

**Rodzina Lada Sergeevna**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: raisin25@yandex.ru.

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634371673.

The Department of Software Engineering; student.

УДК 658.512.2.011.5

**В.В. Лисяк, Н.К. Лисяк**

**АНАЛИЗ МНОГОРЕСУРСНЫХ МОДЕЛЕЙ САПР**

*Рассмотрена одна из задач системного уровня проектирования, которая позволяет изучить систему, где клиенты, обращающиеся в случайные моменты времени за услугами и требующие различного времени обслуживания, могут выстраиваться в очереди. Рассмотренные модели дают вероятностные распределения длины очереди, моментов поступления обращений и времен ожидания обслуживания. Эти параметры важны в системах, где потери из-за перегрузки могут быть скомпенсированы лучшей организацией обслуживания.*

*Ресурс; заявка; многоресурсная система; стохастическая сеть; обслуживающий аппарат; дисциплина очереди; марковский процесс.*

**V.V. Lisyak, N.K. Lisyak**

**ANALYSIS OF MULTIRESOURCE CAD MODELS**

*There is considered a task of system level of design, which allows studying the system, where the clients request for services at random moments, and require different service time, and can line up in queue. Considered models provide the probability distribution of queue length, moments of requests' receiving, and times of waiting for service. These parameters are important in the systems, where losses caused by overloading can be compensated with better organization of service.*

*Resource; demand; multiresource system stochastic network service unit; queue discipline; Markov process.*

**Введение.** САПР состоит из многочисленных компонентов, взаимодействующих в процессе функционирования системы. Все компоненты (устройства ввода-вывода, процессоры, программные модули и т.п.) являются ресурсами. При параллельном решении задач появляются запросы на одновременное использование одного какого-либо ресурса, что порождает конфликтные ситуации. Такие ситуации приводят к задержкам в обработке запросов, появлению очередей и в результате снижают эффективность САПР. Поэтому такие ситуации надо предусматривать на системном уровне разработки САПР [1,2], когда принимаются основные решения по архитектуре будущей САПР.

Многообразие ресурсов и сложность их взаимодействия ставят задачу анализа моделей стохастической, сетевой структуры. При этом использование одной задачей нескольких разнородных ресурсов приводит к одноуровневому или многоуровневому представлению взаимодействия ресурсов. В одноуровневом представлении такую задачу упрощают за счёт ввода в модель логических условий и блокировок, либо выделяют какой-либо один из совместно используемых ресурсов, а другие ресурсы либо не учитываются, либо учитываются введением некоторых ограничений. Эти упрощения можно обойти при многоуровневом представлении взаимодействия ресурсов, в котором одновременное занятие заявкой нескольких

ресурсов отображается с помощью механизма вложенных процессов. В таком подходе в моделях отдельных уровней отсутствуют сложные логические условия и блокировки, что способствует применению аналитических методов исследования.

Таким образом, общая задача анализа может быть сформулирована как задача анализа последовательности запросов на ресурсы и эффективной организации их использования. Рассмотрим многоуровневые модели на базе стохастических сетей.

В основе формализованного описания взаимодействия компонентов САПР лежат понятия ресурса и заявки. Под ресурсом будем понимать любой аппаратный или программный компонент системы, на входе которого могут возникать конфликты, приводящие к образованию очередей и временных задержек.

Под заявкой или запросом на использование ресурса понимается обобщенное понятие, конкретика которого зависит от уровня и области исследования системы, ее структуры, способа организации, режима функционирования.

Составной частью формализованного описания взаимодействия ресурсов является построение некоторого процесса обработки заявки ресурсами. Этот процесс представляется последовательностью этапов передачи и обработки информации при поступлении заявки на выполнение запрашиваемых от сети работ. Совокупность таких процессов задаёт функционирование системы.

Как правило, выполнение заявки состоит из этапов, на каждом из которых одновременно требуется один или несколько ресурсов. Формальное описание процессов использует понятие трека процесса, как множество ресурсов, упорядоченное в соответствии с последовательностью этапов обработки заявки.

Детерминированный трек процесса задаётся как  $DT=(W_0, W_1, \dots, W_b, \dots, W_m)$ , где  $W_0$  – источник заявок (процесса);  $W_i$  –  $i$ -й ресурс системы.

Случайный трек процесса задается как неупорядоченное множество, а конкретная последовательность этапов обработки задается матрицей вероятностей перехода  $R=(r_{ij})$ ,  $i, j=0, 1, 2, \dots, M$ , где  $r_{ij}$  – вероятность перехода заявки от ресурса  $i$  на обработку к ресурсу  $j$ .

Информация о ресурсах в треке должна содержать: параметры функций распределения длительностей обслуживания заявки данным ресурсом; дисциплину обслуживания заявки и её приоритет при обслуживании в данном ресурсе. При задании параметров функций распределения длительностей обслуживания заявок применяются специальные программно-аппаратные измерения, а также расчеты с помощью интерфейсных моделей. Если перечисленные компоненты треков процессов всех заявок определены, то задача анализа сводится к расчету некоторой стохастической сети.

Анализ многоуровневых моделей основывается на концепции вложенности процессов и ресурсов.

Вложенным в ресурс  $W_i$  уровня  $q$  называется ресурс, занимаемый и освобождаемый заявкой на интервале ее обслуживания ресурсом  $W_i$ .

По аналогии можно рассматривать вложенные процессы уровня  $q+1$ . При наличии в системе заявок разных типов, то каждый из них порождает в составных ресурсах вложенные процессы, отличные от остальных.

Представление процессов обработки заявок можно представить направленным графом, в котором вершины соответствуют этапам обработки заявок ресурсами, а рёбра возможным переходам заявок от ресурса к ресурсу. Для определенных процессов вершинам графа можно поставить в соответствие временные характеристики обслуживания заявок.

**Декомпозиция многоуровневых моделей.** Анализ многоуровневых моделей необходимо проводить на основе декомпозиции, где элементами декомпозиции вы-

ступают уровни описания процессов обслуживания, для которых выполняется условие вложенности. При этом совокупность описаний процессов обслуживания одного уровня называют уровнем вложенности. Связь между уровнями вложенности осуществляется через совокупность интерфейсных переменных.

Простым и достаточно точным расчетом интерфейсных переменных является следующий подход. От верхних уровней к нижним уровням пересчитываются интенсивности потоков заявок, затем от нижних уровней к верхним уровням пересчитываются временные характеристики. При этом в силу свойства вложенности времена выполнения процессов на уровне  $q+1$  являются временами обслуживания заявок ресурсами уровня  $q$ .

Таким образом, построение формализованной схемы взаимодействия ресурсов, основанное на раздельном представлении процессов обработки заявок на отдельных уровнях, обеспечивает обозримость модели при сохранении необходимой степени ее детализации, а анализ, основанный на декомпозиции, существенно снижает затраты времени на его проведение.

Анализ характеристик производительности многоуровневых моделей САПР базируется на представлении процессов обслуживания на отдельных уровнях разомкнутыми, замкнутыми или смешанными стохастическими сетями [3].

Стохастическая сеть (СС) является совокупностью систем массового обслуживания, в которой циркулируют заявки, переходящие из одной СМО в другую. Сеть называют стохастической, т.к. маршруты заявок носят вероятностный характер. Структуру СС представляют в виде графа, вершины которого (узлы сети) соответствуют СМО, а дуги – возможным путям перехода заявок из одной СМО в другую.

**Разомкнутые сети.** Рассмотрим СС из  $M$  узлов. Пусть  $i$ -й узел ( $i=1,2,\dots,M$ ) содержит  $m_i$  одинаковых обслуживающих аппаратов (ОА) и общую очередь заявок. Время обслуживания в каждом ОА имеет экспоненциальное распределение со средним значением  $\tau_i=1/\mu_i$ . Имеется  $M$  внешних пуассоновских источников заявок. Интенсивность внешнего потока заявок в  $i$ -й узел обозначим  $\gamma_i$  ( $i=1,2,\dots,M$ ). После обслуживания в  $i$ -м узле заявка поступает в узел  $j$  с вероятностью  $r_{ij}$  или покидает сеть с вероятностью  $1-\sum r_{ij}$ ,  $j=1,2,\dots,M$ .

Для описания такой сети надо задать следующие исходные данные:  $M$  – число узлов;  $m=(m_1, m_2, \dots, m_M)$  – вектор числа ОА в узлах;  $\mu=(\mu_1, \mu_2, \mu_M)$  – вектор интенсивностей обслуживания в узлах;  $\gamma=(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M)$  – вектор интенсивностей внешних источников;  $R=(r_{ij})_{M \times M}$  матрица вероятностей переходов. Состояние сети в момент времени  $t$  представляется вектором  $\xi(t)=(\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_M(t))$ , где  $\xi_i(t)$  – число заявок в  $i$ -й СМО в момент  $t$ .

Вектор  $\xi(t)$  представляет собой марковский случайный процесс [4]. Для него можно стандартным образом записать систему линейных алгебраических уравнений относительно вероятностей, являющихся компонентами стационарного распределения. В частном случае, когда интенсивность поступления заявок в сеть постоянна, решение этой системы уравнений имеет вид произведения, в котором каждый сомножитель определяется характеристиками  $i$ -го узла сети:

$$P(n_1, n_2, \dots, n_M) = \prod p_i(n_i), \quad i=1,2,\dots,M. \quad (1)$$

Этот результат утверждает, что рассматриваемая сеть ведет себя как совокупность независимых СМО с пуассоновскими входными потоками, имеющими интенсивности  $\lambda_i$  и интенсивности обслуживания  $\mu_i(n_i)$ . В частности, когда  $i$ -ый узел сети содержит  $m_i$  одинаковых ОА с общей очередью заявок, то

$$\begin{aligned}
 p_i(n_i) &= p_i(0) (m_i p_i)^{n_i} / n_i!, \quad n_i \leq m_i; \\
 p_i(n_i) &= p_i(0) m_i^{m_i} p_i^{n_i} / m_i!, \quad n_i > m_i; \\
 p_i &= \lambda_i / m_i \mu_i \\
 p_i(0) &= \sum_{i=0}^{m_i-1} (m_i p_i)^i / i! + (m_i p_i)^{m_i} / m_i! (1 - p_i), \quad i = 1, 2, \dots, M.
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Чтобы воспользоваться формулами (2.1) и (2.2), предварительно вычисляются значения  $\lambda_i$ , для этого необходимо решить систему уравнений баланса интенсивностей:

$$\lambda_i = \gamma_i + \sum \lambda_i r_{ji}, \quad i, j = 1, 2, \dots, M.
 \tag{3}$$

Зная стационарное распределение  $P(n)$  и используя аппарат производящих функций, можно вычислить основные показатели сети – среднее число заявок и среднее время ответа в каждом узле сети.

**Замкнутые сети.** В этом случае в описании стохастической сети отсутствуют внешние источники заявок. В сети циркулируют  $N$  заявок, переходя от узла к узлу, не покидая сеть. Интенсивности входных потоков в каждый из узлов

$$\lambda_i = \gamma_i + \sum \lambda_i r_{ji}, \quad i, j = 1, 2, \dots, M.$$

Модель произвольной замкнутой марковской сети впервые была исследована Гордоном и Ньюэллом, которые получили соотношение, аналогичное (1), также представляющее собой декомпозицию сети на отдельные узлы.

Для получения расчетных соотношений для среднего числа заявок и коэффициента использования (нагрузки)  $i$ -й СМО используется аппарат производящих функций, а для среднего времени ответа – формула Литтла. Формула Литтла [5] устанавливает связь между средним числом требований в системе обслуживания (очереди)  $\check{N}$  и средним временем пребывания в системе (ожидания в очереди)  $T$  в виде  $\check{N} = \lambda T$ .

Расчет средних характеристик замкнутой сети можно выполнить более простым методом, предложенным Райзером [6]. Идею метода рассмотрим на примере замкнутой сети из последовательно соединенных ОА, имеющих экспоненциальные распределения длительности обслуживания с постоянными интенсивностями обслуживания  $\mu_i = 1/\tau_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ .

Пусть  $N$  – число заявок в сети. Тогда

$$\begin{aligned}
 t_{pi}(N) &= 1/\mu_i + (1/\mu_i) \gamma_i(N), \quad i = 1, 2, \dots, M; \\
 \mu^*(T) &= N / \sum t_{pi}(N), \quad i = 1, 2, \dots, M; \\
 \check{N}_i(N) &= \mu^*(N) t_{pi}(N), \quad i = 1, 2, \dots, M,
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

где  $t_{pi}(N)$  – среднее время реакции  $i$ -й фазы сети, имеющей  $N$  заявок;

$\gamma_i(N)$  – среднее число заявок в  $i$ -й СМО в момент поступления в нее новой заявки в сети с  $N$  заявками;

$\mu^*(N)$  – пропускная способность сети с  $N$  заявками;

$\check{N}_i(N)$  – среднее число заявок в  $i$ -й СМО в произвольный момент времени в сети с  $N$  заявками.

Первое из этих соотношений выражает тот факт, что при экспоненциальной длительности обслуживания среднее время дообслуживания равно среднему времени обслуживания заявки. Поэтому среднее время ответа складывается из среднего

времени обслуживания вновь поступившей заявки и средней длительности обслуживания всех заявок, находившихся в  $i$ -й СМО в момент поступления в нее новой заявки. Два других соотношения вытекают из формулы Литтла, применяемой соответственно ко всей сети и к  $i$ -й СМО в отдельности.

Основой для расчета характеристик производительности служит теорема Райзера, где утверждается, что стационарные вероятности состояний замкнутой стохастической сети с  $N$  заявками в момент поступления заявки в  $i$ -й узел сети совпадают со стационарными вероятностями состояний этой же сети с  $(N-1)$  заявкой для произвольного момента времени [4].

Из теоремы следует, что

$$\begin{aligned} \gamma_i(N) &= \check{N}_i(N-1), \quad i=1, 2, \dots, M, \\ t_{pi}(N) &= 1/\mu_i + (1/\mu_i) \check{N}_i(N-1), \quad i=1, 2, \dots, M. \end{aligned} \quad (5)$$

Системы уравнений (4) и (5) легко решаются рекуррентно, начиная с  $\check{N}_i(0)=0$ ,  $i=1, 2, \dots, M$ .

Этот результат обобщается на замкнутые сети произвольной структуры, задаваемые матрицей  $R$  вероятностей переходов.

Зафиксируем в сети узел с номером 1, в качестве которого обычно выбирают источник заявок, и обозначим через  $e_i$  – среднее число посещений каждой заявкой  $i$ -й СМО между двумя последовательными посещениями ею СМО с номером 1. Тогда  $e_1=1$ ,  $e_i = \sum e_{ij}$ ,  $i, j=1, 2, \dots, M$ .

Так как среднее число посещений пропорционально пропускной способности, то  $e_i$  измеряет также пропускную способность  $\mu_i^*$   $i$ -й СМО в единицах пропускной способности  $\mu_1^*$  СМО с номером 1, т.е.

$$\mu_i^* = e_i \mu_1^*, \quad i=1, 2, \dots, m.$$

Если  $t_{pi}$  время реакции  $i$ -й СМО, то среднее время между двумя последовательными уходами из СМО с номером 1, то

$$T_{cp} = \sum e_i t_{pi}, \quad i=1, 2, \dots, M.$$

Тогда аналогично уравнениям (6) и (7) можно записать:

$$\begin{aligned} t_{pi}(N) &= (1/\mu_i) [1 + \check{N}_i(N-1)]; \\ \mu_1^*(N) &= N / \sum e_i t_{pi}(N), \quad i=1, 2, \dots, M; \\ \check{N}_i(N) &= \mu_1^*(N) e_i t_{pi}(N). \end{aligned} \quad (6)$$

Полагая  $t_{pi}^* = e_i t_{pi}$  и, вводя переменные  $\beta_i = e_i / \mu_i$ , получим

$$\begin{aligned} t_{pi}^*(N) &= \beta_i [1 + \check{N}_i(N-1)]; \\ \mu_1^*(N) &= N / \sum t_{pi}^*(N), \quad i=1, 2, \dots, M; \\ \check{N}_i(N) &= \mu_1^*(N) t_{pi}^*(N). \end{aligned} \quad (7)$$

Выражения (7) позволяют рекуррентно, начиная с  $\check{N}_i(0)=0$ , вычислять характеристики сети.

Дальнейшее обобщение метода расчета связано с разными типами узлов сети, для которых получаются разные соотношения, связывающие время реакции узла с числом заявок в нем. Эти соотношения имеют вид:

- ◆ тип 0 – источник заявок:  $t_{p_i}(N) = 1/\mu_i = \tau_i$ ;
- ◆ тип 1 – многоканальная СМО:

$$t_{p_i}(N) = \tau_i, \text{ при } \check{N}_i(N-1) \leq k_i - 1 \text{ и } \tau_i / k_i [1 + \check{N}_i(N-1)], \text{ при } \check{N}_i(N-1) > k_i - 1;$$

- ◆ тип 2 – группа параллельных одноканальных СМО с равномерным распределением потока заявок по устройствам:  $t_{p_i}(N) = \tau_i / k_i [k_i + \check{N}_i(N-1)]$ ;
- ◆ тип 3 – группа последовательных одноканальных СМО:

$$t_{p_i}(N) = \tau_i [k_i + \check{N}_i(N-1)],$$

где  $k_i$  – число устройств в узле.

В результате расчета получают следующие характеристики сети:

- ◆ среднее время обработки заявки  $T_{cp}(N) = \sum e_i t_{p_i}(N)$ ,  $i = 1, 2, \dots, M$ ;
- ◆ время реакции системы  $t_p(N) = T_{cp}(N) - \tau_u$ , где  $\tau_u$  – время пребывания заявки в источнике;
- ◆ пропускная способность  $\mu^*(N) = N/T_{cp}(N)$ .

Для каждого узла вычисляются следующие характеристики:

- ◆ загрузка каждого устройства  $p_i = \mu^*(N) e_i \tau_i / k_i$ ;
- ◆ среднее число заявок в узле  $\check{N}_i = \mu^*(N) e_i t_{p_i}(N)$ ;
- ◆ средняя длина очереди заявок к узлу:

$$L_i(N) = \check{N}_i - k_i p_i, \text{ для типа 1 и } L_i(N) = \check{N}_i / k_i - p_i, \text{ для типа 2 и 3;}$$

- ◆ среднее время ожидания в узле  $W_i(N) = t_{p_i}(N) - \tau_i$ .

На основе вышеизложенного можно сделать следующий вывод.

САПР является многоресурсной системой, в которой построение треков процессов обработки заявок ресурсами целесообразно выполнять по уровням. Модель каждого уровня в общем случае представляет собой стохастическую сеть. Расчёт многоуровневой модели проводится раздельно по уровням, как сверху вниз, так и снизу вверх.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. *Lisyak V.V., Lisyak N.K.* Modelling of CAD productivity. Proceedings of the International Scientific Conferences «Intelligent Systems» (ATS'08) and «Intelligent CAD» (CAD – 2008). – Moscow: Physmathlit, 2008, Vol. 4 – P. 16-24.
2. *Лисяк В.В. Лисяк Н.К.* О задаче анализа производительности САПР // Известия ТРТУ. Тематический выпуск «Интеллектуальные САПР». – 2007. – № 1 (73). – С. 118-124.
3. *Кузовлев В.И., Шкатов П.Н.* Математические методы анализа производительности и надёжности САПР. – М.: Высшая школа, 1990. – 143 с.
4. *Сигорский В.П.* Математический аппарат инженера. – Киев: Техніка, 1975. – 765 с.
5. *Клейнрок Л.* Вычислительные сети с очередями. – М., 1979. – 221 с.
6. *Жожикашвили В.А., Вишнеvский В.М.* Сети массового обслуживания. Теория и применение к сетям ЭВМ. – М., 1988. – 193 с.

#### **Лисяк Владимир Васильевич**

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: v-lisyak@yandex.ru

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634360524.

Кафедра систем автоматизированного проектирования; доцент.

**Lisyak Vladimir Vasilievich**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: v-lisyak@yandex.ru

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634360524.

Department of Computer Aided Design; associate professor.

**Лисьяк Наталия Константиновна**

Технологический институт федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Южный федеральный университет» в г. Таганроге.

E-mail: NKL2004@mail.ru

347928, г. Таганрог, пер. Некрасовский, 44.

Тел.: 88634360524.

Кафедра систем автоматизированного проектирования; доцент.

**Lisyak Natalia Konstantinovna**

Taganrog Institute of Technology – Federal State-Owned Educational Establishment of Higher Vocational Education “Southern Federal University”.

E-mail: NKL2004@mail.ru

44, Nekrasovskiy, Taganrog, 347928, Russia.

Phone: 88634360524.

Department of Computer Aided Design; associate professor.

УДК 658.512.2.011

**В.М. Глушань, П.В. Лаврик**

**УТОЧНЕНИЕ КЛИЕНТ-СЕРВЕРНОЙ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ  
САПР ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ\***

*Приводятся результаты уточнения ранее предложенной клиент-серверной модели распределенной САПР. Уточнения основаны на введении в выражение для временной сложности процесса проектирования локальных степеней в графовой модели схемы.*

*Клиент-серверная модель; распределенная САПР; временная сложность процесса проектирования (ВСПП).*

**V.M. Glushan, P.V. Lavrik**

**SPECIFICATION OF CLIENT-SERVER MODEL DISTRIBUTED  
CAD ELECTRONIC SCHEMES**

*Results of specification before the offered client-server model distributed CAD are resulted. Specifications are based on introduction in expression for time complexity of process of designing of local degrees in of graphs scheme models.*

*The client-server model distributed CAD; time complexity of process of designing (TCPD).*

**Введение.** Основная цель создания распределенных САПР (РСАПР) – сокращение времени проектирования электронных схем (ЭС), содержащих миллионы элементов. Например, видеокарта современного персонального компьютера содержит несколько сотен миллионов транзисторов. Проектирование схемы подобной сложности с помощью сосредоточенной САПР, состоящей из одного, хотя

\* Работа выполнена при поддержке: РФФИ (гранты № 09-01-00509, № 09-07-00318), г/б № 2.1.2.1652.