

DOI - 10.32743/UniTech.2021.93.12.12790

**ДВИЖЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ТРУБЕ С ИЗЛОМОМ****Эшев Собир Саматович**

д-р техн. наук, проф.,  
Каршинский инженерно-технический институт,  
Республика Узбекистан, г. Карши  
E-mail: [telnets@mail.ru](mailto:telnets@mail.ru)

**Бабажанов Юлдаш Тилолович**

канд. физ.-мат. наук, доц.,  
Каршинский государственный институт,  
Республика Узбекистан, г. Карши

**Базаров Орифжон Шадиевич**

канд. физ.-мат. наук, доц.  
Каршинский государственный институт,  
Республика Узбекистан, г. Карши

**Бабажанова Ирода Юджашевна**

ассистент,  
Высшее авиационное училище,  
Республика Узбекистан, г. г. Карши

**FLUID FLOW IN A KINKED PIPE****Sobir Eshev**

Doctor of Technical Sciences, prof.,  
Karshi Engineering and Technical Institute,  
Republic of Uzbekistan, Karshi

**Yuldash Babazhanov**

Ph.D., associate professor,  
Karshi State Institute,  
Republic of Uzbekistan, Karshi

**Orifjon Bazarov**

Ph.D., associate professor,  
Karshi State Institute,  
Republic of Uzbekistan, Karshi

**Iroda Babazhanova**

Assistant, Higher Aviation School,  
Republic of Uzbekistan,  
Republic of Uzbekistan, Karshi

**АННОТАЦИЯ**

В статье предлагается решение задачи течения жидкости в канале с учетом зон поворота и кавитации. Приведены систематические расчеты стационарных свойств течений и каверней для кавитационного течения в канале.

**ABSTRACT**

The article proposes a solution to the problem of fluid flow in the channel, taking into account the zones of rotation and cavitation. Systematic calculations of the stationary properties of the flows and cavities for the cavitation flow in the channel are also given.

**Ключевые слова:** вихревые и кавитационные зоны, каверны, поворот, число Рейнольдса, нестационарный поток, распределение скоростей.

**Keywords:** tilt and cavitation zones, caverns, turns, Reynolds numbers, nonstationary flow, velocity distribution.

Классическая теория развитой кавитации содержит в своей основе следующие допущения: 1) жидкость считается идеальной, несжимаемой, невесомой; 2) давление в каверне принимается постоянным; 3) течение рассматривается стационарным.

В свете накопленного экспериментального материала и новейших теоретических разработок рассмотрим последовательно принятые допущения, пределы их применимости и возможности их модификации.

Разность между скоростью невозмущенного потока жидкости и скоростями жидких частиц на стенках каверны невелика. Поэтому влияние вязкости должно быть незначительным. Вместе с тем вязкость может оказывать заметное воздействие на кавитационное течение, если каверна формируется на удлиненном теле с гладкими обводами (например, на эллипсоидах). В этом случае становится неопределенной точка отрыва жидких струй. На ее положение может оказывать влияние характер течения в пограничном слое. Пульсационные явления в пограничном слое передаются вниз по потоку, и на поверхности каверны генерируются волновые возмущения. Описанные течения относятся к развитым кавитационным течениям с гладким отрывом. Неопределенность с положением точки отрыва отсутствует у тел с острыми кромками, изломами образующей (например, у дисков, конусов, тел с уступами и т.д.). В этом случае говорят о течениях с фиксированным отрывом. Срыв потока происходит по линии излома поверхности тела. Тела с острыми кромками в изолированном виде или установленные на другие тела с гладкими очертаниями называются кавернообразующими элементами или просто кавитаторами. Очевидно, что при фиксированном отрыве вязкость (число Рейнольдса) практически не сказывается на характере развитого кавитационного течения. Поэтому модель идеальной жидкости в этом случае становится оправданной. Это тем более справедливо для пластинчатых кавитаторов, установленных поперек потока, так как силы трения, возникающие в вязкой жидкости, не будут давать вклада в общую силу сопротивления.

В рамках идеальной жидкости течения в подавляющем большинстве случаев логично принять потенциальными. Исключение составляют задачи взаимодействия нескольких тел, когда для отдельных тел набегающий поток можно рассматривать завихренным.

Допущение о несжимаемости жидкости оправдывается тем, что кавитационный барьер (момент возникновения кавитации) наступает значительно раньше, чем начинают проявляться эффекты сжимаемости воды. Однако это ограничение классической теории развитой кавитации при сверхвысоких скоростях движения, сопоставимых со скоростью звука в воде, становится несправедливым и поэтому созданы новые модели кавитационных течений с учетом сжимаемости воды (М.И. Гуревич).

Весьма сложным образом проявляется весомость воды. На самом деле течение с развитой кавитацией происходит с большими скоростями, а следовательно, с большими числами Фруда ( $F_r > 10$ ).

Поэтому допущение классической теории о пренебрежении весомостью воды в кавитационных течениях в целом оказывается оправданным. Однако при более тщательном анализе обнаруживается, что влияние весомости воды проявляется не только через число Фруда. В кавернах с вертикальной осью влияние весомости значительно, и весомость может порождать своеобразные конфигурации каверн, отсутствующие в невесомой жидкости. Проблема учета весомости воды диктуется и другим обстоятельством. Характеристики кавитационных течений изучаются в гидродинамических лабораториях при пониженных скоростях, а нужные числа кавитации достигаются путем поддува газа. В этих условиях числа Фруда оказываются меньшими, и необходимо уметь вычислять поправки на весомость воды в экспериментальные данные. Классическая теория получила в этом направлении достаточное развитие (Г.В. Логвинович, Л.А. Эпштейн, А.Ф. Болотин и др.).

Наиболее существенно допущение о постоянстве давления в каверне. Тщательные эксперименты по измерению давления подтверждают это положение. Незначительные отклонения отмечаются в хвостовой части каверны, но это, по-видимому, связано с нестационарностью течения в этой области, сопровождающей разрушение стенок каверны.

Предложение о постоянстве давления на основании уравнения Бернулли сразу приводит к заключению о постоянстве скорости на границе каверны.

В самом деле  $p_k + \frac{\rho V_k^2}{2} = const$ , и если  $p_k = const$ , то и  $V_k = const$ .

На повороте каналов или трубы получаем искривление линией тока (рис. 1). На частицы жидкости, движущейся по искривленным линиям тока, действует центробежная сила инерции [11]. За счет этой силы гидродинамическое давление (а следовательно, и потенциальная энергия) в месте поворота у внешней стенки трубы повышается, а у внутренней – понижается. Это же обстоятельство обуславливает уменьшение скоростного напора у внешней стенки и увеличивает его у внутренней стенки. Таким образом, на повороте происходит перераспределение скоростей по живым сечениям и деформация эпюр скоростей вдоль потока  $m$ ,  $e$ , появляется кавитационное течение в повороте трубы. В настоящее время актуальное значение приобрели исследования закрученных, а также кавитационных течений в каналах, являющихся элементами турбомашин. Примерами таких каналов могут служить входные и выхлопные патрубки, межвенцовые каналы турбин, компрессоров и вентиляторов.

В данной работе приводятся некоторые результаты теоретического исследования кавитационного течения жидкости в канале с изломом в зависимости от гидродинамических и геометрических параметров.

Распределение параметров в радиальном участке при радиальном входе потока соответствует распределению параметров при законе закрутки потенциального вихря. Течение в цилиндрическом кольцевом канале занимает промежуточное положение между потенциально закрученным течением и течением по закону закрутки твердого тела. Кроме того, геометрия радиально-осевого канала отличается тем, что вдоль внешнего обвода канала поворот потока происходит плавно, а вдоль внутреннего – скачком, так как обтекается прямой угол. Обтекание выпуклого угла приводит к локальному понижению статического давления в окрестности угла поворота, а обтекание вогнутого угла – к локальному повышению давления в окрестности угла.

Рассмотрим течение жидкости в полубесконечной плоской трубе, поворачиваемой на угол  $\alpha\pi$ , где  $0 < \alpha \leq 1/2$ , в сечении  $BK$  (рис. 1).

Имеющийся опытный материал показывает, что в случае обтекания прямолинейных контуров при внутреннем угле излома, меньшем  $\pi$ , образуются каверны. Кавитационная зона занимает значительную область течения, а потому не может не влиять на течение жидкости в основном потоке. Она вызывает повреждение твердых стенок каналов, вырывая материал с их поверхности.

Поэтому при проектировании каналов с изломами очень важно определить зону кавитации и описать ее характер на различных стадиях в зависимости от параметров потока и геометрии канала.

Для изучения кавитационного течения в трубе с изломом используем схему Эфроса [15] с образованием каверны в точке  $B$ .

Несмотря на некоторую математическую сложность, указанная схема течения жидкости ближе к схеме реального течения [12].

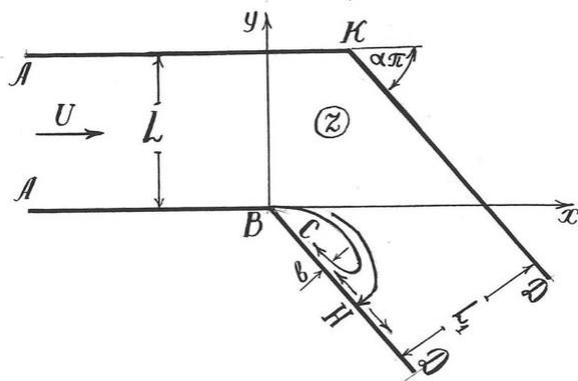


Рисунок 1. Область течения

Проблемы течения жидкости в каналах с переменными сечениями и с изломом рассмотрены экспериментально и теоретически, с различными гидравлическими приближениями авторами работ [19; 12].

В таких одномерных и приближенных постановках трудно определить зависимость между геометрическими и гидродинамическими параметрами каналов (например, взаимная связь между шириной оттока и расходом, между формами канала и кавитацией и др.). Для учета этих факторов необходимо рассмотреть задачу по крайней мере в двумерной постановке, применяя методы теории струй.

Во всех случаях строились конформные отображения некоторой канонической области [16] ( $w = \xi + i\zeta$ ; обычно такими областями являются полуплоскость, квадрат, круг, полоса, сектор и т.д.) на область комплексного потенциала  $G_w$  (где  $w = \varphi + i\psi$  – комплексный потенциал) и область течения  $G_z$  ( $z = x + iy$ ) или область годографа скорости  $G_\zeta$ :

$$\zeta = \frac{1}{V_k} \frac{dw}{dz},$$

где  $V_k$  – модуль скорости на свободной поверхности или на область изменения функции Жуковского  $G_w$  [1].

Для решения задачи отобразим область течения в физической плоскости на четверть круга единичного градуса (рис. 1, 2).

Вместо отображающей функции  $w_0(u)$  рассмотрим производную  $\frac{dw_0}{du}$ . Нетрудно показать [18], что функция  $\frac{dw_0}{du}$  имеет простые нули в точках  $B$  ( $u = 1$ ),  $H$  ( $u = ih$ ), а также полюсы в точках  $A$  ( $u = 0$ ),  $C$  ( $u = i$ ),  $D$  ( $u = id$ ).

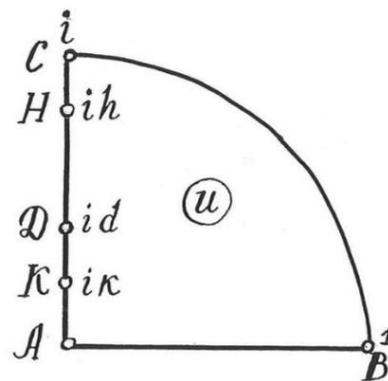


Рисунок 2. Вспомогательная плоскость  $w$

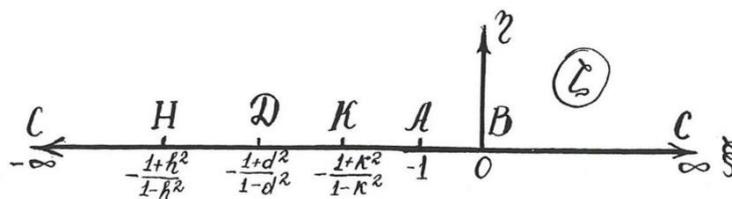


Рисунок 3. Вспомогательная плоскость  $\zeta$

После продолжения на всю плоскость добавятся еще нули и полюсы  $\frac{dw_0}{du}$  в точках

$$u = -ih, u = \pm \frac{i}{h}, u = -1 \quad \text{и} \quad u = -id, u = -i, u = \pm \frac{i}{d} \text{ соответственно (рис. 2, 3).}$$

Зная все нули и полюсы функции  $\frac{dw_0}{du}$ , можно написать [16]:

$$\frac{dw_0}{du} = N \frac{(u^2-1)(u^2+h^2)(h^2u^2+1)}{u(u^2+d^2)(u^2+1)(d^2u^2+1)}, \quad (1)$$

где  $N$  – действительная постоянная. Для того чтобы найти эту постоянную, нужно проинтегрировать (1) по четверти окружности бесконечно малого радиуса (рис. 2):

$$N = -\frac{2d^2Q}{h^2\pi}. \quad (2)$$

Здесь  $Q$  – расход жидкости в сечении  $AA$ .

При помощи метода особых точек нетрудно построить по нулям и особенностям комплексную скорость [8]:

$$\frac{1}{V_k} \frac{dw_0}{dz} = \frac{(u^2+h^2)(u^2+k^2)^\alpha}{(h^2u^2+1)(k^2u^2+1)^\alpha}, \quad (3)$$

где  $V_k$  – стационарная скорость на свободной границе  $BC$  (рис. 2).

Из формулы (3) получим выражение для скорости в сечении  $AA$ :

$$\frac{U}{V_k} = h^2k^{2\alpha}. \quad (4)$$

Тогда число кавитации определится формулой:

$$\sigma = \left(\frac{V_k}{U}\right)^2 - 1 = \frac{1}{h^4k^{4\alpha}} - 1. \quad (5)$$

Обозначим ширину струи в точке  $C$  через  $\delta = \frac{q_c}{V_k}$ .

Основная стоящая перед нами задача заключается в нахождении гидродинамических параметров кавитационного течения в зависимости от задаваемых безразмерных величин  $\frac{U}{V_k}, \frac{L_1}{L}, \alpha$  где  $L$  и  $L_1$  – ширины канала в сечении  $AA$  и  $DD$  соответственно.

Прежде всего найдем  $\frac{dz}{du}$  и  $z$  как функцию от. Из (1) и (3) вытекает, что

$$\frac{dz}{du} = \frac{N}{V_k} \frac{(u^2-1)(1+h^2u^2)^2(1+k^2u^2)^\alpha}{u(1+u^2)(d^2+u^2)(1+d^2u^2)(k^2+u^2)^\alpha}. \quad (6)$$

Ширина сечения  $DD$  определяется как приращение функции  $z(u)$  при обходе точки  $u = id$ :

$$-L_1 = i\pi \text{Res}\left(\frac{dz}{du}\right)_{u=id} = \frac{N\pi}{2d^2} \frac{(1-d^2h^2)(1-k^2d^2)e^{i\pi(\frac{1}{2}-\alpha)}}{(1-d^2)^2(d^2-k^2)^\alpha}. \quad (7)$$

Исключение из (2) и (7) постоянной  $N$  дает

$$\frac{L_1}{L} = \frac{U}{V_k} \left[ \frac{1-d^2h^2}{h(1-d^2)} \right]^2 \left[ \frac{1-k^2d^2}{d^2-k^2} \right]^\alpha e^{i\pi(\frac{1}{2}-\alpha)}. \quad (8)$$

Взяв интеграл от функции (1) по бесконечно малой полуокружности с центром в точке  $u = i$ , найдем расход жидкости в струйке  $C$ :

$$q_c = -\frac{\pi N}{2} \left(\frac{1-h^2}{1-d^2}\right)^2. \quad (9)$$

Обозначив ширину струйки через  $\delta = \frac{q_c}{V_k}$ , из (9) получим:

$$\frac{\delta}{L} = d^2k^{2\alpha} \left(\frac{1-h^2}{1-d^2}\right)^2. \quad (10)$$

Из формулы (3) следует, что точки  $u = e^{i\alpha_0\pi}$ , в которых касательная к границе каверны параллельна стенке  $BD$ , определяются из уравнения:

$$\begin{aligned} & \arctg \frac{(1-h^4)\sin 2\alpha_0\pi}{2h^2 + (1+h^4)\cos 2\alpha_0\pi} \\ & + \alpha \arctg \frac{(1-k^4)\sin 2\alpha_0\pi}{2k^2 + (1+k^4)\cos 2\alpha_0\pi} \\ & = -\alpha\pi \end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned} & \arctg \frac{(1-h^4)\sin 2\alpha_0\pi}{2h^2 + (1+h^4)\cos 2\alpha_0\pi} + \\ & \alpha \arctg \frac{(1-k^4)\sin 2\alpha_0\pi}{2k^2 + (1+k^4)\cos 2\alpha_0\pi} = 0. \end{aligned} \quad (11)$$

При  $\alpha = \frac{1}{2}$  решение данной задачи упрощается. В частности, из уравнения (11), пренебрегая малыми высших порядков, определим точку, в которой касательная к границе каверны параллельна стенке  $BD$ :

$$\alpha_0 = \frac{\arccos\left(\frac{\sqrt{3(1-2h^2k^2-h^4)+\frac{k^4}{3}-(3h^2+k^2)}}{3}\right)}{2\pi}. \quad (12)$$

Тогда из уравнения (6) можно определить ширину каверны:

$$\begin{aligned} \frac{b}{L} = & \\ & -\frac{2d^2U}{h^2V_k\pi} \text{Re} \int_1^{\text{Exp}(i\alpha_0\pi)} \frac{(u^2-1)(1+h^2u^2)(1+k^2u^2)^{1/2}du}{u(1+u^2)(d^2+u^2)(1+d^2u^2)(k^2+u^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (13)$$

Аналогично получаем выражения для определения расстояния от начала координат до точки  $H$ , где скорость равна нулю:

$$\frac{y_H}{L} = \frac{d^2U}{h^2V_k\pi} \int_{-h^2}^{-k^2} \frac{(\xi-1)(h^2\xi+1)^2(k^2\xi+1)^{1/2}d\xi}{\xi(\xi+1)(\xi+d^2)(d^2\xi+1)(k^2+\xi)^{1/2}}. \quad (14)$$

Из рис. 1 видно, что:

$$\delta = \text{Re} \int_1^i \frac{dz}{du} du$$

или

$$\frac{\delta}{L} = \frac{d^2U}{h^2\pi V_k} \int_{-k^2}^1 \frac{(\xi-1)(h^2\xi+1)^2(k^2\xi+1)^{1/2}d\xi}{\xi(\xi+1)(\xi+d^2)(d^2\xi+1)(\xi+k^2)^{1/2}} \quad (15)$$

или из (10) и (15) следует, что

$$k \left( \frac{1-h^2}{1-d^2} \right)^2 = \frac{1}{h^2 \pi V_k} \int_{-k^2}^1 \frac{(\xi-1)(h^2 \xi+1)^2 (k^2 \xi+1)^{1/2} d\xi}{\xi(\xi+1)(\xi+d^2)(d^2 \xi+1)(\xi+k^2)^{1/2}}. \quad (16)$$

Равенства (4), (8) и (16) составляют замкнутую систему уравнений относительно неизвестных  $k, d, h$ . Эту систему можно решить только численно.

Распределение скорости вдоль стенки канала  $KD$  при разных значениях скорости набегающего потока приведено на рис. 4. Из графика следует, что по мере увеличения расстояния  $-\frac{y}{L}$  возрастает, при  $-\frac{y}{L} =$

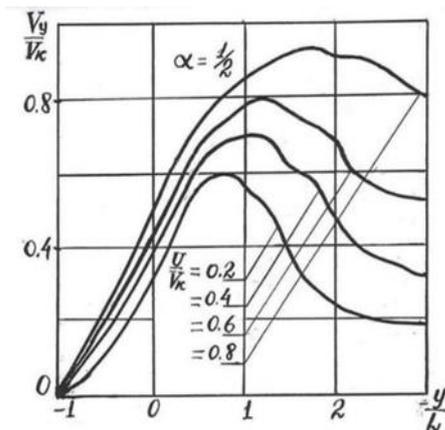


Рисунок 4. Распределение скорости вдоль стенки канала  $KD$  при разных значениях скорости набегающего потока

$0,8 \div 1,5$  достигает своего наибольшего значения и затем с ростом  $-\frac{y}{L}$  постепенно уменьшается. Возрастание и уменьшение значения скорости объясняются изменением живого сечения потока.

На рис. 5 дана зависимость относительной ширины каверны  $\frac{b}{H}$  от отношения скоростей  $\frac{U}{V_k}$  при различных значениях угла излома плоской трубы  $\alpha$ .

Этот результат указывает, что при значении скорости  $\frac{U}{V_k} : 0,83 \div 1$  ширина каверны остается неизменной, что объясняется достаточным оттеснением потока к внешнему обводу плоской трубы.

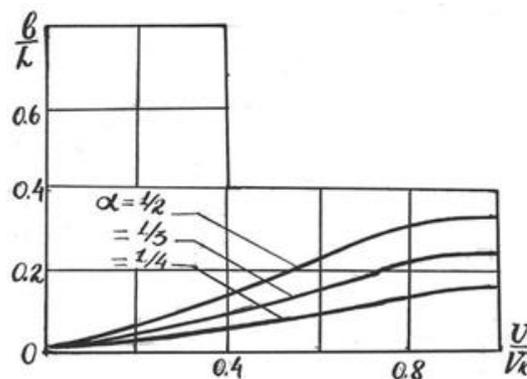


Рисунок 5. Зависимость  $(B/h) = f(U/V_k)$

**Список литературы:**

1. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. – М. : Мир, 1964. – 466 с.
2. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. – М. : Мир, 1967. – 270 с.
3. Васильев О.Ф. Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. – М. : Госэнергоиздат, 1958. – 144 с.
4. Гольдштик М.А. Вихревые потоки. – Новосибирск : Наука, 1981. – 368 с.
5. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1. – М., 1963. – 583 с.
6. Кузнецов А.В. Нестационарные возмущения течения жидкости со свободными и границами. – Казань : Изд-во Казан. гос. ун-та, 1975. – 144 с.
7. Логвинович Г.В. Гидродинамика течений со свободными границами. – Киев : Наука думка, 1985. – 295 с.
8. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М. : Наука, 1970. – 904 с.
9. Хамидов А.А. Плоские и осесимметричные задачи о струйном течении идеальной сжимаемой жидкости. – Ташкент : Фан, 1978. – 140 с.
10. Abramovich G.N., Stepanov G.Yu. Hydradynamics swirling flow in circular pipe with a sudden increase in the cross-section and Borda' landings Wounds // IT'S A VERY GOOD place. – 1994. – № 3. – S. 51–66.
11. Altunin V.S. Deformation of channel channels. – М. : Kolos, 1972. – 118 s.
12. Bogomolov E.N. Bezvikhrevo expiration of liquid from the stream through side hole of the final depth / MIT. – 1977. – № 4. – P. 162–164.
13. Chow V.T. Hydraulics open channels. – М. : Stroyizdat, 1969. – 464 s.
14. Examples of hydraulic calculations / N.A. Constantine [et al.]. – М. : Transport, 1987. – 440 s.
15. Experience of operation of the Karshin Highway with a cascade of pumping stations. – Tashkent : Mehnat, 1987. – 186 с.
16. Gurevich M.I. Theory of jets of perfect liquid. – М. : Science, 1979. – 536 s.
17. Kanemoto T., Toyokura T., Kurokawa J. Исследование течения жидкости в кольцевом диффузоре // Нихон кикай гаккай ромбунос // Trns. Jap. Sac. Mech. Eng. – 1981. – В. 47, № 422. – P. 1940–1945.

18. Kuznetsov A.V. Unsteady perturbations of fluid currents with free borders. – Kazan : Kazans. The state of un- that, 1975. – 144 s.
19. Latipov K.S., Shoyusupov M.O. About stream streams with variable flow along the way. – Tashkent : Fan, 1979. – 192 s.
20. Mahammad A., Gill M. Flow through side slots // Journal of Environmental Engineering. – 1987. – Vol. 113, № 5. – P. 1047–1057.
21. Mahmudov I.E., Sadiev W. Optimization of the acceptable flow rate irrigation canal // Mechanics muammolari magazines. – Toshkunt, 2011. – № 3–4.
22. Pouse H., Abdul-Fetouh A.H. Characteristics of irrotationall flow through Axially symmetric orifices // Trans. ASME. J. Appl. Mech. – 1960. – Vol. 17.
23. Ramamurthy A.S. Restangular lateral orifices in open channels // H. Envir. Engrg., ASCE. – 1988. – № 112 (2). – P. 292–299.