УДК 532.5

ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПОД ЛЕДЯНЫМ ПОКРОВОМ

А.В. Погорелова[1], *В.М. Козин*[2]

[1]Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, Комсомольск-на-Амуре
[2]Амурский гуманитарно-педагогический госуниверситет, Комсомольск-на-Амуре

milova@yandex.ru

Поступила в редакцию 16.05.2011

Теоретически исследуется прямолинейное нестационарное движение погруженного в жидкость тонкого осесимметричного тела под плавающей на поверхности жидкости упругой пластиной. Полученные с использованием интегральных и асимптотических методов формулы для прогиба пластины численно анализируются в зависимости от скорости, глубины погружения и линейных размеров движущегося тела, глубины водоема и толщины пластины. Проводятся экспериментальные модельные исследования движения субмарины в масштабе 1/500 под полимерной пластиной толщиной 0.002 м в бассейне размерами 2.15×1.2×1.5 м. Получено хорошее согласование теоретических и экспериментальных результатов по значениям максимальных прогибов пластины для разных значений глубины погружения, глубины водоема и скоростей движения тела.

Ключевые слова: плавающая пластина, погруженное тело, изгибно-гравитационные волны.

Введение

Задача о движении твердого тела в жидкости под плавающим ледяным покровом интересна как с теоретической, так и с практической точек зрения. Использование подводных судов в ледовых условиях может привести к необходимости их всплытия в сплошном льду. Для безопасного всплытия судна ледяной покров может быть предварительно разрушен или ослаблен трещинами путем возбуждения в нем изгибно-гравитационных волн от движения подводного судна вблизи поверхности раздела лед–вода. Модельные эксперименты [1] доказали возможность разрушения ледяного покрова таким способом. В статье [2] были аналитически найдены формулы расчета амплитуды прогибов ледяного покрова при стационарном движении погруженного точечного источника массы под упругой пластиной. Работа [3] посвящена нестационарному движению точечного источника в жидкости конечной глубины под плавающей упругой пластиной. Цель настоящей работы – провести теоретическое и экспериментальное исследование влияния глубины водоема, глубины погружения и скорости движения тела, а также толщины ледяного покрова на амплитуду изгибно-гравитационных волн, возбуждаемых в системе «вода–ледяной покров» при нестационарном движении субмарины в жидкости под ледяным покровом.

Теоретические и экспериментальные исследования

Предполагается, что задача об обтекании тонкого почти симметричного тела жидкостью со свободной поверхностью и конечной глубиной водоема может быть решена заменой этого тела системой источник–сток. Рассматривается бесконечная упругая пластина толщины h и плотности ρ_1, плавающая на поверхности жидкости глубиной H. Вдоль пластины на глубине $d < H$ прямолинейно со скоростью $u(t)$ движется твердое тонкое, почти осесимметричное тело. Связанная с телом система координат $Oxyz$ располагается следующим образом: плоскость xOy совпадает с невозмущенной поверхностью раздела пластина–вода, ось x направлена в сторону движения источника, ось z – вертикально вверх. Предполагается, что вода – идеальная несжимаемая жидкость плотности ρ_2, движение жидкости потенциальное.

В движущейся системе координат по аналогии с [4] примем, что потенциал скоростей жидкости $\Phi(x,y,z,t)$, удовлетворяющий уравнению Лапласа $\Delta\Phi = 0$, представляет собой сумму потенциалов скоростей источника $Q_1(0,0,-d)$, стока $Q_2(-2L_q, 0,-d)$, трех мнимых источников $(0,0,-2H+d)$, $(-2L_q, 0, d)$, $(-2L_q, 0, -2H-d)$ и трех мнимых стоков $(-2L_q,0,-2H+d)$, $(0,0,d)$, $(0,0,-2H-d)$ и потенциала волновых движений жидкости $\varphi(x,y,z,t)$:

$$\Phi=\frac{q(t)}{4\pi}\left(-\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_3}-\frac{1}{R_4}-\frac{1}{R_5}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{R_6}+\frac{1}{R_7}+\frac{1}{R_8}\right)+\frac{\varphi(x,y,z,t)}{4\pi},$$

$$R_1=\sqrt{x^2+y^2+(z+d)^2},$$

$$R_2=\sqrt{(x+2L_q)^2+y^2+(z+d)^2},$$

$$R_3=\sqrt{x^2+y^2+(z+2H-d)^2},$$

$$R_4=\sqrt{(x+2L_q)^2+y^2+(z-d)^2},$$

$$R_5=\sqrt{(x+2L_q)^2+y^2+(z+2H+d)^2},$$

$$R_6=\sqrt{(x+2L_q)^2+y^2+(z+2H-d)^2},$$

$$R_7=\sqrt{x^2+y^2+(z-d)^2},$$

$$R_8=\sqrt{x^2+y^2+(z+2H+d)^2}.$$

Здесь расстояние между источником и стоком $2L_q$ и мощность источника (стока) находится по асимптотическим формулам для малых значений $r=R/L$ ($2L$ – длина тела, R – характерный размер центрального сечения, вычисляемый из уравнения $\Omega=\pi R^2$, где Ω – площадь центрального сечения тела):

$$q\approx u\pi R^2\left(1+\frac{r^2}{2}(1+C)+\dots\right),\quad 2L_q=2(L-\delta),$$

$$\delta\approx\frac{r}{2}\left(1+\frac{r^2}{4}\left(\frac{7}{8}+C+\frac{1}{8}B\right)+\dots\right),$$

$$C=-\frac{1}{(4\chi^2+1)^{3/2}}-\frac{1}{(4\gamma^2+1)^{3/2}}+\frac{1}{(4(\gamma-\chi)^2+1)^{3/2}},$$

$$B=\frac{1}{(\chi^2+1)^{3/2}}+\frac{1}{(\gamma^2+1)^{3/2}}-\frac{1}{((\gamma-\chi)^2+1)^{3/2}},$$

$$\gamma=\frac{H}{L},\quad \chi=\frac{d}{L}.$$

Линейные граничные условия для $\zeta(x,y,t)$ и $\Phi(x,y,z,t)$ запишутся в виде:

$$D\nabla^4\zeta+\rho_1 h\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial t^2}-\dot{u}\frac{\partial\zeta}{\partial x}-2u\frac{\partial^2\zeta}{\partial t\partial x}+u^2\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}\right)=$$

$$=-\rho_2 g\zeta-\rho_2\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}-u\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)\bigg|_{z=0},\quad \frac{\partial\Phi}{\partial z}\bigg|_{z=-H}=0.$$

Здесь D – цилиндрическая жесткость пластины, $D=Eh^3/(12(1-\nu^2))$; E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона; h и ρ_1 – постоянные толщина и плотность пластины. Линеаризованное кинематическое условие на поверхности раздела пластина–вода имеет вид

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}\bigg|_{z=0}=\frac{\partial\zeta}{\partial t}-u\frac{\partial\zeta}{\partial x}.$$

Начальные условия для функции $\Phi(x,y,z,t)$:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z}\bigg|_{z=0,t=0}=0,\quad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}+\frac{\rho_1 h}{\rho_2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial z\partial t}\right)\bigg|_{z=0,t=0}=0.$$

Скорость движения тела и расстояние, пройденное им за время t, задаются формулами:

$$u(t)=u_1\tanh(\mu_1 t),\quad s(t)=\frac{u_1}{\mu_1}\ln(\cosh(\mu_1 t)).$$

Для решения задачи совершается переход к безразмерной постановке при помощи введения характерного размера $L_0=\sqrt{q_0}$, где $q(t)=q_0u(t)$ – мощность источника (стока), и масштаба скорости $\sqrt{gL_0}$. Применение интегральных методов дает следующее выражение для безразмерного прогиба пластины:

$$\zeta(x,y,t)=\zeta_0(x,y,t)-\zeta_0(x+2L_q,y,t),\quad \zeta(x,y,t)=$$

$$=\frac{1}{4\pi^2}\int_{-\pi}^{\pi}d\theta\int_0^{\infty}\frac{\exp(-k\chi_0+ik(x\cos\theta+y\sin\theta))}{1+\varepsilon\eta^3k^4}\times$$

$$\times\left[\exp(\sigma s)\left(\eta\rho\cos(\sqrt{\beta}t)\dot{u}\big|_{t=0}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\int_0^t f_2(\tau)\cos(\sqrt{\beta}(t-\tau))d\tau\right)+\eta\rho(\sigma u^2(t)-\dot{u}(t))m\right]kdk,$$

$$\gamma_0=\frac{H}{L_0},\quad \chi_0=\frac{d}{L_0},\quad \eta=\frac{h}{L_0},\quad \sigma=ik\cos\theta,$$

$$\beta=\frac{(1+\varepsilon\eta^3k^4)k\tanh(k\gamma_0)}{1+k\eta\rho\tanh(k\gamma_0)}$$

$$f_2(k,\theta,\tau)=\exp(-\sigma s(\tau))\times\{u(1+\varepsilon\eta^3k^4)m_1+$$

$$+(\ddot{u}-3u\dot{u}\sigma+u^3\sigma^2)\eta\rho m\},$$

$$m=1+\exp(k\chi_0-2k\gamma_0)\sinh(k\chi_0)\left(1-\frac{1}{k\eta\rho}\right),$$

$$m_1=1+\exp(k\chi_0-2k\gamma_0)\sinh(k\chi_0),$$

$$\varepsilon=\frac{E}{12(1-\nu^2)\rho_2 gL_0},\quad \rho=\frac{\rho_1}{\rho_2}.$$

Для апробации полученных формул проводятся экспериментальные исследования движения модели субмарины ($2L$ = 105 м) в масштабе 1:500 под полимерной пластиной толщины 2 мм с параметрами $E=10^7$ Н/м², ν = 0.4. Показано, что теоретические и экспериментальные результаты хорошо согласуются между собой для разных значений глубины погружения судна, глубины водоема и скоростей движения. Уменьшение глубины водоема, глубины погружения судна и толщины ледяного покрова приводят к росту амплитуды прогиба пластины. Возможность разрушения льда анализируется по величине $\zeta'_x\geq 0.04$ [5]. Получено, что разрушение льда толщиной 0.5, 1, 2 и 3 м возможно при движении тела со скоростями, большими 12, 16, 21 и 25 м/с соответственно и на малых глубинах погружения $d < 30–40$ м.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант №10-08-00130.

Список литературы

1. Козин В.М., Онищук А.В. // ПМТФ. 1994. №2. С. 78–81.

2. Kozin V.M., Pogorelova A.V. // Int. J. Offshore and Polar. Eng. 2008. Vol. 18, No 4. P. 271–276.

3. Pogorelova A.V., Kozin V.M. // Journal of Hydrodynamics. 2010. Vol 22. Is. 5, suppl. 1. P. 71–76.

4. Pogorelova, A.V., Kozin V.M. // Proc. Int. Offshore and Polar. Eng. Conf. 2010. Vol. I. P. 1285–1291.

5. Козин В.М. и др. Ледоразрушающая способность изгибно-гравитационных волн от движения объектов. Владивосток: Дальнаука, 2005.

MOVING BODY BELOW ICE COVER

A.V. Pogorelova, B.M. Kozin

The paper deals with the theoretical investigation of the straight unsteady motion of a slender axisymmetric body submerged into the liquid below the floating ice elastic plate. The formulae describing the plate deflection with the help of integral and asymptotic methods are numerically analyzed with respect to velocity and submergence depth and linear dimensions of the body, basin depth, and ice plate thickness. The experimental model tests on a submarine (scale of 1:500) moving under a polymeric plate 0.002 m thickness in the test basin measuring L×B×H = 5.2×1.8x0.8 m are carried out. Good agreement between theoretical and experimental results regarding the values of the plate maximum deflections for various submergence depths, water depth and velocities of the moving body is obtained.

Keywords: floating plate, submerged body, flexural-gravity waves.