, но и демонстрируют наличие разнообразных сингулярностей [6].

Отдельной, важной областью применения фракталов является анализ временных рядов.

Процессы, обладающие фрактальными свойствами, можно разделить на две группы: самоподобные (монофрактальные) и мультифрактальные. Свойство точного самоподобия характерно лишь для регулярных фракталов. Помимо регулярных фракталов существует особый класс фрактальных объектов, распределение точек множества внутри которого неоднородно. Такие неоднородные фрактальные объекты в литературе называются мультифракталами.

Теоретическое изучение свойств талой воды находится пока на уровне гипотез. Способы получения свежей талой воды по данным, имеющиеся в интернете, неполны и достаточно противоречивы.

Целью данной работы была попытка ответить на вопрос, обладает ли талая вода фрактальными свойствами.

Вейвлет анализ (ВА) нашел применение в первую очередь при анализе нестационарных процессов, так как одной из его основных особенностей является возможность получать локализованные характеристики и изучать локальные свойства процессов.

Использование математического аппарата ВА позволило значительно увеличить информативность исследования структурных изменений воды после какой либо ее обработки [2, 3].

В основе непрерывного вейвлет-преобразования [1] сигнала $f(t)$ лежит соотношение

* Доцент кафедры Автоматизации производственных процессов и автоматизированных систем управления, кандидат биологических наук, доцент.

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{ab}^*(t) dt, \quad (1)$$

где $\psi^*(t)$ – вейвлет-образующая функция, из которой с помощью переносов (b – параметр сдвига) и масштабных преобразований (a – параметр масштабирования) строится базис вейвлетов, по которому и раскладывается сигнал $f(t)$, $W(a, b)$ – коэффициенты (амплитуда) вейвлет преобразования. В формуле (1) символом * обозначена процедура комплексного сопряжения [1].

Анализ вейвлет спектра $W(a, b)$ сигнала $f(t)$ позволяет судить о частотно-временных особенностях сигнала [1].

Если провести усреднение вейвлет-коэффициентов по времени, то получим распределение энергии по масштабам или так называемый глобальный вейвлет-спектр. Оценка глобального спектра энергии $E(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |W(a, b)|^2 db$

называется скейлограммой. Эта характеристика показывает распределение энергии по масштабам и является аналогом плотности спектра энергии [1].

Было показано, что изменения структуры воды можно увидеть при исследовании динамических сигналов [4]. Для исследования динамических характеристик были сформирован канал, который состоял из термопреобразователя сопротивления *ТСП*, измерителя регулятор *ТРМ1А* компании «Овен».

С помощью вейвлет преобразования нестационарный случайный сигнал анализируется путем разложения по базисной функции. В качестве базисной функции использовались: вейвлет-функция Морле. Вейвлет Морле обеспечивает минимальное значение частотно-временного разрешения.

Масштабно временной скелет описываемых сигналов представлен на рис. 1.

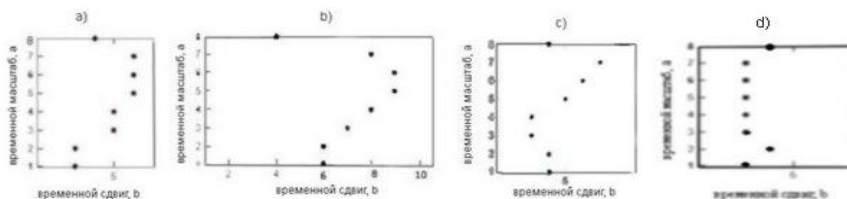


Рис. 1. Точки скелета локальных максимумов

На рис. 1 представлены скелетоны исследованных динамических сигналов воды, полученных после замораживания водопроводной воды при $-2 \div -3$ °C (рис. 1.a), после замораживания водопроводной воды при ~ -30 °C (рис. 1.b), после замораживания кипяченой водопроводной воды при ~ -30 °C (рис. 1.c), а также воды взятой из водопроводного крана (рис. 1.d).

Из рис. 1 видно, что происходит перераспределение локальных максимумов в сигнале. Измерения проводились по одному каналу, с одним и тем же термометром сопротивления и вторичным прибором. Погрешность канала не менялась. Распределение энергии по масштабам для талой воды представлено на рис. 2.

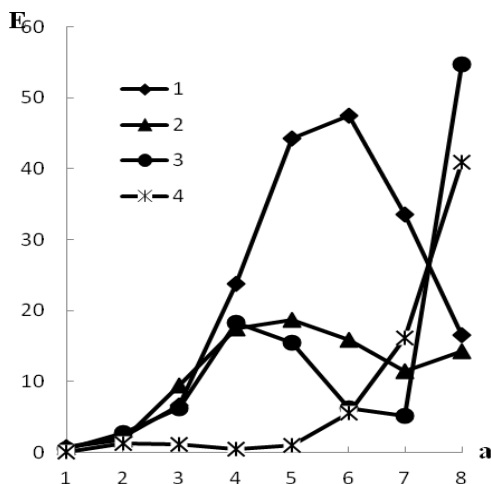


Рис. 2. Скейлограмма сигналов

На рис. 2 показан относительный вклад различных масштабов (частот) в полную энергию сигнала и выявление распределения энергии процесса по масштабам в соответствии с глобальным спектром энергии.

Распределение энергии сигнала, полученного при исследовании воды, взятой из водопроводного крана (рис. 2.1), талой воды, полученной после замораживания водопроводной воды при $-2 \div -3$ °С (рис. 2.2), талой воды, полученной после замораживания водопроводной воды при ~ -30 °С (рис. 2.3), талой воды, полученной после замораживания кипяченой водопроводной воды при ~ -30 °С (рис. 2.4) представлено в виде зависимостей $E = f(a)$.

Полученная функция $E = f(a)$ показывает, что энергия неравномерно распределена по масштабам. На рис. 2 видны максимумы функции, вызванные наличием в сигнале постоянных составляющих частоты $\sim 0,135$ Гц для воды, взятой из под крана, $\sim 0,162$ Гц талой воды, полученной при замораживании водопроводной воды при $-2 \div -3$ °С и $\sim 0,2$ Гц для талой воды, полученной при замораживании водопроводной воды при ~ -30 °С. Эти максимумы определяют те масштабы (частоты), которые вносят основной вклад в полную энергию сигнала. Из рис. 2 видно, что частота колебаний частиц воды меняется.

Энергия исследуемых сигналов для воды также изменяется. Появляется второй максимум энергии низкочастотных колебаний для талой воды, полученной при замораживании водопроводной воды при $\sim -30^\circ\text{C}$ и для талой воды, полученной при замораживании кипяченой водопроводной воды при $\sim -30^\circ\text{C}$. Изменение энергии сигнала говорит о том, что амплитуда колебаний частиц воды изменяется.

Из рис. 1 и 2 видно, что способы получения талой воды влияют на ее структуру.

Известно, что наиболее удобным методом исследования структуры является метод модулей максимумов вейвлет-преобразования (wavelet transform modulus maxima – (WTMM)). WTMM-метод часто интерпретируют как обобщение классических методов покрытия исследуемого множества сферами, кубиками и т.п. с той лишь разницей, что вместо вышеупомянутых элементов покрытия используются вейвлеты.

В работе [6] показано, что вычислив высшие моменты Z_q на разных масштабах a :

$$Z_q(a) = \sum_b |W(a, b)|^q \quad (2)$$

можно определить фрактальные свойства исследуемого процесса. В соотношении (2) суммируются максимальные значения $|W(a, b)|$ при фиксированном a . Для фрактального процесса $Z_q(a) \sim 2^{a[\tau(q)+q/2]}$. Значение q выбирается в диапазоне $(-n, n)$, где n – целое число. При положительных значениях q функция $Z_q(a)$ описывает скейлинг больших флуктуаций и сильных сингулярностей, а при отрицательных q она отвечает за скейлинг малых флуктуаций и слабых особенностей.

Необходимым условием фрактальности процесса [5] является линейная зависимость $\log_2 Z_q$ от параметра масштабирования a .

Зависимости $\log_2 Z_q$ от параметра масштабирования a для положительного значения $q = 2$ представлена на рис. 3.

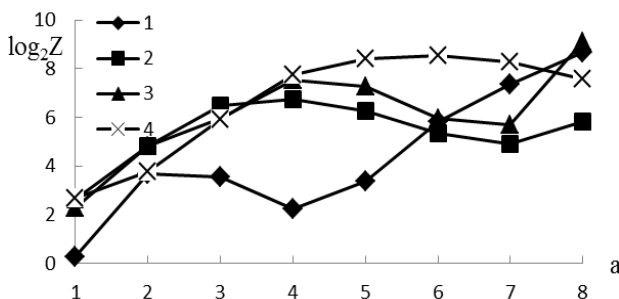


Рис. 3. Зависимость $\log_2 Z$ от параметра масштабирования a

Таблица 1

Вода	τ
Талая, после замораживания при $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ после её кипячения	2.26
обыкновенная	1.90
Талая, после замораживания при $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$	1.20
Талая, после замораживания при $-2\div-3\text{ }^{\circ}\text{C}$	0.72

Зависимости $\log_2 Z_q$ от параметра масштабирования a для талой воды, полученной после замораживания водопроводной воды после кипячения при $\sim -30\text{ }^{\circ}\text{C}$ (рис. 3.1), талой воды, полученной после замораживания водопроводной воды при $\sim -30\text{ }^{\circ}\text{C}$ (рис. 3.2), воды, взятой из водопроводного крана (рис. 3.3), талой воды, полученной при замораживании водопроводной воды при $(-2\div-3)\text{ }^{\circ}\text{C}$ (рис. 3.4) представлены в виде графиков $\log_2 Z_q = f(a)$.

Угловой коэффициент τ , для некоторого значения q определяется путем вычисления наклона $\log_2 Z_q$ от $\log_2 a$.

Данный коэффициент при $q = 2$ несет информацию о корреляционной размерности. Коэффициент τ выявляет корреляции, то есть вероятность найти в одной и той же ячейке две частицы, и его изменение говорит об изменении межинтервальной структуры частиц воды.

В табл. 1 приведены значения коэффициентов τ , в зависимости от вида воды.

Из табл. 1 видно, что коэффициент τ может значительно изменяться, что говорит об изменении межинтервальной структуры частиц воды в зависимости от разных способов ее получения.

Необходимым условием фрактальности процесса является линейная зависимость $\log_2 Z_q$ от параметра масштабирования [5].

Из представленных на рис. 3 зависимостей можно сделать вывод, что талая вода обладает фрактальными свойствами, отличительной чертой которых являются дробность элементов, хаотичность, нерегулярность, степень густоты зазубрин фрактала и самоподобие.

Список литературы:

1. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и применения. // Успехи физических наук. – 1996. – Т. 166, № 11. – С. 1145-1170.
2. Епанчинцева О.М. Изменение свойств талой воды в зависимости от способов ее получения // Научная дискуссия: инновации в современном мире. XXI международная заочная научно практическая конференция. – М., 2014. – С. 9-13.
3. Епанчинцева О.М., Использование вейвлет анализа для оценки фрактальных свойств воды // Математические методы в технике и технологиях. XVII Международная научная конференция. – Тамбов, 2014. – Т. 8. – С. 11-16.

4. Епанчинцева О.М. Использование вейвлетов Морле и Хаара для изучения структуры воды // MATERIÁLY IX MEZINÁRODNÍ VĚDECKO-PRAKTICKÁ KONFERENCE «ZPRÁVY VĚDECKÉ IDEJE – 2013» 27 října – 05 listopadu 2013 roku. – Praha Publishing House «Education and Science» s.r.o, 2013.

5. Лазоренко О.В., Лазоренко С.В., Черногор Л.Ф. Вейвлет-анализ в задачах физики геокосмоса // Космічна наука і технологія. – 2005. – Т. 11, № 5/6. – С. 22—29.

6. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М., 2002. – 660 с.